УДК 62-581.6

# Синтез управления электроприводами, связанными через обрабатываемый материал

Опейко О. Ф.
Белорусский национальный технический университет

Основным требованием к системе является необходимость стабилизации линейной скорости и натяжения материала [1,2]. Один из приводов управляет скоростью, а другой привод – натяжением. Рассматривается метод синтеза системы электропривода с двумя входными и двумя выходными величинами, при котором обеспечиваются условия инвариантности до $\varepsilon$ в каждой подсистеме по отношению к возмущениям со стороны другой подсистемы. Метод позволяет обходиться без каналов компенсации перекрестных связей, что облегчает настройку такой системы и повышает стабильность ее функционирования.

Представим электроприводы, связанные через обрабатываемый гибкий материал, в виде линеаризованных моделей [3]. Это допустимо в пределах упругой деформации материала, где соблюдается закон Гука, и, следовательно, сила натяжения пропорциональна деформации. Система описывается дифференциальными уравнениями [2].

$$
\begin{aligned}
&J_1 \dot{x}_{11} = x_{12} - b_1 x_{21}, \\
&T_1 \dot{x}_{12} = -x_{12} - k_{M1} k_1 x_{11} / R_1 + k_{M1} \beta_{\Pi 1} u_1 / R_1, \\
&T_3 \dot{x}_{21} = -x_{21} + (b_1 x_{11} - b_2 x_{22}) k_3, \qquad (1) \\
&J_2 \dot{x}_{22} = x_{23} - b_2 x_{21}, \\
&T_2 \dot{x}_{23} = -x_{23} - k_{M2} k_2 x_{22} / R_2 + k_{M2} \beta_{\Pi 2} u_2 / R_2 .
\end{aligned}
$$

Здесь $J_1, J_2$ - моменты инерции электроприводов, $x_{11}, x_{12}$ – скорость и электромагнитный момент первого электропривода, $x_{21}$ - натяжение материала, $x_{22}, x_{23}$ –

скорость и электромагнитный момент второго электропривода, $T_1, T_2$, $R_1, R_2$ $\beta_{П1}, \beta_{П2}$, $b_1, b_2$ - постоянные параметры. Процесс деформации характеризуется постоянной времени $T_3 = l / V_1$ при длине $l$ материала между приводными валами и линейной скорости $V_1$. Коэффициент $k_3$ определяется выражением $k_3 = T_3 Es / l = Es / V_1$. Здесь $E$ - модуль Юнга продольной упругости, $s$ площадь поперечного сечения материала.

Рассмотрим синтез системы, в которой стабилизация скорости осуществляется первым приводом, а стабилизация натяжения – вторым. Сигналы управления подсистем с астатическими регуляторами формируются в виде

$$u_1 = (k_{10} \int_0^{\infty} (x_1^* - x_1) dt + k_{11}(x_1^* - x_1) - x_2) k_{12}, \quad (2)$$

$$u_2 = ((k_{20} \int_0^{\infty} (x_{21}^* - x_{21}) dt + k_{21}(x_{21}^* - x_{21}) - x_2) k_{22} - x_{23}) k_{23}. \quad (3)$$

Расчет коэффициентов усиления $k_{1j}, (j = 0,1,...,2)$, $k_{2j}, (j = 0,1,...,2)$ в сигналах управления (2), (3) выполняется при пренебрежении влиянием перекрестных связей. Для первой подсистемы, предназначенной для управления скоростью, полином третьего порядка, соответствующий модульному оптимуму, имеет вид

$$N_1(p) = p^3 + 4\omega_{01} p^2 + 8\omega_{01}^2 p + 8\omega_{01}^3 =$$
$$p^3 + a_{12} p^2 + a_{11} p + a_{10}. \quad (4)$$

Параметры устройства управления, обеспечивающие модульный оптимум определяются путем приравнивания характеристического полинома первой подсистемы к полиному (4). Вводя обозначения $k_{10}^{/} = k_{10} \beta_{П1} k_{M1} k_{12} / R_1$, $k_{11}^{/} = k_{11} \beta_{П1} k_{M1} k_{12} / R_1$, $k_{12}^{/} = k_{12} \beta_{П1} k_{M1} / R_1$ получим

$k_{01}' = 8\omega_{01}^3 T_1 J_1$, $\qquad k_{11}' = 8\omega_{01}^2 T_1 J_1 - k_{M1}k_1 / R_1$,

$k_{21}' = 4\omega_{01}T_1 - 1$. (5)

Для второй подсистемы, управляющей натяжением материала, желаемый полином четвертого порядка имеет вид

$$N_1(p) = p^4 + 4\omega_{02}p^3 + 8\omega_{02}^2 p^2 + 8\omega_{02}^3 p + 4\omega_{02}^4 = \tag{6}$$

$$= p^4 + a_{23}p^3 + a_{22}p^2 + a_{21}p + a_{20}.$$

Обозначим $\qquad k_{20}' = k_{20}k_{22}k_{23}\beta_{П2}k_{M2} / R_2$,

$k_{21}' = k_{21}k_{22}k_{23}\beta_{П2}k_{M2} / R_2$, $\qquad k_{22}' = k_{22}k_{23}\beta_{П2}k_{M2} / R_2$,

$k_{23}' = k_{23}\beta_{П2}k_{M2} / R_2$

$h_{12} = 8\omega_{02}^2(\omega_{02} - 1/T_3) - (4\omega_{02} - 1/T_3)(\omega_{00}^2 - 1/T_3^2 + \omega_{00}^2/T_3)$,

$h_{22} = (8\omega_{02}^2 - \omega_{00}^2 - (4\omega_{02} - 1/T_3)/T_3)/J_2$. Тогда

$$k_{20}' = 4\omega_{02}^4 b_2 T_2 / \omega_{00}^2, \qquad k_{21}' = T_2 B_2 h_{12} / \omega_{00}^2,$$

$$k_{22}' = T_2 h_{22} - k_2 k_{M2} / R_2, \qquad k_{23}' = (4\omega_{02} - 1/T_3)T_2 - 1. \tag{7}$$

Полином $R(p)$, зависящий от перекрестных связей подсистем, с учетом обозначений $\omega_0^2 = b_1^2 k_3 /(J_1 T_3)$, $\omega_{00}^2 = b_2^2 k_3 /(J_2 T_3)$ примет вид

$$R(p) = \omega_0^2 p^2 (p + 4\omega_{01})(p(p + 4\omega_{02} - 1/T_3) - h_{22})$$

Для коэффициентов полиномов должны выполняться условия, при которых влияние составляющей $R(p)$ пренебрежимо. С учетом выражений (4)-(7) при $|h_{22}| < 8\omega_{02}^2$ получим:

$$\omega_0^2 < \varepsilon \cdot 2\omega_{01}\omega_{02}, \tag{8}$$

Значит, для обеспечения автономности каналов характеристические частоты замкнутых подсистем должны быть значительно выше резонансной частоты $\omega_0$ объекта управления.

Кроме того, при управлении натяжением следует учитывать режим разгона с постоянным ускорением, который должен происходить при допустимых значениях натяжения. В установившемся режиме постоянства заданных ускорений подсистем $\dot{x}_{11} = a / b_1 = const$, $\dot{x}_{22} = a / b_2 = const$, получим

$$x_{21}^* - x_{21} = -a\frac{k_2}{b_2 k_{20}^/}(1 + \frac{k_{22}^/}{k_2}). \tag{9}$$

Как видим, в режиме постоянства ускорения имеет место рассогласование по натяжению, определяемое выражением (9). При этом натяжение оказывается выше заданного, $x_{21} > x_{21}^*$. Учитывая (7), получим следующее ограничительное условие для выбора характеристической частоты $\omega_{02}$ второй подсистемы

$$x_{21}^* - x_{21} = \frac{a\omega_{00}^2}{4b_2^2 T_2 \omega_{02}^4}(T_2 h_{22} - \frac{k_2 k_{M2}}{R_2} + k_2). \tag{10}$$

Для относительной величины $\nu_{02} = \omega_{02} / \omega_{00} > 1$ можно записать выражение, которое связывает наименьшего допустимого значения $\nu_{02\min}$ относительной характеристической частоты второй подсистемы с наибольшим допустимым натяжением $x_{21\max}$ при заданном ускорении $a$

$$\begin{aligned}&\Delta M_S b_2 / a = (x_{21\max} - x_{21}^*) b_2^2 / a = \\ &= (8\nu_{02}^2 - 1 - (4\nu_{02} - 1/\tau_3)/\tau_3)/(4\nu_{02}^2) \approx 2/\nu_{02}^2\end{aligned} \tag{11}$$

Здесь $\tau_3 = T_3\omega_{00} = k_3 b_2^2 / J_2$, $\Delta M_S$ - составляющая момента на валу второго привода, обусловленная превышением момента силы натяжения над ее заданным значением.

Синтез системы, в которой натяжение регулируется первым приводом, а скорость - вторым, выполняется аналогично. Моделирование выполнено для системы, предназначенной для перемотки стальной проволоки. Если принять $\nu_1 = 1, \nu_2 \geq 4$, что дает $\varepsilon \leq 0{,}27$ система имеет динамические свойства, близкие к расчетным, причем сила натяжения не выходит за допустимый предел.

Полученные аналитические зависимости позволяют сделать вывод, что для системы с двумя входами и двумя выходами при определенных условиях допустим синтез ее подсистем без учета перекрестных связей, и без их компенсации, что обеспечивается выбором характеристических частот подсистем, достаточно больших по сравнению с собственной частотой объекта.

**Литература**

1. Барышников, В.Д. Куликов, С.Н. Автоматизированные электроприводы машин бумагоделательного производства. - Л., Энергоиздат, Ленингр. Отделение, 1982.

2. Белов, М. П. Автоматизированный электропривод типовых производственных механизмов и технологических комплексов: Учебник для вузов/ М. П. Белов, В. А.Новиков, Л. Н. Рассудов. – 2-е изд., стер. - М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 578 с.

3. Фираго, Б.И. Теория электропривода: Учеб. пособие / Б. И. Фираго, Л. Б. Павлячик. – Мн.: ЗАО «Техноперспектива», 2004. – 527 с.