

Э. П. Коваленко

### О ТУРБУЛЕНТНЫХ ПУЛЬСАЦИЯХ СКОРОСТЕЙ НА ГРАНИЦЕ ВЯЗКОГО ПОДСЛОЯ В ПЛОСКОМ РАВНОМЕРНОМ ПОТОКЕ

Знание составляющих пульсационных скоростей необходимо для решения задач, связанных с размывающей способностью потока, диффузией растворов и тепла и т. д.

Ранее было показано [1], что в плоском равномерном потоке толщина вязкого подслоя, в котором наблюдается линейное распределение осредненных скоростей, описывается соотношением

$$\delta_d = 4 \sqrt{2} \frac{\nu}{u_*}, \quad (1)$$

где  $\delta_d$  — толщина вязкого подслоя, в котором наблюдается линейное распределение осредненных скоростей;  $\nu$  — коэффициент динамической вязкости;  $u_*$  — динамическая скорость.

При этом в таком потоке у дна зарождаются вихри, которые в пределах  $\delta_d$  от дна имеют

$$\text{rot } v = \frac{\partial v_x}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial x}, \quad (2)$$

где

$$\left| \frac{\partial v_x}{\partial y} \right| = \left| \frac{\partial v_y}{\partial x} \right| = \left| \frac{v}{\delta} \right|.$$

Линейный размер

$$\delta = 2 \sqrt{2} \frac{\nu}{u_*}, \quad (3)$$

где  $v$  — осредненная скорость на расстоянии  $\delta$  от дна.

Образовавшиеся вихри при своем движении нарушают установившуюся структуру мгновенных скоростей не только в пределах самого вихря, но и на некотором расстоянии от него. В пределах такого возмущения это приводит к изменению условий формирования и отрыва последующих вихрей, которые будут иметь уже другие характеристики, в частности линейные. Но такие осредненные характеристики, можно полагать, будут близки к характеристикам рассматриваемого вихря. Учитывая это, поставленную задачу решим при следующих дополнительных условиях [2, 4].

1. При прохождении расчетного вихря через границу подслоя толщиной  $\delta_d$  не происходит существенного изменения в продольной скорости вихря.

2. Линии эквипотенциальных мгновенных скоростей достаточно удовлетворительно описываются синусоидами.

В рассматриваемом подслое изменение осредненных скоростей описывается соотношением

$$\frac{\bar{v}}{u_*} = \frac{u_* \delta}{\nu}, \quad (4)$$

где  $\bar{v}$  — осредненная скорость.

Тогда возможная максимальная разница между продольными мгновенными скоростями при двух крайних положениях вихря относительно рассматриваемой границы (рис. 1, положение I и II) равняется, учитывая (2) и (3),

$$\Delta v = 2\sqrt{2} u_*. \quad (5)$$

Исходя из условия (2) и неразрывности, а также принимая  $\Delta$  за амплитуду расчетной синусоиды, возможное максимальное изменение мгновенных скоростей, осредненных в отмеченном смысле, запишем в виде

$$\frac{v'_0}{u_*} = (4\sqrt{2} \pm 2\sqrt{2}), \quad (6)$$

где  $v'_0$  — значение мгновенной скорости (осредненной относительно характеристик расчетного вихря).

Отсюда, зная, что  $v'_{0d} = v'_{0l} \pm \bar{v}'_{x \max} = \bar{v}'_{0l} \pm 2\sqrt{2} u_*$ , имеем

$$|\bar{v}'_{x \max}| = 2\sqrt{2} u_*.$$

Для среднеквадратичной величины этих пульсаций

$$\sqrt{(\bar{v}'_{x \max})^2} \cong 2\sqrt{2} u_*, \quad (7)$$

где черта обозначает знак осреднения.

Но при условии (2) максимальное значение среднеквадратичных составляющих пульсационных скоростей равно

$$\sqrt{(\bar{v}'_0)'_0} \cong 0,75 \sqrt{(\bar{v}'_{x \max})^2}. \quad (8)$$

Подставив из (7) значение  $\sqrt{(\bar{v}'_{x \max})^2}$  в (8), получим

$$\sqrt{(\bar{v}'_0)'_0} \approx 2,12 u_*, \quad (9)$$

где  $(\bar{v}'_0)'_0$  — среднеквадратичная составляющая пульсационной скорости по оси  $x$  на расстоянии  $\delta_d$  от дна.

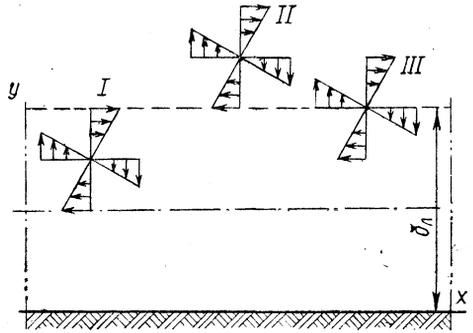


Рис. 1. Схема прохождения расчетного вихря через границу вязкого подслоя, в котором наблюдается линейное распределение осредненных скоростей.

Согласно исследованиям И. К. Никитина [3],

$$\sqrt{\overline{(v'_x)_0^2}} = 2,1 u_* \quad (10)$$

Соотношения (9) и (10) хорошо согласуются между собой. Полученные максимальные значения среднеквадратичных составляющих по оси  $x$  пульсационных скоростей на рассматриваемой границе вязкого подслоя также хорошо соответствуют экспериментальным данным, полученным для плоского равномерного потока [3, 4].

Найдем максимальное значение изменения мгновенной скорости, осредненное в периоде колебания по оси  $y$ . Так как рассматриваются максимальные значения скоростей  $v_y$ , то  $\frac{\partial v_y}{\partial x} = 0$  и  $\frac{\partial v_y}{\partial t} = 0$ : Пренебрегаем силами сопротивления движению.

Тогда дифференциальное уравнение движения для оси  $y$  запишется в виде

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial y} = v_y \frac{\partial v_y}{\partial y}, \quad (11)$$

где  $p$  — давление.

Проинтегрировав (11) от 0 до  $y$ , получим

$$p_0 - p_y = \rho \left( \frac{v_y^2}{2} - \frac{v_0^2}{2} \right).$$

В рассматриваемом случае  $v_0 = 0$ .

Давление, создаваемое силой, действующей на всплывающий вихрь, в центре вихря равно [1]

$$p_v = \gamma Hi.$$

Максимальная возможная разница в давлении  $|p_0 - p_y|$  не будет превышать  $|p_v|$ . Отсюда

$$\rho \frac{v_y'^2}{2} \leq \gamma Hi$$

или

$$\sqrt{\overline{(v'_y)^2}} \leq \sqrt{2} u_*.$$

Тогда максимальное возможное значение пульсаций скоростей, осредненное по характеристикам расчетного вихря, вдоль оси  $y$  в пределах периода изменения пульсаций можно полагать равным

$$\sqrt{\overline{(v'_y)_{\max}^2}} = \sqrt{2} u_* \quad (12)$$

Но в силу условия (2) имеем

$$\sqrt{\overline{(v'_y)_0^2}} = 0,75 \sqrt{\overline{(v'_y)_{\max}^2}} \quad (13)$$

Учитывая (12), получим

$$V \overline{(\bar{v}'_y)_0^2} = 1,06 u_* \quad (14)$$

что также хорошо согласуется с соотношением, полученным И. К. Никитиным [3]:

$$V \overline{(\bar{v}'_y)_0^2} = 1,05 u_* \quad (15)$$

Соотношения (13) можно также вывести, рассматривая прохождение вихря через рассматриваемую границу. Действительно, если ось вихря находится в плоскости границы, то (рис. 1, положение III), учитывая (2) и (3), находим

$$v'_{\max} = \sqrt{2} u_*$$

$$v'_{\min} = -\sqrt{2} u_*$$

или

$$\overline{(\bar{v}'_y)_{\max}^2} = V \overline{2} u_* \quad (16)$$

Учитывая (13), из (16) получим (14). Из (10) и (14) имеем

$$\frac{V \overline{(\bar{v}'_x)_0^2}}{V \overline{(\bar{v}'_y)_0^2}} = \frac{2,1}{1,06} \approx 2 \quad (17)$$

Согласно экспериментальным данным [2], вблизи стенок

$$\frac{V \overline{(\bar{v}'_x)_0^2}}{V \overline{(\bar{v}'_y)_0^2}} \approx 2 \quad (18)$$

Соотношения (17) и (18) совпадают.

Таким образом, зависимости, полученные на основе экспериментальных данных, хорошо соответствуют полученным аналитически выше. Поэтому принятая расчетная модель может служить достаточно надежной основой для определения турбулентных характеристик, аналогичных рассмотренным, и в других точках равномерного плоского турбулентного потока.

#### Литература

1. Э. П. Коваленко. Об устойчивости вязкого подслоя в плоском равномерном потоке. Сб. «Проблемы водного хозяйства». Минск, 1971.
2. Ж. Конт-Белло. Турбулентное течение в канале с параллельными стенками. М., 1968.
3. И. К. Никитин. Турбулентный русловый поток и процессы в придонной области. Киев, 1963.
4. Shigemitsu Yutaka. Experimental studies on laminar sublayer in turbulent boundary layer involving separation. I. Phys. Soc. Japan, 1957.