

Н. П. Артемьева, И. М. Лившиц

ПРИМЕНЕНИЕ КРИТЕРИЕВ РАЗЛИЧИЯ ДЛЯ АНАЛИЗА ОДНОРОДНОСТИ ЛЕТНИХ И ЗИМНИХ МИНИМУМОВ РЕК ПОЛЕССКОЙ НИЗМЕННОСТИ

Минимальные расходы на исследуемой территории наступают как летом, так и зимой в период устойчивых морозов, когда поверхностный сток в реке или полностью отсутствует, или очень незначителен. Основным источником питания в эти периоды является подземный сток.

Проведенные исследования (табл. 1) фактических многолетних (до 1967 г. включительно) летних и зимних минимумов (суточных и месячных) показали, что для каждой данной реки:

1) отношение нормы минимального суточного расхода летней межени к норме минимального расхода зимней межени для исследуемых рек колеблется от 1,15 до 0,60 для 82% пунктов;

2) отношение нормы минимального месячного расхода летней межени к норме минимального расхода зимней межени колеблется от 1,0 до 0,60 для 50% пунктов;

3) отношение коэффициентов вариации летних и зимних минимальных суточных расходов находится в пределах 1,25—0,70 для 75% пунктов;

4) отношение коэффициентов вариации летних и зимних минимальных месячных расходов находится в пределах 1,25—0,70 для 78% пунктов.

Принимая во внимание, что минимумы летней и зимней межени имеют одинаковый источник питания и достаточно близкие абсолютные значения расходов и коэффициентов вариации, можно сделать предположение об однородности статистических выборок летних и зимних минимумов на территории Полесья.

Иными словами, нулевая гипотеза, подлежащая проверке, заключается в предположении, что измеренные расходы летней и зимней межени являются выборками из одной генеральной совокупности. Проверка нулевой гипотезы может быть произведена с помощью критериев различия.

Существуют параметрические и непараметрические порядковые критерии различия [1—4]. Все они основаны на предположении об отсутствии внутрирядной и межрядной корреляции.

Параметрические критерии различия получили свое название потому, что анализ однородности производится путем сравнения параметров выборок. Они применимы только к нормальным распределениям. К параметрическим критериям различия относятся критерий Стьюдента, Фишера, критерий χ^2 Пирсона и др.

Критерий Стьюдента применяется в том случае, когда интересуются различием выборок по средним значениям.

Критерий Фишера позволяет установить однородность (или различие) выборок по стандартным отклонениям. Критерий Фишера задается отношением дисперсий выборок:

$$F = \frac{s_1^2}{s_2^2}. \quad (1)$$

Условием однородности двух выборок является выполнение неравенства

$$\frac{s_1^2}{s_2^2} < F\beta; \quad (2)$$

F_β — критические значения F при уровне значимости β — содержатся в таблицах, приведенных в работах [1—4].

Непараметрические, порядковые критерии различия не требуют каких-либо предположений о характере распределения выборок, а также предварительного определения их параметров.

Порядковые критерии позволяют установить различие выборок как по средним значениям (критерии Колмогорова — Смирнова, Манна—Уитни, Ван дер Вардена, Вилкоксона и др.), так и по характеру рассеяния (модифицированный ранговый критерий и др.).

Остановимся коротко на описании использованных критериев. Одним из наиболее чувствительных (мощных) порядковых критериев является критерий Колмогорова — Смирнова [3, 4]. Этот критерий основан на сравнении двух эмпирических функций распределений.

Пусть имеются две выборки x_i и y_i объемами n_x и n_y . Определяется максимальная разность эмпирических обеспеченностей

$$\Delta\rho_\beta = p(x) - p(y), \quad (3)$$

где $p(x) = \frac{m_x}{n_x}$; $p(y) = \frac{m_y}{n_y}$. Здесь $m_x(m_y)$ — порядковый номер величины $x(y)$ в ранжированном ряду.

Полученная максимальная разность эмпирических обеспеченностей сравнивается с критической при уровне значимости β :

$$\Delta\rho_\beta = \sqrt{\frac{1}{2} \ln \frac{2}{\beta} \left(\frac{1}{n_x} + \frac{1}{n_y} \right)}. \quad (4)$$

Предположение об однородности исследуемых выборок принимается при $\Delta\rho_{\beta \max} < \Delta\rho_\beta$, отвергается при $\Delta\rho_{\beta \max} > \Delta\rho_\beta$.

Для применения критерия Манна — Уитни исследуемые выборки располагаются в один ранжированный ряд. Все члены ряда нумеруются по порядку их расположения. Обозначим через r_x номера x_i и через r_y номера y_i . Находятся суммы

$$W_x = \sum r_x, \quad W_y = \sum r_y. \quad (5)$$

При достаточно больших объемах выборок распределение сумм W_x и W_y приближается к нормальному со средними значениями:

$$\overline{W}_x = \frac{n_x(n+1)}{2}, \quad \overline{W}_y = \frac{n_y(n+1)}{2} \quad (6)$$

Таблица 1

Река—пункт	Площадь водо- сбора, км ²	Минимальные суточные расходы									Минимальные среднемесячные расходы								
		Лето			Зима			Критерий Колмогорова— Смирнова			Лето			Зима			Критерий Колмогорова— Смирнова		
		n	\bar{Q}	C_V	n	\bar{Q}	C_V	$\Delta\rho_{\Sigma}$	$\Delta\rho_{0,05}-\Delta\rho_{0,01}$	Оцен- ка H_0	n	\bar{Q}	C_V	n	\bar{Q}	C_V	$\Delta\rho_{\Sigma}$	$\Delta\rho_{0,05}-\Delta\rho_{0,01}$	Оцен- ка H_0
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
Припять—Мозырь	97200	81	135,0	0,51	78	114,3	0,54	0,23	0,22 ÷ 0,26	±	83	146,0	0,53	84	171,0	0,51	0,19	0,21 ÷ 0,25	+
Птичь—Лучицы	8770	60	12,3	0,51	57	15,5	0,34	0,30	0,25 ÷ 0,30	—	62	15,5	0,47	61	20,7	0,49	0,38	0,25 ÷ 0,30	—
Вить—Борисовщина	782	29	0,26	0,20	27	0,33	0,82	0,16	0,36 ÷ 0,43	+	29	0,33	0,85	28	0,59	0,97	0,33	0,36 ÷ 0,47	+
Птичь—Кринка	2010	42	1,32	0,39	38	3,3	0,38	0,39	0,30 ÷ 0,36	—	43	2,94	0,41	40	4,01	0,39	0,50	0,30 ÷ 0,36	—
Уборть—Злодин	5260	38	2,50	1,72	38	4,10	0,85	0,24	0,31 ÷ 0,37	+	39	2,91	0,74	38	6,65	0,93	0,30	0,31 ÷ 0,37	+
Горинь—Речица	27000	39	26,7	0,32	39	31,1	0,40	0,21	0,31 ÷ 0,37	+	40	30,7	0,38	40	42,6	0,46	0,35	0,30 ÷ 0,36	±
Меречанка—Ставок	118	17	0,086	0,67	16	0,074	0,55	0,22	0,47 ÷ 0,57	+	17	0,12	0,48	17	0,20	0,52	0,41	0,47 ÷ 0,56	+
Словечна—Кузьмичи	914	33	0,31	0,97	33	0,57	0,84	0,39	0,34 ÷ 0,40	±	33	0,48	0,85	33	1,14	0,89	0,42	0,34 ÷ 0,41	—
Морочь—Мацкевичи	313	20	0,20	0,40	18	0,21	0,43	0,27	0,44 ÷ 0,53	+	20	0,32	0,56	20	0,39	0,77	0,20	0,45 ÷ 0,54	+
Лань—Локтыши	935	20	0,84	0,32	19	0,82	0,26	0,14	0,44 ÷ 0,52	+	20	1,11	0,31	20	1,57	0,50	0,40	0,43 ÷ 0,52	+
Случь—Новодворцы	910	37	0,31	1,00	36	0,58	0,62	0,43	0,32 ÷ 0,38	—	37	0,47	0,96	37	0,91	0,62	0,43	0,32 ÷ 0,38	—
Случь—Ленин	4260	12	4,30	0,61	11	6,11	0,51	0,49	0,56 ÷ 0,68	+	13	5,45	0,55	13	7,41	0,50	0,23	0,53 ÷ 0,64	+
Чертьень—Некра- шевка	445	34	0,11	0,66	34	0,26	0,62	0,47	0,33 ÷ 0,40	—	35	0,16	0,69	34	0,52	0,90	0,44	0,33 ÷ 0,39	—
Оресса—Верхутино	520	35	0,55	0,60	32	0,65	0,54	0,19	0,33 ÷ 0,40	+	35	0,76	0,70	34	1,02	0,64	0,32	0,33 ÷ 0,39	+

Оресса—Любань	1290	18	2,02	0,60	18	2,29	0,41	0,13	0,45 ÷ 0,56	+	18	2,63	0,58	18	3,49	0,45	0,39	0,45 ÷ 0,54	+
Оресса—Андреевка	3580	38	4,86	0,52	39	6,07	0,43	0,33	1,31 ÷ 0,37	±	39	5,84	0,51	39	8,10	0,50	0,36	0,31 ÷ 0,37	±
Ведрич—Демехи	1010	22	0,58	0,60	22	0,82	0,62	0,27	1,41 ÷ 0,49	+	22	0,89	0,78	22	1,42	0,66	0,23	0,41 ÷ 0,49	+
Ведрич—Бабичи	438	26	0,25	0,56	27	0,34	0,70	0,32	1,37 ÷ 0,45	+	26	0,40	0,72	27	0,57	0,72	0,36	0,37 ÷ 0,45	+
Уза—Прибор	680	34	0,34	0,44	33	0,40	0,55	0,22	0,33 ÷ 0,40	+	34	0,57	0,86	35	0,66	0,56	0,30	0,33 ÷ 0,39	+
Ясельда—Сенин	5110	23	3,35	0,57	22	4,85	0,76	0,28	0,40 ÷ 0,48	+	23	3,95	0,53	23	6,99	0,79	0,30	0,40 ÷ 0,48	+
Ясельда—Береза	916	28	0,59	0,86	27	0,91	0,66	0,46	0,37 ÷ 0,44	—	29	0,79	0,87	29	1,57	0,76	0,35	0,36 ÷ 0,43	+
Бобрик—Парохонск	1450	32	0,79	0,94	32	1,22	0,75	0,25	0,37 ÷ 0,41	+	33	1,20	0,85	32	1,87	0,71	0,41	0,34 ÷ 0,41	—
Цна—Дятловичи	969	14	0,34	0,79	12	0,78	0,79	0,35	0,53 ÷ 0,64	+	14	0,43	0,70	13	1,16	0,82	0,64	0,52 ÷ 0,63	—
Турья—Ковель	1480	33	0,36	1,36	34	0,64	0,81	0,41	0,33 ÷ 0,40	—	36	0,58	1,33	35	1,62	1,14	0,38	0,32 ÷ 0,39	±
Стырь—Луцк	7200	40	11,3	0,32	39	14,0	0,30	0,29	0,30 ÷ 0,37	+	41	13,7	0,32	41	20,9	0,39	0,54	0,30 ÷ 0,36	—
Радостевка—Тройца	316	12	0,24	0,56	11	0,26	0,66	0,21	0,57 ÷ 0,68	+	12	0,37	0,57	12	1,18	0,76	0,67	0,56 ÷ 0,67	—
Тня—Броники	982	24	0,092	0,82	25	0,23	1,13	0,27	0,39 ÷ 0,47	+	26	0,14	0,86	27	0,89	1,55	0,45	0,37 ÷ 0,45	—
Уж—Полесское	5690	50	2,05	0,77	48	3,05	0,53	0,28	0,29 ÷ 0,33	+	49	3,05	0,74	50	5,66	0,74	0,40	0,28 ÷ 0,33	—
Смолка—Суслов	632	22	0,065	0,68	21	0,103	1,10	0,33	0,41 ÷ 0,50	+	22	0,12	0,79	22	0,67	1,51	0,59	0,41 ÷ 0,49	—
Грезля—Давыдки	558	11	0,17	0,76	10	0,25	0,52	0,45	0,60 ÷ 0,71	+	11	0,26	0,58	11	0,80	0,90	0,64	0,58 ÷ 0,70	±

Примечания: 1. Для рек Стырь—Шуровцы, Иква—Млыновец, Стоход—Любешов, Бережанка—Рудня, Уж—Коростень, Уборть—Рудня, Уборть—Перга, не включенных в таблицу, летние и зимние минимумы оказались однородными. 2. Знаком + («плюс») обозначен случай, когда нулевая гипотеза принимается; знаком — («минус») — отвергается; ± («плюс» и «минус») — сомнительна.

и среднеквадратическими отклонениями:

$$\sigma_{W_x} = \sigma_{W_y} = \sqrt{\frac{n_x n_y (n_x + n_y + 1)}{12}}, \quad (7)$$

где $n = n_x + n_y$. Здесь n_x, n_y — объемы исследуемых выборок.

Значимость отклонения меньшей из полученных сумм, скажем W_x от \bar{W}_x , оценивается по величине u_β :

$$u_\beta > \frac{\bar{W}_x - W_x}{\sigma_{W_x}}, \quad (8)$$

где β — уровень значимости.

В настоящей работе были приняты два уровня значимости, равные 5 и 1%. При этом если вычисленные значения критериев по приведенным формулам оказывались ниже критических значений при 5%-ном уровне значимости, то нулевая гипотеза принималась. Если вычисленные значения превышали критические при 1%-ном уровне значимости, то нулевая гипотеза отвергалась. Если вычисленные значения попадали в интервал критических значений, то возможность принять нулевую гипотезу считалась сомнительной.

Опыт применения порядковых критериев для анализа гидрологических рядов [5, 6] показал, что они дают хорошо согласующиеся результаты при сравнительно небольших объемах вычислений. Критерий Колмогорова — Смирнова является одним из наиболее чувствительных критериев, а по методике построения — одним из наиболее простых. Поэтому в настоящей работе он и был использован для анализа однородности летних и зимних минимумов рек Полесья.

В табл. 1 приведены результаты проведенного анализа и даны значения максимальных разностей эмпирических обеспеченностей Δr_β и критические значения Δr_β при 1%-ном и 5%-ном уровнях значимости, вычисленные по формуле (4).

Исследования показали, что для большинства рек Полесья различие между измеренными минимальными расходами в засушливый период летом и в период устойчивых морозов незначимо. Для 40 исследованных пар (лето — зима) суточных минимумов значимым оказалось расхождение для 10 рек. Несколько худшие результаты получены для месячных минимумов. Так, из 38 исследованных пар неоднородными оказались расходы 16 рек.

Различие минимальных расходов, сформированных в летнюю и зимнюю межени, может быть следствием как различия генетических факторов, так и неодинаковой точности установления низких расходов для летнего и зимнего периодов (учет зарастаемости, ледовых явлений, выбор переходных коэффициентов от летних расходов к зимним и пр.).

Большинство пунктов с неоднородными суточными минимумами имеют достаточно длинный период наблюдения. Поэтому интересным представляется анализ однородности самих исследуемых выборок, т. е. проверка однородности выборки, например летних расходов реки Припяти у п. Мозырь, за первые годы наблюдений и последние. Такой анализ был проведен для 6 рек по летним и зимним расходам. Результаты приводятся в табл. 2 и 3.

Анализ показал, что для рек Припять у п. Мозырь и Птичь у п. Кринка неоднородными оказались выборки летних расходов, а для

Таблица 2

Река—пункт	Годы	$Q_д$				$Q_з$		
		$n_д$	$\Delta p_э$	$\Delta p_{0,05}-\Delta p_{0,01}$	Оценка H_0	$n_з$	$\Delta p_э$	Оценка H_0
Припять—Мозырь	1882—1906	25	0,52	0,39—0,46	—	25	0,16	+
	1934—1962	25				25		
Птичь—Лучицы	1895—1928	25	0,16	0,39—0,46	+	25	0,24	+
	1934—1962	25				25		
Словечна—Кузьмичи	1929—1950	16	0,44	0,48—0,58	+	16	0,44	+
	1951—1967	16				16		
Птичь—Кринка	1920—1937	18	0,53	0,46—0,55	±	17	0,18	+
	1951—1967	17				18		
Случь—Новодворцы	1926—1948	18	0,17	0,45—0,54	+	17	0,56	—
	1949—1967	18				18		
Чертьень—Некрашевка	1930—1949	17	0,29	0,47—0,56	+	17	0,18	+
	1950—1967	17				17		

Таблица 3

Река—пункт	Годы	$n_д$	$n_з$	$\Delta p_э$	$\Delta p_{0,05}-\Delta p_{0,01}$	Оценка H_0
Припять—Мозырь	1882—1906	25	25	0,48	0,39—0,46	—
	1934—1962	25	25	0,20	»	+
Птичь—Лучицы	1895—1928	25	25	0,48	»	—
	1934—1962	25	25	0,48	»	—
Словечна—Кузьмичи	1929—1950	16	16	0,44	0,48—0,58	+
	1951—1967	16	16	0,56	»	±
Птичь—Кринка	1920—1937	18	17	0,38	0,46—0,55	+
	1951—1967	17	18	0,46	»	±
Случь—Новодворцы	1926—1948	18	17	0,77	»	—
	1949—1967	18	18	0,33	0,45—0,54	+
Чертьень—Некрашевка	1930—1949	17	17	0,59	0,47—0,56	—
	1950—1967	17	17	0,41	»	+

реки случь у п. Новодворцы — зимние расходы, т. е. расходы за первые годы наблюдений и последние годы относятся к различным генеральным совокупностям.

Анализ летних и зимних суточных минимумов за периоды начальных лет наблюдений и последние годы показывает (табл. 3), что неоднородными оказались минимумы лета и зимы рек Припять, Случь и Чертьень в первые годы наблюдений, а в последние годы наблюдений летние и зимние минимумы этих рек однородны. На реках же Словечна и Случь летние и зимние минимумы были однородными в начальный период, а за последние годы наблюдений они оказались неоднородными.

Только для одной из исследованных рек (Птичь у п. Лучинцы) применяемая методика выявила, что все летние расходы принадлежат одной генеральной совокупности, а зимние — другой, т. е. будучи однород-

ными за весь период наблюдения (60 лет), летние и зимние минимумы неоднородны между собой.

Причинами различия как фазовооднородных, так и фазоворазнородных минимумов могут явиться различные факторы. Минимальные расходы рек формируются под влиянием сложного комплекса физико-географических и климатических условий. Выявление среди них факторов, обуславливающих различие между обоими минимумами, является задачей дальнейшего исследования.

Одной из причин различия летних и зимних минимумов может являться различное стояние уровней подземных вод летом и зимой. Исследование естественного режима уровней подземных вод на территории Припятского Полесья [8] показало, что амплитуды колебаний уровней подземных вод в зимний период на некоторых бассейнах меньше амплитуд колебания уровней за летне-осенний период. Это различие в высоте стояния уровней подземных вод может приводить к различным условиям дренирования подземных вод реками Полесья в летний и зимний периоды.

Различие в фазовооднородных минимумах может быть вызвано изменением условий на водосборных площадях, а также рядом других причин. Очевидно, что для каждого конкретного случая этот вопрос должен рассматриваться особо.

Известно, что статистическая неоднородность может быть обусловлена различием средних значений или рассеяния.

Критерий Колмогорова — Смирнова позволил установить различие минимальных расходов по средним значениям. Показания критерия Колмогорова — Смирнова подтверждаются критерием Манна — Уитни (табл. 4).

Таблица 4

Река—пункт	Число членов		Критерий Манна—Уитни			Критерий Фишера		
	n_1	n_2	u_x	$u_{0,05}-u_{0,01}$	Оценка H_0	$\frac{s_1^2}{s_2^2}$	$\left \frac{s_1^2}{s_2^2} \right _{0,05}$ — $\left \frac{s_1^2}{s_2^2} \right _{0,01}$	Оценка H_0
Припять—Мозырь	81	78	2,76	1,96—2,58	—	1,24	1,45—1,70	+
Птичь—Лучицы	60	57	4,54	»	—	1,36	1,55—1,85	+
Птичь—Кринка	42	38	3,01	»	—	1,50	1,70—2,12	+
Словечно—Кузьмичи	33	33	2,86	»	—	2,56	1,82—2,34	—
Случь—Новодворцы	37	36	3,60	»	—	1,35	1,75—2,21	+
Чертежь—Некрасhevка	34	34	4,06	»	—	4,58	1,80—2,30	—
Оресса—Андреевка	38	39	3,50	»	—	1,07	1,71—2,14	+
Ясельда—Береза	28	27	2,28	»	±	1,38	1,88—2,47	+
Турья—Ковель	33	34	5,22	»	—	1,12	1,82—2,34	+
Вырка—Сварыни	20	18	2,88	»	—	2,09	2,15—3,00	+

Для исследования однородности выборок по характеру рассеяния (стандартным отклонениям) можно применить критерий Фишера, так как исследуемые выборки суточных минимумов имеют распределения, близкие к нормальному.

Результаты проверки гипотезы однородности по критерию Фишера (табл. 3) также показали, что неоднородность суточных минимумов рек Полесья обусловлена различиями средних значений, так как большинство выборок (8 из 10 проверенных) по характеру рассеяния однородны.

Таким образом, проведенное исследование позволило установить, что для рек Полесья большая часть летних и зимних минимумов (суточных и месячных) однородна и они могут быть объединены в один статистический ряд.

Объединение летних и зимних минимальных расходов в одну совокупность увеличивает объем информации, что приводит к повышению точности оценок параметров объединенной совокупности по сравнению с параметрами составляющих ее выборок. Однако существенное увеличение объема информации достигается только при объединении корреляционно не связанных или слабо связанных рядов.

Для исследования этого вопроса были вычислены коэффициенты корреляции между зимними и летними минимумами, сопряженными в последовательности зима — последующее лето. Для такого сопряжения коэффициенты корреляции больше, чем для сопряжения лето — последующая зима [6], но тем не менее коэффициенты корреляции оказались низкими. Примерно для одной трети исследуемых выборок они получились отрицательными.

В табл. 5 показано число рек с различными величинами коэффициентов корреляции между минимальными зимними и летними расходами.

Таблица 5

Число рек с коэффициентом корреляции в интервалах r					Общее число рек
< 0	0—0,19	0,20—0,39	0,40—0,59	$> 0,60$	

Для суточных расходов

10 | 7 | 9 | 3 | 1 | 30

Для месячных расходов

8 | 9 | 3 | 2 | — | 22

Определяя тесноту связи для выборок сравнительно малых объемов и низкой тесноты связи, нельзя избежать элемента случайности в полученных значениях r , т. е. отличное от 0 выборочное значение r может быть случайным. Иными словами, выдвигается нулевая гипотеза об отсутствии корреляции между исследуемыми выборками.

Проверка значимости различия между значениями коэффициентов корреляции двух эмпирических совокупностей может производиться по критерию [4, 7]:

$$u_{z_1-z_2} = \frac{|z_1 - z_2|}{S_{z_1-z_2}} > u_{\beta}, \tag{9}$$

где z_1, z_2 — вспомогательная величина, взаимно однозначно связанная с r_1 и r_2 (коэффициентами корреляции сравниваемых совокупностей),

$$z = \frac{1}{2} \ln \frac{1+r}{1-r}; \tag{10}$$

u_{β} — критические значения;

$$S_{z_1-z_2} = \sqrt{\frac{1}{n_1-3} + \frac{1}{n_2-3}}. \quad (11)$$

Здесь n_1, n_2 — объемы совокупностей.

Проверка гипотезы об отсутствии корреляции между выборками равносильна проверке значимости различия между вычисленным r_1 и теоретическим $r_2=0$. Поскольку в теоретической совокупности предполагается $n=\infty$, то $z_2=0$ и $S_{z_1-z_2} = \frac{1}{\sqrt{n_1-3}}$. Выражение (11) можно записать так:

$$z_1 \sqrt{n_1-3} > u_\beta \quad (12)$$

или

$$z_1 > \frac{u_\beta}{\sqrt{n_1-3}}.$$

Таким образом, можно указать область критических значений z_1 для различных уровней значимости β и объемов выборок n . Так как z_1 однозначно связана с r , то критическая область может быть указана непосредственно для r . Критические значения коэффициентов корреляции приводятся в таблицах [4] для различных β и $(n-1)$. Нами приняты 1% - и 5% -ные уровни значимости. При этом считалось, что выборочный коэффициент корреляции значимо отличен от 0, если $|r| > r_{0,01}$; отклонение от 0 случайно, если $|r| < r_{0,05}$; значимость отклонения от 0 сомнительна, если $r_{0,05} \leq |r| \leq r_{0,01}$.

Значимыми оказались коэффициенты корреляции в 2 случаях из 52, значимость коэффициентов корреляции оказалась сомнительной в 5 случаях, и для 45 пар выборок из 52 исследованных корреляционная связь между вариантами не обнаружена.

Проведенное исследование показало, что минимальные суточные и среднемесячные расходы летней и зимней межени рек Полесья являются корреляционно независимыми, что показывает правомерность применения к ним критериев различия.

Объединение однородных корреляционно независимых величин в один статистический ряд приводит к увеличению объема информации почти в два раза, что позволяет более точно определить параметры кривых распределений. Методы определения точности и надежности выборочных параметров кривых распределения, основанные на построении доверительных интервалов для выборочных параметров, показывают, что увеличение объема информации в два раза приводит к сужению доверительного интервала почти в полтора (точнее $\sqrt{2}$) раза, т. е. точность выборочных параметров существенно повышается.

Выводы

1. Генезис летних и зимних минимальных расходов рек на территории Полесья позволяет считать их однородными для каждой отдельно взятой реки.

2. Статистический анализ однородности минимумов, произведенный с помощью критериев различия, показал, что большая часть рек имеет однородные летние и зимние минимумы.

3. Летние и зимние минимальные расходы являются корреляционно независимыми. Объединение их (для каждой отдельно взятой реки) в один статистический ряд приводит к увеличению объема информации, что позволяет более точно определить параметры кривых распределения минимальных расходов воды.

Литература

1. Б. Л. Ван дер Варден. Математическая статистика. М., 1960.
2. Н. В. Смирнов, И. В. Дунин-Барковский. Краткий курс математической статистики для технических приложений. М., 1959.
3. Л. Н. Бошев, Н. В. Смирнов. Таблицы математической статистики. М., 1965.
4. В. Ю. Урбах. Статистические методы в биологии и медицине. М., 1963.
5. М. Г. Красник, И. М. Лившиц. Опыт применения порядковых критериев при анализе гидрологических рядов. Сб. «Многолетние колебания стока и вероятностные методы его расчета». М., 1967.
6. М. Г. Красник, И. М. Лившиц. Расчет многолетних колебаний минимального стока. Сб. «Водное хозяйство Белоруссии». Вып. 1. Минск, 1971.
7. А. К. Митропольская. Техника статистических исчислений. М., 1971.
8. М. Ф. Козлов. Закономерности естественного режима подземных вод Припятского Полесья. Сб. «Режим и баланс подземных вод». Вып. 2. Минск, 1967.