

УДК 535+537.86

## ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ МОДЕЛИ КВАНТОВОГО ГАРМОНИЧЕСКОГО ОСЦИЛЛЯТОРА В КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ СВЕТА

Невдах В. В.

Белорусский национальный технический университет  
Минск, Республика Беларусь

**Аннотация.** Анализируется обоснованность используемого в квантовой теории света представления свободного электромагнитного поля как набора собственных типов колебаний или мод, каждой из которых ставится в соответствие квантовый гармонический осциллятор. Показано, что моды свободного электромагнитного поля не являются гармоническими осцилляторами.

**Ключевые слова:** квантовая теория света, свободное электромагнитное поле, мода поля, гармонический осциллятор.

## ABOUT USING THE QUANTUM HARMONIC OSCILLATOR MODEL IN QUANTUM THEORY OF LIGHT

Nevdakh V.

Belarusian National Technical University  
Minsk, Republic of Belarus

**Abstract.** The validity of the representation of the free electromagnetic field used in the quantum theory of light as a set of eigentypes of oscillations or modes, each of which is associated with a quantum harmonic oscillator, is analyzed. It is shown that free electromagnetic field modes are not harmonic oscillators.

**Key words:** quantum theory of light, free electromagnetic field, mode field, harmonic oscillator

Адрес для переписки: Невдах В. В., пр. Независимости, 65, г. Минск 220113, Республика Беларусь  
e-mail: nevdakh@bntu.by

Понятие собственных типов колебаний или мод резонатора является одним из основных понятий в физике лазеров. В квантовой теории света (излучения) свободное электромагнитное поле представляется как набор мод, каждой из которых ставится в соответствие квантовый гармонический осциллятор [1]. В работе анализируется обоснованность такого представления.

Гармоническим осциллятором в классической теории называют механическую систему, совершающую гармонические колебания. Примером может служить пружинный маятник – пружина с коэффициентом упругости  $k$ , прикрепленная к точечному грузу массой  $m$ . После снятия действовавшей на маятник упругой силы (в одномерном случае)  $F = kx$ , маятник совершает гармонические колебания, описываемые выражением [2]

$$x(t) = x_0 \cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right), \quad (1)$$

где

$$\sqrt{\frac{k}{m}} = \omega \quad (2)$$

циклическая частота;  $x_0$  – величина начальной деформации.

Работа внешней силы  $F$  по деформации пружины сохраняется в виде потенциальной энергии пружины, описываемой выражением

$$E_{pot}(t) = \frac{kx^2(t)}{2} = \frac{1}{2}kx_0^2 \cos^2\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right). \quad (3)$$

При движении маятника его потенциальная энергия переходит в кинетическую, величина которой определяется выражением

$$E_{kin}(t) = \frac{1}{2}m\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 = \frac{1}{2}kx_0^2 \sin^2\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right). \quad (4)$$

Из выражений (3) и (4) следует, что полная энергия маятника в любой момент времени, определяемая выражением

$$E(t) = E_{kin}(t) + E_{pot}(t) = \frac{1}{2}kx_0^2, \quad (5)$$

является величиной постоянной.

Из (3)–(5) следует, что в незатухающем классическом гармоническом осцилляторе через каждые четверть периода колебаний происходит полное преобразование потенциальной энергии в кинетическую и обратно, а его полная энергия в любой момент времени и в любой точке есть величина постоянная, равная максимальной потенциальной или кинетической энергии осциллятора.

Рассматриваемые в квантовой теории света собственные типы колебаний или моды электромагнитного поля являются стоячими волнами, образованными при интерференции бегущих волн в выбранном и обратном направлениях.

В классической теории излучения электромагнитная волна, распространяющаяся в вакууме, например, вдоль оси  $z$ , описывается выражениями для составляющих ее колебаний напряженностей электрического и магнитного полей в виде [3]

$$E_x = E_{x0} \cos(\omega t - kz) \quad (6)$$

и

$$H_y = -H_{y0} \sin(\omega t - kz), \quad (7)$$

где  $\omega$  – циклическая частота,  $k = 2\pi/\lambda$  – волновой вектор,  $\lambda$  – длина волны. Амплитуды колебаний полей связаны между собой соотношением

$$\sqrt{\varepsilon_0} E_{x0} = \sqrt{\mu_0} H_{y0}, \quad (8)$$

а величины  $\omega$  и  $k$  соотношением

$$\frac{\omega}{k} = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}} = c, \quad (9)$$

где  $\varepsilon_0$  и  $\mu_0$  – электрическая и магнитная постоянные вакуума;  $c$  – скорость света в вакууме. Плотность энергии электрического поля волны (6) описывается выражением

$$w_E(t, z) = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E_{x0}^2 \cos^2(\omega t - kz), \quad (10)$$

а плотность энергии магнитного поля волны (7) – выражением

$$w_H(t, z) = \frac{1}{2} \mu_0 H_{y0}^2 \sin^2(\omega t - kz). \quad (11)$$

Из (10) и (11) с учетом (8) следует, что в бегущей электромагнитной волне, описываемой выражениями (6) и (7), колебания плотностей энергии электрического и магнитного полей имеют одинаковые амплитуды, происходят во времени со сдвигом на четверть периода волны и в пространстве со сдвигом на четверть длины волны. В бегущей волне без потерь через каждые четверть периода колебаний происходит полное преобразование энергии электрического поля в энергию магнитного поля и обратно. Из (10) и (11) также следует, что плотность полной энергии такой волны без потерь является величиной постоянной

$$w = w_E + w_H = w_E^{max} = w_H^{max} = const. \quad (12)$$

Таким образом, изменения плотности энергии электрической и магнитной компонент бегущей электромагнитной волны без потерь, а также плотности ее полной энергии, происходят аналогично изменениям кинетической, потенциальной и полной энергии механического гармонического осциллятора. Следовательно, бегущую электромагнитную волну без потерь можно рассматривать как гармонический осциллятор.

Электрические и магнитные составляющие стоячих электромагнитных волн описываются выражениями [3]

$$E_{cm} = (2E_0 \cos kz) \cos \omega t \quad (13)$$

и

$$H_{cm} = -(2H_0 \cos kz) \sin \omega t. \quad (14)$$

Плотность энергии электрического поля стоячей волны описывается выражением

$$w_E(t, z) = (2\varepsilon_0 E_0^2 \cos^2 kz) \cos^2 \omega t, \quad (15)$$

а плотность энергии ее магнитного поля – выражением

$$w_H(t, z) = (2\mu_0 H_0^2 \cos^2 kz) \sin^2 \omega t. \quad (16)$$

Из (15) и (16) следует, что плотность полной энергии стоячей электромагнитной волны описывается выражением

$$w = w_E(t, z) + w_H(t, z) = 2\varepsilon_0 E_0^2 \cos^2 kz = 2\mu_0 H_0^2 \cos^2 kz = w(z). \quad (17)$$

Из (13)–(17) видно, что в полученной результирующей волне напряженности и плотности энергии электрического и магнитного полей колеблются во времени со сдвигом по фазе на  $\pi/2$ , через интервалы времени  $\Delta t = T/4$  происходит полное преобразование энергии электрического поля в энергию магнитного поля и наоборот, и в волне без потерь полная энергия остается постоянной во времени. Однако в пространстве, напряженности электрического и магнитного полей колеблются в одинаковой фазе, в результате чего плотности энергии электрического и магнитного полей, а также полная энергия волны являются функциями координаты: есть точки в пространстве, в которых напряженности и плотности энергии обоих полей волны всегда равны нулю – это узлы, и точки, в которых напряженности и плотности энергии обоих полей всегда имеют максимальное значение – это пучности. Переноса энергии в пространстве в такой стоячей волне не происходит. Следовательно, из-за неоднородности распределения плотности полной энергии по координате (пространству) стоячая электромагнитная волна, в отличие от бегущей волны, не может рассматриваться как гармонический осциллятор.

Таким образом, в работе показано, что одно из основных положений квантовой теории света о том, что свободное электромагнитное поле может быть представлено как набор собственных типов колебаний или мод, каждой из которых ставится в соответствие квантовый гармонический осциллятор, является физически необоснованным и некорректным.

#### Литература

1. Скалли, М. О. Квантовая оптика / М. О. Скалли, М. С. Зубайри. – М.: Физматлит, 2003. – 512 с.
2. Holiday, D. Fundamentals of physics / D. Holiday, R. Resnick, J. Walker. – John Wiley & Sons, 2010. – 1330 p.
3. Невдах, В. В. Наука и техника / В. В. Невдах. – 2022. – Т. 21, № 3. – С. 222–228.