

РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДИКИ РАСЧЕТА ИЗНОСА ЗУБЬЕВ ЗУБЧАТОГО КОЛЕСА ИЗ ВОЛОКНИСТОГО КОМПОЗИЦИОННОГО МАТЕРИАЛА

Можаровский В. В.¹, Кузьменков Д. С.¹, Василевич Ю. В.²,
Киргинцева С. В.¹

¹Гомельский государственный университет имени Франциска Скорины,
Гомель, Беларусь,

²Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь

Введение. В применяемой практике машиностроения одной из актуальных задач является создание и использование материалов, которые отличались бы своей износостойкостью и долговечностью, что значительно влияет на экономическую составляющую изготовления и эксплуатацию деталей элементов конструкций. Это, в свою очередь, требует разработки более детального подхода к новым алгоритмам расчета, базирующихся на современном программном обеспечении, которое позволит выбрать оптимальные свойства композиционных материалов.

В работе рассмотрена реализация алгоритма и методики расчета износа зубьев зубчатого колеса из волокнистого композиционного материала. Теоретической основой реализации поставленной задачи является решение о контактном взаимодействии ортотропных цилиндров, которые моделируют контакт зубьев зубчатых колес [1–5]. Следует отметить, что расчет параметров контакта (зон контакта, напряжений, износа и т. д.) применительно к работе таких передач, как зубчатые колеса из композитов, является многопрофильным, включает расчеты, связанные с напряжениями зубьев и трибологическими отказами, такими как износ. Для автоматизации процесса расчета на износ зубьев, т. е. элементов деталей машин, необходимо создавать современные компьютерные программы, по которым легко прогнозировать и определять ресурс работы такой передачи, делать визуализацию результатов расчета в виде графических зависимостей, таблиц и т. д. Методика расчета износа зубьев зубчатого колеса из композита состоит из нескольких этапов:

1. Решение контактной задачи о взаимодействии цилиндрических тел (в случае плоской деформации), которая моделирует контакт зубьев зубчатых колес с целью определения параметров контакта, т. е. размера площадки контакта, деформаций и т. д. При этом можно рассматривать разные варианты контакта двух цилиндров, а именно: изотропный с ортотропным (композит); ортотропный с ортотропным; два изотропных.

2. Построение теории для расчета изношенного слоя зуба зубчатого колеса, в том числе из волокнистого композиционного материала.

3. Создание компьютерной программы, которая определяет координаты точек профиля зуба цилиндрического зубчатого колеса в торцевом сечении.

4. Тестирование программы на известных примерах, определяющих износ зубьев металлических зубьев зубчатых колес.

5. Произвести расчет линейного износа зубчатого колеса из композита и сделать визуализацию расчета в виде рисунка или таблицы.

Теория расчета износа слоя материала зуба зубчатого колеса.

В основу теории износа зубьев из различных материалов, при их контактном взаимодействии, положена концепция о расчете пути трения на площадке контакта за один цикл зацепления. В этом случае необходимо иметь решение упругой задачи о нахождении параметров контакта, т. е. площадок контакта, перемещений, напряжений и т. д., при статическом контакте цилиндров. При решении контактной задачи для изотропных цилиндров используется теория Герца. Если же контактируют зубья из волокнистых композиционных материалов, то применяется решение контактной задачи для анизотропных тел. Действительно, теория для описания первого этапа решения уже имеется, используем задачу о взаимодействии ортотропных цилиндров, которая представлена в монографии [1]. Согласно этому решению величину зоны контакта определяется по уравнению

$$a = \sqrt{\frac{2PR_1R_2}{\pi M(R_1 + R_2)}}, \quad (1)$$

где $M = 1 / ([(\beta_1 + \beta_2)S_{22}]^{(1)} + [(\beta_1 + \beta_2)S_{22}]^{(2)})$;

R_1 и R_2 – радиусы контактирующих цилиндров;

P – линейная сила прижатия цилиндров.

Входящие в уравнение коэффициенты S_{ij} при плоской деформации равны:

$$S_{22} = \frac{1 - \nu_{32}\nu_{23}}{E_2}; \quad S_{12} = \frac{-\nu_{12} - \nu_{13}\nu_{31}}{E_1}; \quad S_{66} = \frac{1}{G_{12}}, \quad (2)$$

где E_j , G_{12} , ν – технические постоянные материала (модули упругости и коэффициенты Пуассона), индексы i, j принимают значения 1, 2;

$$\beta_i = 1 / \gamma_i, \gamma_i = \sqrt{\frac{S_{66} + 2S_{12} \pm \sqrt{(S_{66} + 2S_{12})^2 - 4S_{11}S_{22}}}{2S_{11}}}.$$

Эти технические постоянные (модули упругости E (МПа), коэффициенты Пуассона ν и модули сдвига G (МПа)) характеризуют различные направления и вычисляются по зависимостям по правилу смесей (здесь и далее считаем, что модули упругости направлены по главным осям анизотропии):

$$E_1 = VE_f + (1-V)E_m, \quad E_2 = \frac{E_m(1+\eta V)}{1-\eta V}, \quad G_{12} = G_m \frac{G_f(1+V) + G_m(1-V)}{G_f(1-V) + G_m(1+V)}, \quad (3)$$

$$\eta = (E_f - E_m) / (E_f + E_m);$$

$$\nu_{12} = \nu_{13} = V\nu_f + (1-V)\nu_m, \quad \nu_{21} = \nu_{31} = (E_2 / E_1)\nu_{12}, \quad \nu_{23} = \nu_{32} = 1 - \nu_{21} - E_2 / (3K),$$

$$K = K_f K_m / (VK_m + (1-V)K_f), \quad K_f = E_f / (3 - 6\nu_f), \quad K_m = E_m / (3 - 6\nu_m);$$

индексы f и m обозначают волокно и матрицу соответственно; V – объемное содержание волокна в матрице материала; K_f, K_m – объемные модули упругости волокна и матрицы.

В области расчета износа элементов деталей машин, а именно теории определения линейного износа зубьев зубчатых колес, хорошо известны работы профессора Крагельского И. В. и его учеников. Так, например, формула для определения интенсивности износа изотропных зубьев шестеренки и колеса имеет вид [6]

$$I = \frac{h\nu_{1,2}}{2,25\sqrt{P_n(\Theta_1 + \Theta_2)}R_{\text{пр}}\nu_{\text{ск}}nzt},$$

где h – износ по результатам эксперимента (далее следуя работе [6] запишем основные обозначения и применяющиеся формулы); $\nu_{1,2}$ – скорость качения $\nu_{ks} = \omega_s R_{ns}$; $\nu_{kk} = \omega_k R_{nk}$; здесь ν_{ks} и ν_{kk} – скорости качения отстоящих поверхностей ножек зубьев шестерни и колеса, см/с; ω_s и ω_k – угловые скорости шестерни и колеса, 1/с; R_{ns} и R_{nk} – радиусы кривизны в ножках зубьев шестерни и колеса, см, $R_{ns} = R_s - l_k$, $R_{nk} = R_k - l_s$, R_s и R_k – радиусы кривизны зубьев шестерни и колеса в полюсе зацепления, см, $\theta_i = (1 - \nu_j^2) / E_j, j = 1, 2$.

$$R_s = \frac{A \sin \alpha}{(i+1)}; \quad R_k = iR_s,$$

где A – межцентровое расстояние, см; i – передаточное число; приняв как в работе [6] l_s и l_k – расстояния по линии зацепления, проходимые точкой контакта зубьев за период, в течение которого находятся в зацеплении головки зубьев шестерни и колеса, см; α – угол зацепления.

$$l_s = \frac{h'_s}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{d'_s}{h'_s} \sin \alpha \right)^2 + 4 \left(\frac{d'_s}{h'_s} + 1 \right)} - \frac{d'_s}{h'_s} \sin \alpha \right],$$

$$l_k = \frac{h'_k}{2} \left[\sqrt{\left(\frac{d'_k}{h'_k} \sin \alpha \right)^2 + 4 \left(\frac{d'_k}{h'_k} + 1 \right)} - \frac{d'_k}{h'_k} \sin \alpha \right],$$

где h'_s и h'_k – высота головки зубьев шестерни и колеса, см; d_s и d_k – диаметры шестерни и колеса, см; $P_n = \frac{2M_{кр}k}{bd_s \cos \alpha}$, здесь $M_{кр}$ – крутящий момент на валу зубчатого колеса, кгс см; k – коэффициент, учитывающий динамические нагрузки; b – ширина зуба, см; $R_{пр} = \frac{R_s R_k}{R_s + R_k}$; $v_{ск}$ – по формуле $v_{скс} = (\omega_s + \omega_k)l_k$; $v_{скк} = (\omega_s + \omega_k)l_s$; $v_{скс}$ и $v_{скк}$ – скорости скольжения в ножках зубьев шестерни и колеса, см/с; $N = nzt$ – количество циклов зацепления, z – количество пар зацепления ($z=1$); t – время работы, мин.

Методика расчета износа зубьев зубчатого колеса из волокнистого композиционного материала. При разработке алгоритма расчета износа зубьев зубчатого колеса из композита необходимо выполнять следующие пункты:

а) рассчитываются координаты характерных точек зуба.

Строится профиль зуба. Согласно предложенной теории по этапам 1, 2 и работе [6] получим формулу для определения линейного износа зубьев зубчатого колеса из композита при заданной интенсивности износа I :

$$h = 2av_{ск}nztI / v, \text{ здесь } a \text{ определяется по формуле (1);}$$

б) для каждого типа материала определяется величина износа h_I . Задавая I_h – безразмерная характеристика износа (вычисляется из эксперимента). Для отработки методики расчета рассмотрим простейший пример.

Пример 1. Пусть зубчатая передача без смазки выполнена из шестерни из композита, состоящего из полиамидной матрицы и стеклянных волокон

с модулями упругости $E_m = 3500$ МПа, $E_f = 85\,000$ МПа, коэффициентами Пуассона $\nu_m = 0,35$, $\nu_f = 0,2$, модулями сдвига $G_m = 1300$ МПа, $G_f = 35\,420$ МПа, с различным процентным содержанием волокон, зацепляется с таким же колесом. Например, по вышеприведенным зависимостям сделан расчет механических постоянных коэффициентов материала (орто-тропного) для шестерни и колеса из композита процентным содержанием волокон $V = 40\%$, $E_1 = 36\,100$ МПа; $\eta = 0,92$; $E_2 = 7582$ МПа; $G_{12} = 1893,47$ МПа; $\nu_{12} = \nu_{13} = 0,29$; $\nu_{21} = \nu_{31} = 0,06$; $K_f = 47\,220$ МПа; $K_m = 38\,890$ МПа; $K = 61\,440$ МПа; $\nu_{23} = \nu_{32} = 0,56$. Зубчатая передача имеет следующие геометрические размеры в общепринятых обозначениях и режим работы: $m = 4$, $z_s = 23$, $z_k = 23$, $A = 92$ мм, $\alpha = 20^\circ$, $b = 20$ мм, $d_s = 92$ мм, $d_k = 92$ мм, $M_{кр} = 8,7$ кгс см; $n_s = 2000$ об/мин, $i = 1$. По результатам испытаний износ зубьев шестерни и колеса определялся числом циклов нагружения $N_s = 4,15 \cdot 10^7$. Необходимо определить изнашивание зубьев h при заданной интенсивности изнашивания $I_s = 4,1 \cdot 10^{-8}$.

Таблица 1 – Исходные данные

Параметры	ω , с ⁻¹	R , мм	l , мм	R_n , мм	v_k , мм/с	P_n , кгс/мм	$R_{пр}$, мм	$v_{ск}$, мм/с
Шестерня	209,44	15,7	2,72	13	2725	0,1761	7,87	1139

Возьмем интенсивность изнашивания зуба шестерни $I_s = 4,1 \cdot 10^{-8}$. Используя приведенные ранее формулы (1)–(3) и зависимость $h = 2a v_{ск} n z t I / v$ для определения износа зубьев из композита, строим график о влиянии объемного содержания волокон на величину износа (рисунок 1).

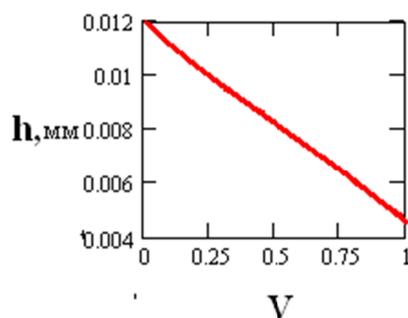


Рис. 1. Пример изменения износа зуба зубчатого колеса из композита в зависимости от объемного содержания волокна в матрице

Из анализа результатов расчета следует, что величина износа практически линейно зависит от объемного содержания волокна в матрице.

Расчет координат точек профиля зуба цилиндрического зубчатого колеса в торцевом сечении. Представим расчет координат точек профиля зуба в *Excel* согласно работе [7] (алгоритм и программу создал Александр Воробьев и опубликовал в интернете, *profil-zuba*). Для построения программы в среде *Delphi* износа зубьев зубчатого колеса из композита, нужно уметь автоматически строить профиль зуба зубчатого колеса. Для этого

воспользуемся методикой расчета координат точек профиля зуба в *Excel*, предложенной в [7]. Сначала протестируем эту методику на примерах, приведенных в работах [6; 7]. Вводим исходные данные как в таблице [7]. Часть профиля зуба – это эвольвента основной окружности диаметром db . Вторая часть профиля зуба – переходная кривая от эвольвенты до диаметра впадин. Выбираем количество точек каждой из кривых для своего примера равное, например, 100.

Программа, представленная в [7], в *Excel* была протестирована, и была также написана программа в среде *Delphi*, реализующая алгоритм построения профиля зуба. Результаты представлены в табличной и графической форме (рисунок 2). Полученные значения полностью соответствуют расчетам в *Excel*.

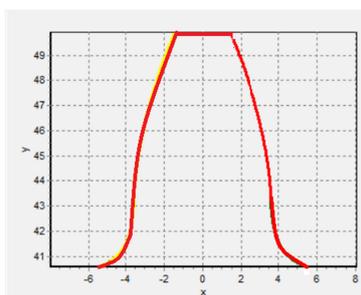


Рис. 2. Профиль зуба для примера 1

На основании разработанной программы, а также используя работу [6], в которой делается расчет износа зубьев для изотропных тел, была построена и реализована автоматизированная методика расчета износа зуба. Например, рассмотрим расчет износа зубьев зубчатого колеса по созданной программе.

Пример 2. [6]. Зубчатая передача без смазки выполнена из специальной металлокерамики ($E_{1,2} = 1,6 \cdot 10^6$ кгс/см²), имеет следующие геометрические размеры в общепринятых обозначениях и режим работы: $m = 1$, $z_s = 22$, $z_k = 74$, $A = 48$ мм, $\alpha = 20^\circ$, $b = 3$ мм, $d_s = 22$ мм, $d_k = 74$ мм, $M_{кр} = 3,5$ кгс см; $n_s = 4000$ об/мин. По результатам испытаний износ зубьев шестерни и колеса был $h_s = 0,31$ мм, $h_k = 0,2$ мм, число циклов нагружения $N_s = 4,15 \cdot 10^7$, $N_k = 1,24 \cdot 10^7$. Требуется определить изнашивание зубьев при заданной интенсивности изнашивания. Используя приведенные формулы, получаем:

Таблица 2 – Исходные данные [6] совпадают с вычисленными

Параметры	ω , с ⁻¹	R , мм	l , мм	R_n , мм	v_k , мм/с	P_n , кгс/мм	$R_{пр}$, мм	$v_{ск}$, мм/с
Шестерня	418,67	3,8	2,3	1,1	460,6	1,975	2,9	1466,5
Колесо	124,47	12,7	2,7	10,4	1294,5			1249

Интенсивность изнашивания зуба шестерни $I_s = 4,1 \cdot 10^{-8}$, зуба колеса $I_k = 29,5 \cdot 10^{-8}$.

Написана программа в среде *Delphi*, реализующая алгоритм расчета износа зубьев. Результаты представляются в табличной и графической форме. Полученные значения полностью соответствуют расчетам из примера. Толщина изношенного слоя получилась, как в примере $h_s = 0,31$ мм, $h_k = 0,2$ мм.

Далее, на основании разработанных теорий контактного взаимодействия анизотропных тел, строится методика и программа расчета износа зубчатого колеса из волокнистого композиционного материала.

Заключение. Износ контактирующих зубьев зубчатых колес зависит от множества факторов. Влияние всех факторов в предлагаемой модели одновременно учесть затруднительно. Поэтому в работе приводятся примеры для расчета износа зубьев с целью описания методики и иллюстрации работы компьютерной программы. Для инженерного расчета необходимо проводить экспериментальные исследования для определения интенсивности изнашивания различных контактирующих волокнистых материалов. Таким образом, в результате выполнения данной работы была написана программа в среде *Delphi*, позволяющая строить профиль зубьев зубчатых колес, определять зону контакта взаимодействующих зубьев зубчатых колес, вычислять толщину изношенного слоя, учитывать расположение волокон в матрице композиционного материала на параметры износа.

ЛИТЕРАТУРА

1. Можаровский, В. В. Прикладная механика слоистых тел из композитов / В. В. Можаровский, В. Е. Старжинский. – Минск : Наука и техника, 1988. – 280 с.
2. Autear, K. K. Mechanics of Composite Materials / K. K. Autear. – 2nd ed. – Taylor & Francis Group, Boca Raton, Florida, 2006. – 473 p.
3. Белый, В. А. Металло-полимерные зубчатые передачи / В. А. Белый, В. Е. Старжинский, С. В. Щербаков. – Минск : Наука и техника, 1981. – 352 с.
4. Bhandari, V. V. Design of machine elements / V. V. Bhandari. – Tata McGraw-Hill Education, 2010. – 903 p.
5. Джонсон, К. Механика контактного взаимодействия / К. Джонсон. – М. : Мир, 1989. – 510 с.
6. Трение, изнашивание и смазка : справочник : в 2-х кн. / под редакцией И. В. Крагельского. – Машиностроение, 1978. – 358 с.
7. Как построить точный профиль зуба в Excel : [сайт]. – URL : <http://al-vo.ru/mekhanika/profil-zuba.html>. (дата обращения: 10.11.2023).

Поступила: 14.03.2024