УДК 621.039

РАСЧЕТА ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ ТЕЛ СФЕРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

Ширвель П. И., Глембоцкий А. В.

Белорусский национальный технический университет

Ряд технических решение предполагает использование малых тел сферической формы в сборке с радиальной прокачкой теплоносителя. Это позволяет реализовать техническое изделие с минимальными возможными габаритами и газодинамическим сопротивлением. Как привило, сборки с радиальной раздачей теплоносителя представляют собой систему двух коаксиально расположенных цилиндрических кожухов с перфорированными стенками. Принципиальная схема сборки малых сферических тел представлена на рисунке 1 [1].

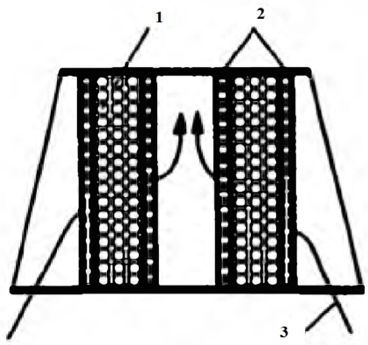

Рис. 1. Схема сборки с радиальной раздачей теплоносителя

Надежность работы сборки рассматриваемого типа в первую очередь обусловлено условиями работы малых тел сферической формы под воздействием температурных поле. В данных системах теплообмен связан с особенностью формирования гидродинамических условий. Течение теплоносителя через сборку малых тел сферической формы является сложным процессом, который обусловлен наличием областей с отрывом течения в связи с зависимостью теплофизических характеристик потока от температуры и геометрией каналов для прохода теплоносителя. Так как касание малых тел сферической формы между собой и со стенками сборки вызывают изменения сечения для прохода теплоносителя приводящие к образованию турбулентного, затем и отрывного вихревого течения.

На рисунке 2 приведены экспериментальные зависимости распределения температуры по поверхности малых тел сферической формы первого и второго рядов в винтовой укладке, близкой к кубической [1].

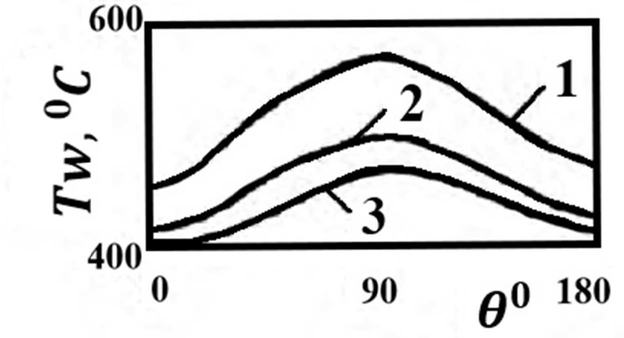

Рис. 2. Зависимость распределения температуры по поверхности одиночного твэла, обдуваемого струей диаметром 20 мм, от числа Рейнольдса, равного 5600 (1), 9900 (2), 14 600 (3)

Средняя температура первого ряда оказалась ниже, температурная неравномерность выше, чем у второго ряда. Это объясняется тем, что у второго ряда отсутствует точка с минимумом температуры, а сам твэл охлаждается теплоносителем с большой температурой [1].

Таким образом условия эксплуатации малых тел сферической формы требуют учитывать в граничных условия неравномерность распределения температуры по поверхности. Температурные поля в малых телах сферической формы можно задать либо в виде некоторой функции, установленной эмпирическим путем, либо путем решения задачи теплопроводности с внутренними источниками тепловыделения. В последнем случае температурное поле сферического твэла описывается уравнениями теплопроводности.

Диффузионные уравнения типа Фика для переноса массы по молекулярному механизму (диффузия), Фурье для поверхностной плотности теплового потока, Ньютона для касательных напряжений и др. заложена бесконечная скорость распространение возмущений, что приводит к парадоксу. Следовательно, в нестационарных процессах законы распространения потенциалов не подчиняются строго перечисленным выше законам ввиду отсутствия в них параметров, учитывающих конечную скорость распространения возмущений.

С учетом инерционности теплового потока во времени была предложена формула для теплового потока:

$$q = -\lambda \nabla T - \tau_r \frac{\partial q}{\partial t}, \tag{1}$$

на основе которой выводится классическое гиперболическое уравнение вида

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \tau_r \frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = \alpha \Delta T, \tag{2}$$

где α – коэффициенты температуропроводности материалов, $q(r,\varphi,\theta)$ – объемное тепловыделение,

$$\Delta = \nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2(\varphi)}\frac{\partial^2}{\partial \theta^2} + \frac{1}{r}\left(2\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\mathrm{ctg}(\varphi)}{r}\frac{\partial}{\partial \varphi}\right). \quad (2)$$

При малых давлениях газа величина мала, а средняя длина свободного пробега молекулы, от которой зависит эта величина, значительно увеличивается. Поэтому первым членом уравнения можно пренебречь. Тогда получаем дифференциальное уравнение распространения тепла, совпадающее с гиперболическим волновым уравнением:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial t^2} = \omega_r^2 \Delta T + +q(r, \phi, \theta), \quad (3)$$

где $\omega_r^2 = {}^{\alpha}/_{\tau_r}$, $q(r,\varphi,\theta)$ – объемное тепловыделение.

$$\omega_r^2 \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \phi^2} + \frac{1}{r^2 \sin^2(\phi)}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}\right) + F(r, \phi, \theta) = \frac{\partial^2 T}{\partial t^2}, \quad (4)$$

где $F_3 = \frac{\alpha_3}{r}\left(2\frac{\partial T^3}{\partial r} + \frac{\mathrm{ctg}(\varphi)}{r}\frac{\partial T^3}{\partial \varphi}\right) + q(r,\varphi,\theta)$.

Полученные системы уравнений необходимо дополнить начальными и краевыми условиями. В качестве условия в центре сферы берется условие симметрии, когда $\frac{\partial T(0,\phi,\theta)}{\partial r} = 0$. В ту же очередь условия на поверхности сферы могут быть заданные различными способами:

1. Задано распределение температуры на поверхности сферы в любой момент времени на основание проведенных натурных экспериментов. В частном случае установившегося теплообмена $T_n(t) = \mathrm{const}$, где $T_n(t)$ – температура на поверхности сферы.

2. Задание плотности теплового потока для каждой точки поверхности сферы, как функции времени.

3. Закон конвективного теплообмена между поверхностью сферы и рабочим телом при постоянном потоке тепла (стационарный случай). В нестационарных процессах и потоком жидкости зависит не только от скорости потока жидкости и ее физических свойств, но и теплофизических свойств тела, а так же будет непрерывно изменяться с течением времени. Необходимо решать связанную задачу гидродинамики рабочего тела и деформированного твердого тела тепловыделяющего элемента.

Построим разностные соотношения для системы уравнений (1). Для численного решения наиболее подходящими являются методы релаксации и расщепления с несогласованным стабилизирующим оператором [3]. Вторые производные по пространственным координатам аппроксимируем разностными выражениями, воспользовавшись следующими разностными операторами:

$$\begin{gathered}\Lambda_r A_{nms} = \frac{A^k_{n+1ms} - 2A^k_{nms} + A^k_{n-1ms}}{r^2}, \\ \Lambda_\phi A_{nms} = \frac{A^k_{nm+1s} - 2A^k_{nms} + A^k_{nm-1s}}{\phi^2}, \\ \Lambda_\theta A_{nms} = \frac{A^k_{nms+1} - 2A^k_{nms} + A^k_{nms-1}}{\theta^2}, \\ \Lambda_t A_{nms} = \frac{A^{k+1}_{nms} - 2A^k_{nms} + A^{k-1}_{nms}}{t^2},\end{gathered} \tag{5}$$

где $n = 1, 2, \ldots N$; $m = 1, 2, \ldots M$; $s = 1, 2, \ldots S$.

Очевидно, что

$$\begin{gathered}\Lambda_r A_{nms} = \frac{\partial^2 A(r_n, \phi_m, \theta_s)}{\partial r^2} + O(h_r^2), \\ \Lambda_\phi A_{nms} = \frac{\partial^2 A(r_n, \phi_m, \theta_s)}{\partial \varphi^2} + O\left(h_\phi^2\right), \\ \Lambda_\theta A_{nms} = \frac{\partial^2 A(r_n, \phi_m, \theta_s)}{\partial \theta^2} + O\left(h_\theta^2\right).\end{gathered} \tag{6}$$

Для смешанных производных второго порядка соответственно имеем:

$$\begin{gathered}\frac{\partial^2 A(r, \phi, \theta)}{\partial r \partial \phi} = \frac{A_{n+1m+1s} - A_{nm+1s} - A_{n+1ms} + A_{nms}}{h_r h_\phi}, \\ \frac{\partial^2 A(r, \phi, \theta)}{\partial r \partial \theta} = \frac{A_{n+1ms+1} - A_{nms+1} - A_{n+1ms} + A_{nms}}{h_r h_\theta}, \\ \frac{\partial^2 A(r, \phi, \theta)}{\partial \phi \partial \theta} = \frac{A_{nm+1s+1} - A_{nms+1} - A_{nm+1s} + A_{nms}}{h_\phi h_\theta}.\end{gathered} \tag{7}$$

Производных первого порядка аппроксимируются «левой» разностной схемой.

$$\left(\Lambda_r + \frac{1}{r_n^2}\Lambda_\varphi + \frac{1}{r_n^2 \, sin^2\left(\phi_m\right)}\Lambda_\theta\right)T + F\left(r_n, \phi_m, \theta_s\right) = \Lambda_t T. \tag{8}$$

Запишем для многомерного уравнения схему с весами.

$$\sum_{\alpha=1}^{3}\Lambda_\alpha\left[\sigma T^{(k+1)}+(1-2\sigma)T^{(k)}+\sigma T^{(k-1)}\right]+F(r_n,\phi_m,\theta_s)=$$
$$=\frac{1}{t^2}\left(T^{(k+1)}-2T^{(k)}+T^{(k-1)}\right). \tag{9}$$

Полученную схему можно переписать в виде

$$\left(E-\sigma h_t^2\sum_{\alpha=1}^{3}\Lambda_\alpha\right)T^{(k+1)}=\left(2E+(1-2\sigma)h_t^2\sum_{\alpha=1}^{3}\Lambda_\alpha\right)T^{(k)}-$$
$$-\left(E-\sigma h_t^2\sum_{\alpha=1}^{3}\Lambda_\alpha\right)T^{(k-1)}+h_t^2F(r_n,\phi_m,\theta_s).$$

Построим экономичную факторизованную схему $\Lambda=\Lambda_r+\Lambda_\varphi+\Lambda_\theta$, $B=I+\beta\cdot\tau^2\cdot\Lambda=I+\beta\cdot\tau^2\cdot(\Lambda_r+\Lambda_\phi+\Lambda_\theta)$. Заменим оператор B факторизованным оператором

$\overline{B}=(I+\beta\cdot\tau^2\cdot\Lambda_r)(I+\beta\cdot\tau^2\cdot\Lambda_\phi)(I+\beta\cdot\tau^2\cdot\Lambda_\theta)$, где I – единичный оператор. Полученная неявная схема будет устойчивой при значениях параметра $\beta\geq\frac{1}{2}-\frac{1}{h_\tau^2\|\Lambda\|}$.

$$(I-\beta\tau^2\Lambda_r)T^{(n+1/3,1)}=F(r_n,\phi_m,\theta_s),$$
$$\left(I-\frac{\beta\tau^2\Lambda_\phi}{r_n^2}\right)T^{(n+2/3,1)}=T^{(n+1/3,1)}, \tag{10}$$
$$\left(I-\frac{1}{r_n^2\sin^2(\phi_m)}\beta\tau^2\Lambda_\theta\right)T^{(n+1,1)}=T^{(n+2/3,1)}.$$

Как видим, задача свелась к решению локально одномерных краевых задач. Решение данной системы может быть построено по методу прогонки.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лелеков В. И. Особенности теплообмена и газодинамики в ТВС со сферическими твэлами и радиальной раздачей теплоносителя / В. И. Лелеков // Атомная энергия. – 2000. – Т. 89, № 2. – С. 105–117.

2. Лыков А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков – М. : Высшая школа, 1967. – 599 с.

3. Петрусев А. С. Разностные схемы и их анализ : учебно-методическое пособие / А. С. Петрусев. – Москва : Изд-во МФТИ, 2004. – 53 с.

Поступила: 18.03.2024