

Г. В. Васильченко

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ЯВЛЕНИЙ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЭЛЕКТРОПРОВОДНЫХ ЖИДКОСТЕЙ

Измерение нестационарных скоростей при экспериментальных исследованиях и гидравлическом моделировании до настоящего времени остается одной из наиболее трудных задач.

Известные способы (термоанемометрия, скоростная киносъемка, тензометрия, метод электромагнитной индукции и др.) мало пригодны для практического использования либо из-за сложности, либо из-за невысокой надежности.

Использование вместо обычной жидкости специальных электролитов имеет преимущества по сравнению с известными приемами, так как позволяет измерять скорости потока вводимыми в него электродами.

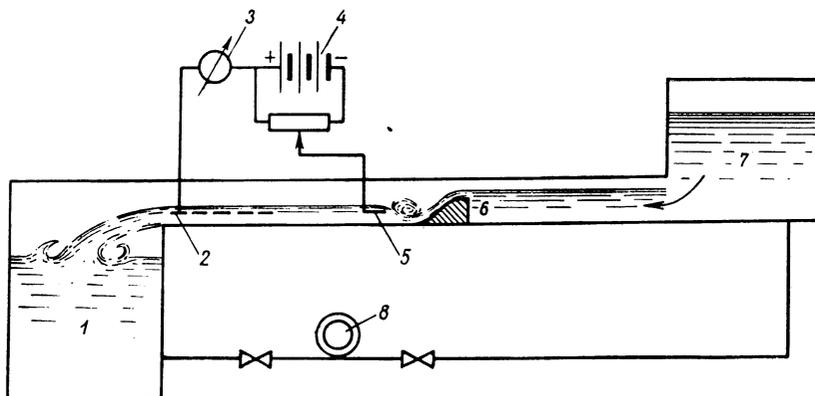


Рис. 1. Циркуляционная установка и электрическая схема для измерения скоростей в потоке электропроводной жидкости:

1 — нижний оголовок; 2 — анод; 3 — приборы регистрации сигналов; 4 — источник питания; 5 — катод; 6 — исследуемая модель; 7 — напорный оголовок; 8 — насос.

Измерение скоростей в потоке осуществляется одним или несколькими катодами, соединенными внешней электрической цепью через источник питания и приборы регистрации тока с анодом (рис. 1). При включении тока на катоде происходит восстановление ионов реагирующего вещества, а на аноде такое же количество их окисляется. Вследствие этого на электродах образуется диффузионный пограничный слой с положительным или отрицательным градиентом концентрации реагирующего вещества. При этом ток в цепи определится самой медленной из протекающих стадий: доставкой ионов к поверхности электродов,

собственно электрохимической реакцией или отложением и отводом продуктов реакции от поверхности электродов. В общем случае его величина определяется уравнением

$$I = f(K, V, T, S, U), \quad (1)$$

где  $K$  — электрохимические константы электропроводной жидкости;  $V$  — напряжение;  $T$  — температура;  $S$  — поверхность приемной части катода;  $U$  — скорость.

Измерение скоростей на основе описанного механизма возможно только в том случае, если доставка ионов к поверхности электродов будет самой медленной стадией всего процесса прохождения тока. Поэтому за независимую переменную принимается скорость, а все другие величины различными приемами поддерживаются постоянными. Применяя для электродов металл, не взаимодействующий с электролитом, подбирая состав электролита, обеспечивающий протекание равновесной окислительно-восстановительной электрохимической реакции, и задавая напряжение, можно избежать отложения каких-либо продуктов на поверхности электродов и обеспечить быстрое протекание реакции. В связи с тем что на аноде окисление ионов происходит быстрее, чем их восстановление, и поверхность анода принимается во много раз больше поверхности катода, протекание реакции будет определяться только количеством доставляемых к катоду ионов, и между током и скоростью установится определенное соответствие.

Интервал напряжения  $I = f(V) \frac{dI}{dV} \min \rightarrow n$ , при котором процесс практически зависит только от скорости и может быть получено предельное значение тока, устанавливается построением вольт-амперной характеристики. Следует отметить, что уменьшение рабочего напряжения приводит к потере чувствительности и стабильности, а увеличение вызывает явления поляризации.

В общем случае задача об установлении связи между током и скоростью сводится к решению уравнения нестационарной диффузии

$$\frac{\partial C}{\partial t} \operatorname{div}(D \operatorname{grad} C) - \operatorname{div} CU, \quad (2)$$

где  $C$  — концентрация раствора;  $D$  — коэффициент диффузии. Однако решение этого уравнения даже для самых простых граничных условий вызывает большие трудности, поэтому в приближенном виде решение возможно только для отдельных частных случаев. К одному из них

относится стационарное течение жидкости  $\frac{\partial C}{\partial t} = 0$ , при котором поток

вещества, доставляемого в область диффузионного пограничного слоя за счет конвекции, равен количеству вещества, отбираемого для подачи к поверхности катода уже за счет молекулярной диффузии. В связи с тем что приемник скоростей (катод) часто выполняется в виде продольного цилиндрического тела с торцевой частью в форме полусферы, имеет смысл решение стационарной диффузии выполнить для этих видов поверхностей.

В случае продольнообтекаемого тела вращения с ламинарным пограничным слоем на его поверхности исходной является система уравнений

$$\left. \begin{aligned} u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} &= U \frac{\partial U}{\partial x_1} + \nu \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2}, \\ u_1 \frac{\partial C_1}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial C_1}{\partial x_2} &= D \frac{\partial^2 C_1}{\partial x_2^2}, \\ \frac{\partial(r_0 u_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial(r_0 u_2)}{\partial x_2} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $x_1, x_2$  — продольная и вертикальная координаты;  $r$  — радиус;  $u_1, u_2$  — продольная и вертикальная составляющие скорости.

Граничные условия

$$\left. \begin{aligned} u_1 = 0, u_2 = 0, C_1 = C_0, x_2 = 0, \\ u_1 = U_\infty, C_1 = 0, x_2 = \infty, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $C_1 = C - C_0$ ;  $C_0$  при  $x_2 > \delta$ .

Местное число Нуссельта  $N_x = \frac{D \left( \frac{\partial C_2}{\partial x_2} \right)_{x_2=0}}{C_0 D} x_1$  вблизи лобовой критической точки определено в соответствии с решением (2)\*.

$$N_x = F(P_r) \text{Re}_x^{0,5}, \quad (5)$$

где  $P_r$  — число Прандтля.

На основании данных, приведенных в работе [2], значение  $F(P_r)**$  для  $P_r \approx 10^3$  принято равным  $F(P_r) = 0,45(P_r)^{0,4}$ .

В случае сферической поверхности, вводя вместо текущей координаты  $x$  диаметр  $d$  и замечая, что в этом случае  $U = \frac{3}{2} U_\infty \sin \frac{2x}{3} = \frac{3U_\infty x}{d}$ , получаем

$$N_{сф} = \frac{D \left( \frac{\partial C}{\partial x_2} \right)_{x_2=0}}{DC_0} d = 0,78 \text{Re}_d^{0,5} P_r^{0,4}, \quad (6)$$

где  $d$  — диаметр.

Величина тока, принимаемого полусферой, в соответствии с обобщенным законом Фарадея равна

$$i_{сф} = 1,22 C_0 D \nu_1 z F P_r^{0,4} \text{Re}_d^{0,5}, \quad (7)$$

\* Приведенные решения заимствованы из задач для температурного слоя на том основании, что с математической точки зрения для тепло- и массопереноса они полностью совпадают.

\*\* Иногда число Прандтля для диффузионных процессов именуют числом Шмидта  $Sc$ .

где  $\nu$  — стехиометрический коэффициент;  $z$  — валентность;  $F$  — постоянная Фарадея.

На цилиндрической части катода ламинарный слой успевает нарасти настолько, что становится сравнимым по толщине с радиусом цилиндра. В этом случае уравнения движения несжимаемой вязкой жидкости в пограничном слое образуют вместе с уравнением баланса массы систему уравнений

$$\left. \begin{aligned} u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial u_1}{\partial r} &= \nu \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial u_1}{\partial r} \right), \\ u_1 \frac{\partial C}{\partial x_1} + u_2 \frac{\partial C}{\partial x_2} &= \frac{\nu}{P_r} \cdot \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial C}{\partial r} \right), \\ \frac{\partial(ru_1)}{\partial x_1} + \frac{\partial(ru_2)}{\partial x_2} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Граничные условия

$$\left. \begin{aligned} u_1 = u_2 = 0, C = 0 &\text{ при } r = r_0, \\ u_1 = U_\infty, C = C_0 &\text{ при } r \rightarrow \infty. \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

Выражение для секундного количества потока вещества на единицу длины цилиндра по степеням разложения параметра  $\frac{4\nu x}{U_\infty d^2}$  для его значений, меньших 0,04, имеет вид

$$j = 0,664\pi C_0 D P_r^{\frac{1}{3}} \left( \frac{U_\infty d^2}{4\nu x} \right)^{\frac{1}{2}} \left[ 1 + 2,3 \left( \frac{4\nu x}{U_\infty d^2} \right)^{\frac{1}{2}} - \dots \right], \quad (10)$$

откуда

$$i_l = 2,08 C_0 D \nu_1 z F P_r^{\frac{1}{3}} d \text{Re}_l^{\frac{1}{2}} \left[ 1 + 1,15 \left( \frac{\nu l}{U_\infty d^2} \right)^{\frac{1}{2}} - \dots \right]. \quad (11)$$

С учетом влияния торцевой части катода ток равен

$$\begin{aligned} i_{l+\text{сф}} &= C_0 D \nu_1 z F d \left( 1,22 P_r^{0,4} \text{Re}_d^{\frac{1}{2}} + 1,96 P_r^{\frac{1}{3}} \text{Re}_l^{\frac{1}{2}} \left[ 1 + 1,15 \times \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \times \left( \frac{\nu l}{U_\infty d^2} \right)^{\frac{1}{2}} - \dots \right] \right). \end{aligned} \quad (12)$$

При поперечном обтекании цилиндрического катода на основании данных [4] может быть принята зависимость

$$N_d = 0,57 P_r^{\frac{1}{3}} \text{Re}_d^{\frac{1}{2}}. \quad (13)$$

При таком обтекании катода жидкостью ток связан со скоростью следующим соотношением:

$$i_d = 1,8C_0 D v_1 z F P_r^{\frac{1}{3}} l \operatorname{Re}_d^{\frac{1}{2}}. \quad (14)$$

Без учета тока торцевой части отношение (14) к (11) дает

$$\frac{i_d}{i_l} = 0,865 \sqrt{\frac{l}{d}}. \quad (15)$$

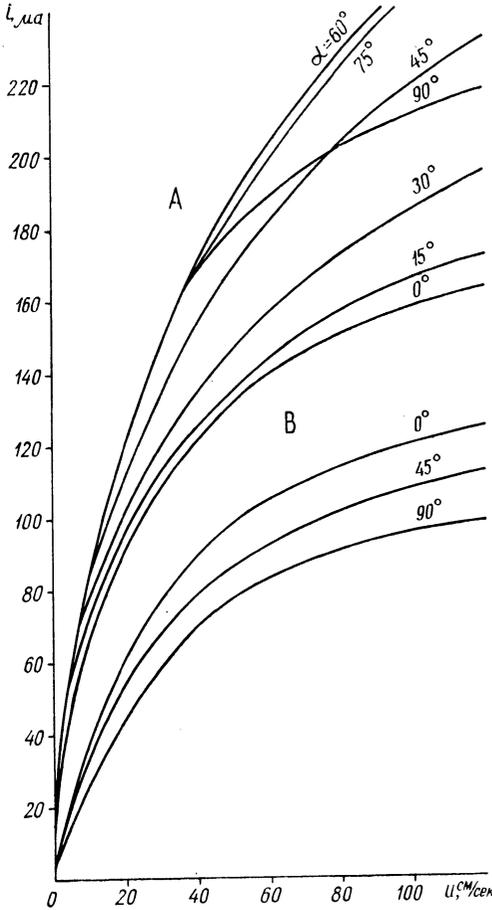


Рис. 2. Связь между током и скоростью при обтекании под различными углами катодов в виде цилиндра и полусферы:

А — цилиндрический катод ( $l=0,7$  мм,  $d=0,4$  мм);  
В — полусфера ( $d=0,4$  мм).

В динамическом режиме при наличии нестационарных скоростей диффузионные процессы протекают с инерционностью, обусловленной отставанием вязкого пограничного слоя от изменения внешней скорости, запаздыванием доставки ионов к поверхности катода за счет молекулярной диффузии и расходом части тока на зарядку емкости двойного слоя. Указанные явления вызывают не только запаздывание вы-

Следовательно, при  $d > 0,75l$  ток катода, обтекаемого поперек, меньше тока катода, обтекаемого продольно, при  $d < 0,75l$  — наоборот.

При достаточно развитой турбулентности пограничного слоя [3] толщина диффузионного слоя равна

$$\delta \sim l P_r^{-\frac{1}{3}} \operatorname{Re}_l^{-0,9}. \quad (16)$$

Тогда приближенное выражение для тока примет вид

$$i_l = K_1 \frac{C_0}{l} D v_1 z F \operatorname{Re}_l^{0,9} S. \quad (17)$$

Следует отметить, что приведенные зависимости позволяют определить величину только скоростного тока

$$i = I - i_0,$$

где  $i_0$  — ток при  $U=0$ , возникающий вследствие теплового движения молекул и электрического поля.

На рис. 2 приведены характерные тарировочные кривые  $i=f(U)$ , для цилиндрического приемника скоростей при обтекании его потоком под различными углами, а на рис. 3 — осциллограммы скорости при различных  $\operatorname{Re}$ .

ходного сигнала, но являются также причиной появления в сигнале частотных, фазовых и нелинейных искажений.

Наиболее часто инерционность различных устройств определяется промежутками времени, в течение которых изменение тока достигает заданных величин, если считать нарастание и спад тока приближенно по экспоненциальному закону. Именно благодаря этому становится возможным характеризовать инерционность значениями постоянных времени  $\tau$ . На основании экспериментальных исследований и анализа

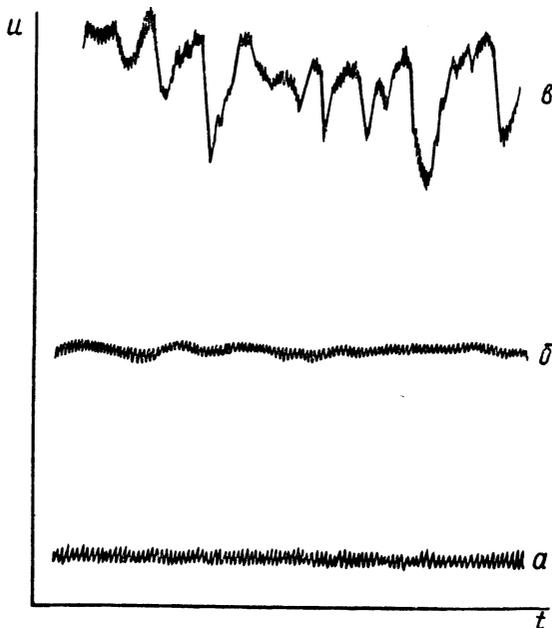


Рис. 3. Оциллограммы записи скоростей при различных режимах течения жидкости:  
 а — ламинарный; б — переходный; в — турбулентный.

уравнений конвективной диффузии (2) в работе [1] установлено, что  $\tau$  зависит от формы катода, его размеров и величины скорости:

$$\tau = a \frac{l^\eta}{U^\psi}. \quad (18)$$

В случае ламинарного слоя на поверхности катода  $\eta = \psi = 1$ , а для турбулентного слоя  $\eta < 1$ ,  $\psi > 1$ . Следует отметить, что при возрастании скорости  $\frac{dU}{dt} > 0$  инерционность меньше, чем при ее убывании  $\frac{dU}{dt} < 0$ .

В зависимости (18) это определяется величиной  $a$ . Рассматривая первый случай ( $\eta = \psi = 1$ ) и имея в виду, что для него  $i = K\sqrt{lU}$ , на основании дифференциального уравнения нарастания или спада тока [1] можно получить

$$i_{cr}^3 - i_{cr}^2 i - P \frac{di}{dt} = 0, \quad (19)$$

где  $P = al^2K^2$ .

Зная регистрируемый ток  $i$  и его производную  $\frac{di}{dt}$ , на основании уравнения (19) можно определить значение тока  $i_{ст}$ , соответствующее истинной скорости (на основании тарировки в стационарных условиях).

Возможно решение и обратной задачи, так как относительно  $i$  уравнение (19) является линейным первого порядка:

$$i = e^{-\frac{1}{P} \int i_{ст}^2 dt} \left[ \frac{1}{P} \int i_{ст}^3 e^{\frac{1}{P} \int i_{ст}^2 dt} dt + C_1 \right]. \quad (20)$$

Для приближенной оценки инерционности диффузионного процесса на рис. 4 приведены данные амплитудного искажения регистрируемого тока  $\eta = \frac{i_{ст}}{i}$  при гармонических колебаниях скорости  $\bar{U} = 10$  см/сек и

$\bar{U} = 30$  см/сек с различной частотой. Данные получены без учета инерционности гидродинамического пограничного слоя и влияния перезарядки двойного слоя, которое, несомненно, будет возрастать с увеличением частоты. При этом принято, что амплитуда колебаний не превышает 20% от  $\bar{U}$ .

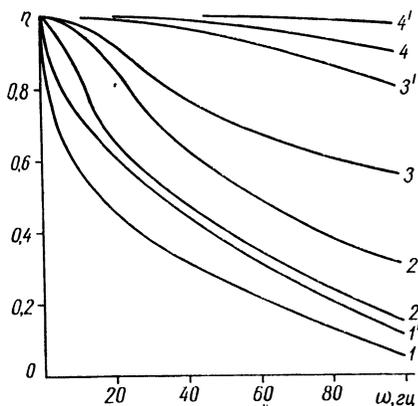


Рис. 4. Амплитудные искажения регистрируемого тока при гармонических колебаниях скорости с различной частотой:

1, 1' — продольное обтекание цилиндрических катодов длиной 1,0 и 0,5 мм при  $\bar{U} = 10$  см/сек; 2, 2' — то же при 30 см/сек; 3, 3' — поперечное обтекание катодов диаметром 0,3 и 0,1 мм при 10 см/сек; 4, 4' — то же при 30 см/сек.

Кривые 1, 1', 2, 2' относятся к случаю продольного обтекания пульсирующей скоростью цилиндрических катодов с длиной приемной поверхности 1,0 и 0,5 мм, а 3, 3', 4, 4' — к случаю поперечного обтекания этих же катодов диаметрами 0,3 и 0,1 мм.

Характер изменения кривых  $\eta = f(\omega)$  свидетельствует, что инерционность прямо пропорциональна величине пульсаций и обратно пропорциональна осредненной скорости потока и размерам катода. Естественно, что размеры приемника беспредельно не могут уменьшаться, поэтому достоверное измерение нестационарных скоростей может быть

осуществлено только путем снижения инерционности диффузионных процессов, к которым относятся повышение скорости диффузии, подбор нагрузки в электрической цепи электрохимической ячейки и применение различных компенсационных электрических схем. В противном случае применение электрохимического способа должно быть либо ограничено частотами порядка 20—30 гц, либо полученные данные должны корректироваться, например путем использования зависимости (19). Несомненно, такой путь возможен только в условиях автоматизированной обработки.

Для осуществления гидравлического моделирования с электрохимическим измерением скоростей необходимы: 1) обычная циркуляционная установка, выполненная из материалов или покрытая материалами,

не взаимодействующими (не окисляющимися) с электролитом (см. рис. 1); 2) рабочая жидкость для заполнения циркуляционной установки, представляющая 1—2%-ный водный раствор электролита, например калия железосинеродистого  $K_3Fe(CN)_6$ , калия железистосинеродистого  $K_4Fe(CN)_6$  или комбинации элементов  $K_3Fe(CN)_6$ ,  $K_4Fe(CN)_6$ ,  $NaOH$ ; 3) рабочие электроды, катод и анод, выполненные из неокисляемого металла (платина, нержавеющая сталь и др.); 4) измерительная аппаратура, включающая регулируемый источник питания постоянного тока и приборы регистрирования сигналов.

Так как приемником скоростей является оголенный кончик катода, его размеры принимаются минимальными и ограничиваются только условиями прочности и разрешающей способности измерительных приборов. Обычно катод в виде изолированной проволочки (диаметром  $d=0,05—0,3$  мм) оголенным кончиком (длиной  $l=0,1—1,0$  мм) направляется навстречу потоку, а вторым заправляется в держатель, который располагается на таком расстоянии от приемной части, чтобы не искажать скорости. Анод выполняется в виде сеток или пластин, по поверхности превышающих катод в сотни или тысячи раз и помещаемых в удобных точках потока. При этом требуется только, чтобы между катодом и анодом не было очень сильных сужений потока. В связи с тем что общее сопротивление между катодом и анодом в основном складывается из сопротивления на границе электрод — раствор и непосредственно в самом растворе, причем на постоянном токе первое во много раз превосходит второе, помещение анода на различных расстояниях от катода практически не сказывается на величине тока.

Выбором размера приемной поверхности катода  $S$  и его формы обеспечивается регистрация модуля вектора скорости (см. рис. 3), величина которого при ограниченной интенсивности турбулентности ( $\alpha < 10^\circ$ ) близка к продольной составляющей  $u_1$ .

Для регистрации величины вектора и его пространственного положения необходимо применение приемника скоростей специальной конструкции и особой электрической измерительной схемы.

Как следует из приведенных зависимостей (7, 11, 12, 14, 17), связь между регистрируемым током и скоростью  $i=f(U)$  зависит от многих физико-химических и гидродинамических факторов и имеет степенной характер, который в случае развитой турбулентности близок к линейному. При необходимости спрямление связи  $i=f(U)$  может быть осуществлено применением различных нелинейных преобразователей.

В связи с тем что электропроводность жидкости зависит от температуры, обязательным условием стабильности измерений является поддержание постоянства температуры жидкости. Необходима защита раствора от попадания в него посторонних примесей и желательное удаление растворенного кислорода.

Возможность использования простых измерительных устройств, малые размеры приемника скоростей при достаточно больших выходных сигналах, стабильность измерений и недорогое оборудование делают рассмотренный способ пригодным для практического использования.

#### Литература

1. Васильченко Г. В. Об инерционности электрохимического способа измерения скоростей жидкости. Минск, 1968.
2. Лойцянский Л. Г. Ламинарный пограничный слой. Физматгиз. М., 1962.
3. Феттер К. Электрохимическая кинетика. М., 1967.
4. Хинце И. О. Турбулентность. М., 1963.