

М. В. Кравцов, В. В. Суворов

### К ВОПРОСУ СЕДИМЕНТАЦИИ ЧАСТИЦ СФЕРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

В настоящей работе сопоставляются опытные данные о скоростях свободного установившегося движения твердого шара в жидкости под действием эффективного веса с рассчитанными по формуле в широком диапазоне чисел  $Re$ .

Сила сопротивления движению шара в вязкой среде равна [2]:

$$F = C_b \mu d v + K \pi d \frac{\rho v^2}{2} + C_d \frac{\pi d^2}{4} \cdot \frac{\rho v^2}{2}. \quad (1)$$

Приравняв силу сопротивления (1) эффективному весу шара в жидкости для случая свободного установившегося движения шара, получим

$$v = - \frac{C_b \mu}{\pi(K + C_d \frac{d}{4})\rho} + \sqrt{\left[ \frac{C_b \mu}{\pi(K + C_d \frac{d}{4})\rho} \right]^2 + \frac{d^2(\rho_1 - \rho)g}{3(K + C_d \frac{d}{4})\rho}}, \quad (2)$$

где  $v$ ,  $d$ ,  $\rho_1$  — соответственно скорость движения, диаметр и плотность шара;  $C_b$  — коэффициент вязкого сопротивления;  $C_d$  — коэффициент динамического сопротивления, отнесенный к площади миделя шара;  $\mu$  и  $\rho$  — коэффициент динамической вязкости и плотность среды;  $g$  —

ускорение силы тяжести;  $K = \frac{b}{\sqrt[3]{\frac{(\rho_1 - \rho)\rho g}{\mu^2}}}$ ;  $b$  — постоянный коэффициент.

Многочисленные данные о силе сопротивления движению шара обобщены в большинстве случаев в виде опытного графика зависимости безразмерного коэффициента сопротивления шару от числа Рейнольдса в логарифмических координатах. Подобный график вполне можно использовать для выявления общих закономерностей, но он мало пригоден для определения постоянных в формулах (1) и (2).

В последнее время Максворти [2] были проведены специальные исследования по определению точных значений силы сопротивления и скорости движения при малых числах Рейнольдса ( $Re$  до 6). Результаты этих исследований использованы [2] для определения постоянных коэффициентов в формулах (1) и (2). При этом оказалось, что постоянные величины равны:  $C_b = 2,85\pi$ ;  $C_d = 1/3$ ;  $b = 3,68$ . С использованием указанных коэффициентов при сопоставлении получена [2] удовлетворитель-

ная степень совпадения опытных данных, обобщенных в виде графика зависимости  $\psi = f(Re)$ , и расчетных по формулам (1) и (2). Некоторые расхождения имелись лишь при числах  $Re > 330$ .

Табличных данных опытов о скоростях падения шаров в жидкости известно мало. Такие данные были опубликованы Алленом [3], М. Л. Великановым и А. П. Зегжда [1].

Алленом экспериментально исследовано движение янтарных ( $Re = 23-224$ ) и стальных ( $Re = 2470-4170$ ) шаров в воде. Относительно точности опытов Аллена со стальными шарами высказываются сомнения [1]. Более точны опыты Аллена, исследовавшего движение янтарных шаров в воде. В табл. 1 сопоставляются расчетные и опытные значения скоростей [1] равномерного падения янтарных шаров в воде при  $t = 16^\circ C$ .

Таблица 1

$d, \text{ см}$		0,1138	0,1200	0,1710	0,2320	0,2780	0,3464
$\rho, \text{ г/см}^3$		0,9990	0,9990	0,9990	0,9990	0,9990	0,9990
$\rho_1, \text{ г/см}^3$		0,0760	1,0770	1,0770	1,0770	1,0780	1,0760
$\mu, \text{ пуаз}$		0,0111	0,0111	0,0111	0,0111	0,0111	0,0111
$v, \frac{\text{см}}{\text{сек}}$	опыт	2,04	2,20	3,27	4,36	5,24	6,55
	расчет	2,04	2,19	3,20	4,30	5,07	6,25

Сопоставление расчетных (по формуле (2)) и опытных значений скоростей ( $Re = 0,05-418$ ) падения шаров из смеси парафина с канифолью и марблитовых в маслах «Велосит Л» (табл. 2) и «Paraffinum—liquidum» (табл. 3), полученных М. А. Великановым и А. П. Зегжда, дает хорошую степень совпадения.

Таблица 2

$d, \text{ см}$	$\rho, \text{ г/см}^3$	$\rho_1, \text{ г/см}^3$	$\mu, \text{ пуаз}$	$v, \text{ см/сек}$	
				опыт	расчет
0,9420	0,876	1,040	0,1660	12,20	11,92
0,7030	0,876	2,565	0,0956	50,00	47,50
0,6720	0,876	1,040	0,1655	8,621	8,32
0,6010	0,876	2,565	0,0956	41,67	41,32
0,6010	0,876	2,565	0,0820	45,46	42,82
0,5800	0,876	1,040	0,1430	7,81	7,49
0,5000	0,876	2,565	0,0820	38,46	37,52
0,4200	0,876	1,040	0,1703	4,50	4,44
0,4000	0,876	2,565	0,0956	27,78	28,60
0,4000	0,876	2,565	0,0820	29,41	29,97
0,3020	0,876	1,040	0,1735	3,012	3,0
0,3000	0,876	2,565	0,0820	21,74	22,76
0,2200	0,876	1,040	0,1617	1,996	1,965
0,1420	0,876	1,040	0,0820	1,613	1,610
0,1148	0,876	1,040	0,1796	0,621	0,615

Дополнением к указанным могут быть опытные данные, полученные нами при исследовании скорости падения шаров из органического стекла в воде ( $Re=328-7000$ ), стекла ( $Re=0,00033-2670$ ) и металла ( $Re=0,056-7000$ ) в воде и глицерине.

Таблица 3

$d, \text{ см}$	$\rho, \text{ г/см}^3$	$\rho_1, \text{ г/см}^3$	$\mu, \text{ пуаз}$	$v, \text{ см/сек}$	
				опыт	расчет
1,230	0,874	1,043	0,960	8,043	7,680
1,192	0,874	1,043	0,960	7,565	7,460
0,998	0,874	1,043	0,960	5,819	5,860
0,988	0,874	1,043	0,960	5,819	5,820
0,944	0,874	1,043	0,960	5,404	5,440
0,930	0,874	1,043	0,960	5,327	5,330
0,836	0,874	1,043	0,960	4,557	4,560
0,850	0,874	1,043	0,960	4,728	4,700
0,722	0,874	1,040	1,083	3,511	3,400
0,630	0,874	1,040	1,075	2,660	2,600
0,580	0,874	1,040	1,167	2,201	2,210
0,492	0,874	1,040	1,120	1,658	1,715
0,446	0,874	1,040	1,075	1,443	1,500
0,364	0,874	1,040	1,051	1,047	1,059
0,298	0,874	1,040	1,244	0,625	0,640
0,250	0,874	1,040	1,170	0,478	0,468
0,217	0,874	1,040	1,430	0,293	0,300
0,172	0,874	1,040	1,063	0,248	0,250

Скорость падения шаров из металла и органического стекла в воде (табл. 4) изучалась в стеклянной трубе диаметром 20 см и высотой 350 см с помощью кино съемки камерой «Киев 16С-2» со скоростью съемки 64 кадра в секунду. Внутри сосуда помещалась масштабная линейка. Скорость падения шара определялась по времени прохождения шаром заданного участка. Время падения определялось по числу кадров. Скорость установившегося падения шара принималась равной скорости падения в конце участка высотой 350 см. Расчетные и опытные значения скоростей равномерного падения шаров из металла и органического стекла в воде приведены в табл. 4.

Таблица 4

$d, \text{ см}$	$\rho, \text{ г/см}^3$	$\rho_1, \text{ г/см}^3$	$\mu, \text{ пуаз}$	$v, \text{ см/сек}$	
				опыт	расчет
Шары из металла ( $t=15^\circ\text{C}$ )					
0,3000	0,9991	7,800	0,0114	76,7	74,80
0,4000	0,9991	7,800	0,0114	91,2	90,00
0,4765	0,9991	7,800	0,0114	102	100,35
0,4990	0,9991	7,800	0,0114	105	103,37
0,5035	0,9991	7,800	0,0114	106	104,17
0,5555	0,9991	7,800	0,0114	111,0	110,20
0,6740	0,9991	7,800	0,0114	119,0	124,40
Шары из органического стекла ( $t=20^\circ\text{C}$ )					
0,3244	0,9986	1,187	0,01056	10,65	10,63
0,5511	0,9986	1,187	0,01056	15,95	15,85
1,0070	0,9986	1,187	0,01056	22,85	23,67
1,1410	0,9986	1,187	0,01056	24,62	25,62
1,6190	0,9986	1,187	9,01056	31,30	31,55
2,0210	0,9986	1,187	0,01056	34 90	35,87

Скорость падения шаров из стекла в воде изучалась в стеклянной трубе диаметром 5,5 см и высотой 225 см. Скорость падения шаров определялась по времени прохождения участка высотой 225 см. Время падения измерялось электрическим секундомером с точностью до 0,01 сек. Скорость установившегося падения шара принималась равной средней скорости на участке в 225 см. В табл. 5 сопоставляются расчетные (по формуле (2)) и опытные значения скоростей равномерного падения шаров из стекла в воде (при  $t=20^{\circ}\text{C}$ ).

Таблица 5

$d, \text{ см}$	$\rho, \text{ г/см}^3$	$\rho_1, \text{ г/см}^3$	$\mu, \text{ пуаз}$	$v, \text{ см/сек}$	
				опыт	расчет
0,0390	0,9982	2,96	0,01005	5,95	6,027
0,0400	0,9982	2,96	0,01005	6,23	6,270
0,0410	0,9982	2,96	0,01005	6,62	6,487
0,0720	0,9982	2,93	0,01005	11,38	11,52
0,0740	0,9982	2,93	0,01005	11,90	11,83
0,0800	0,9982	2,93	0,01005	12,80	12,72
0,0900	0,9982	2,93	0,01005	14,87	14,21
0,2060	0,9982	2,99	0,01005	28,15	28,98
0,2100	0,9982	2,99	0,01005	28,30	29,48
0,2270	0,9982	2,99	0,01005	31,60	31,26
0,2790	0,9982	2,96	0,01005	34,73	36,01
0,2980	0,9982	2,96	0,01005	35,75	37,78
0,5060	0,9982	2,99	0,01005	53,58	54,16
0,5450	0,9982	2,99	0,01005	55,90	56,78

Таблица 6

$d, \text{ см}$	$\rho, \text{ г/см}^3$	$\rho_1, \text{ г/см}^3$	$\mu, \text{ пуаз}$	$v, \text{ см/сек}$	
				опыт	расчет
Шары из металла					
0,3000	1,25828	7,80	14,99	2,20	2,17
0,4000	1,25828	7,80	14,99	3,74	3,77
0,4750	1,25828	7,80	14,99	5,30	5,19
0,5035	1,25828	7,80	14,99	5,77	5,78
0,5560	1,25828	7,80	14,99	7,10	6,92
0,6740	1,25828	7,80	14,99	9,84	9,74
Шары из стекла					
0,0898	1,25828	2,93	14,99	0,0525	0,0510
0,0900	1,25828	2,93	14,99	0,0491	0,0520
0,2135	1,25828	2,99	14,99	0,2999	0,2999
0,2273	1,25828	2,99	14,99	0,3460	0,3455
0,3057	1,25828	2,96	14,99	0,6025	0,6000
0,3353	1,25828	2,96	14,99	0,7050	0,7286
0,5220	1,25828	2,99	14,99	1,6430	1,7040

Скорость падения шаров из стекла и металла в глицерине изучалась в сосуде диаметром 5,5 см и высотой 45 см. Скорость падения шаров определялась по времени прохождения участка высотой 40 см. Скорость установившегося падения шара принималась равной средней скорости на участке в 40 см. В табл. 6 сопоставляются расчетные (по формуле (2)) и опытные значения скоростей равномерного падения шаров из металла и стекла в глицерине (при  $t=20^{\circ}\text{C}$ ).

В качестве вязких сред были использованы дистиллированная вода и глицерин марки ЧДА (ГОСТ 6259—52) с содержанием основного вещества 99,89%.

При изучении падения шаров при малых числах  $Re$  осуществлялось тщательное термостатирование. Колебание температуры при этом не превышало  $\pm 0,2^\circ\text{C}$ . Ошибка при определении вязкости жидкостей в этом случае не могла превысить 1,5%.

Диаметр шаров измерялся микрометром и проверялся взвешиванием на аналитических весах. При этом максимальная среднеарифметическая ошибка при измерении диаметра самого малого шара ( $d = 0,0898$  см) при многократном измерении не могла превысить 1,0%. Ошибка при измерении минимального времени падения шара ( $d = 0,674$  см) в сосуде высотой 40 см с точностью до 0,01 сек не могла превысить 1,0%.

Сопоставление расчетных значений по формуле (2) и обширных ( $Re = 0,00033—7000$ ) опытных данных (табл. 1—6) показало удовлетворительную степень совпадения. В общем отклонения расчетных значений от опытных составляют не более 5%, что не превышает точности расчетов и измерений в опытах. Таким образом, можно с достаточным основанием рекомендовать формулы (1) и (2) для расчета силы сопротивления и скорости движения твердого шара при числах  $Re \leq 7000$ .

#### Литература

1. М. А. Великанов, А. П. Зегжда. Равномерное движение шара в жидкости. «Изв. Научно-мелиорационного института», вып. 19, 1929.
2. М. В. Кравцов. Сопротивление свободному установившемуся движению сферы в вязкой среде. «Инж.-физ. журн.», т. XV, 1968, № 3.
3. H. S. Allen. The motion of a Sphere in a Viscous Fluid. Philosophical Magazine, 1900, № 1.