ВОДНОЕ ХОЗЯЙСТВО БЕЛОРУССИИ

МИНСК 1971

В. У. Яблонский

УРАВНЕНИЕ ВЗВЕШЕННОГО РАСХОДА НАНОСОВ ПО ВЕРТИКАЛИ ДЛЯ ОТКРЫТЫХ ПОТОКОВ С НЕРАВНОМЕРНЫМ ДВИЖЕНИЕМ ПРИ ПЕРЕКРЫТИИ РЕК ПИОНЕРНЫМ СПОСОБОМ

Исходя из диффузионной теории мутности, можно получить выражение для величины твердого взвешенного расхода наносов по вертикали [3, 6]:

$$P_S = \int_0^H S_y v_y dy, \tag{1}$$

где H — глубина, v_y — скорость в точке на вертикали;

$$S_y = S_H e^{\frac{-\gamma w y}{gA}}, \tag{2}$$

S_y — среднеобъемная мутность в точке на высоте y от дна; S_H — донная мутность; w — гидравлическая крупность; A — коэффициент турбулентного обмена.

Для решения уравнения (1) необходимо выявить закон распределения скоростей и коэффициент турбулентного обмена по вертикали при неравномерном движении потока. Ограничимся изучением кинематики потока с установившимся движением на подходах к прорану и в проране при перекрытиях прямоугольных русел симметрично выдвигаемыми банкетами. Предполагаем, что деформации потока по вертикали происходят в одной вертикальной плоскости.

Для отыскания закономерности изменения эпюры скоростей проведены исследования в гидравлическом лотке. Лоток с жестким дном из цементной штукатурки имел длину 12 *м*, ширину 3 *м* и высоту 0,76 *м*. Опыты проведены при расходе 50 *л/сек* и глубине воды в нижнем бьефе 20 *см*. В лотке симметрично отсыпались банкеты из щебня крупностью 8—10 *мм*, а затем замерялись скорости. Гидравлический режим изучен при трех степенях стеснения русла $\theta_B = 0{,}45$, 0,60, 0,75, что соответствовало ширине прорана по верху 200, 150 и 100 *см*. Скорости замерялись водяными флюгерами по шести створам (выявление закономерности изменения эпюры скоростей для нижнего бьефа выходит за пределы настоящей работы).

Если пренебречь влиянием вязкости, то распределение скоростей по вертикали для неравномерного установившегося потока будет зависеть от высоты точки над дном y, глубины потока H, шероховатости русла Δ, действующего ускорения силы тяжести gJ, степени стеснения русла по ширине θ_B, ширины реки $B_р$, длины выдвинутых банкетов $B_б$

и плановых координат вертикали x и z (x — расстояние по ширине от вертикали до продольной оси потока, z — расстояние по длине от вертикали до оси банкета).

На основании π-теоремы после несложных математических вычислений, получим

$$F\left(\frac{v_y}{v_*}\right), \ \frac{y}{\Delta}, \ \theta_B, \frac{x}{B_р/2}, \ \frac{z}{B_б} = 0, \tag{3}$$

где v_* — динамическая скорость.

В целях отыскания связи между этими пятью критериями для каждой вертикали подбиралось аналитическое выражение, связывающее первых два безразмерных критерия $\left(\frac{v_y}{v_*} \text{ и } \frac{y}{\Delta}\right)$, определялись эмпирические коэффициенты уравнений и далее, графическим способом, устанавливалась связь найденных коэффициентов со следующими тремя критериями.

При вычислении динамической скорости уклон подсчитывался из формулы Шези, шероховатость русла по рекомендациям В. Н. Гончарова [2]. Всего обработано около 700 эпюр, построено и проанализировано 67 графиков вида

$$\frac{v_y}{v_*} = f\left(\frac{y}{\Delta}\right).$$

Установлено, что опытные кривые более удовлетворяют логарифмической функции вида

$$vy = v_* \left(a \lg \frac{y}{\Delta} + b\right). \tag{4}$$

Эмпирические коэффициенты a и b изменяются в зависимости от степени стеснения русла по ширине (θ_B) и относительных координат вертикали $\frac{x}{B_р/2}$ и $\frac{z}{B_б}$. Для определения этих коэффициентов построены графики (рис. 1, *а, б*). В пределах деформируемого участка по мере подхода потока к прорану коэффициент a изменяется от 1,9 до 9,8; коэффициент b — от 0 до 13,0. В проране при стеснениях русла от 0,45 до 0,75 коэффициент a равен 1,9. Коэффициент a уменьшается от стенок русла в направлении продольной оси потока, где имеет минимальное значение, коэффициент b, наоборот, увеличивается в направлении продольной оси потока и на оси имеет максимальное значение.

Применив уравнение количества движения в проекции на продольную ось, расположенную в плоскости свободной поверхности, при логарифмическом законе распределения скоростей по вертикали для среднего значения коэффициента турбулентного обмена можно получить выражение

$$A = \frac{\gamma v H}{2{,}6a\sqrt{g}\,C}, \tag{5}$$

где C — коэффициент Шези, v — средняя скорость.

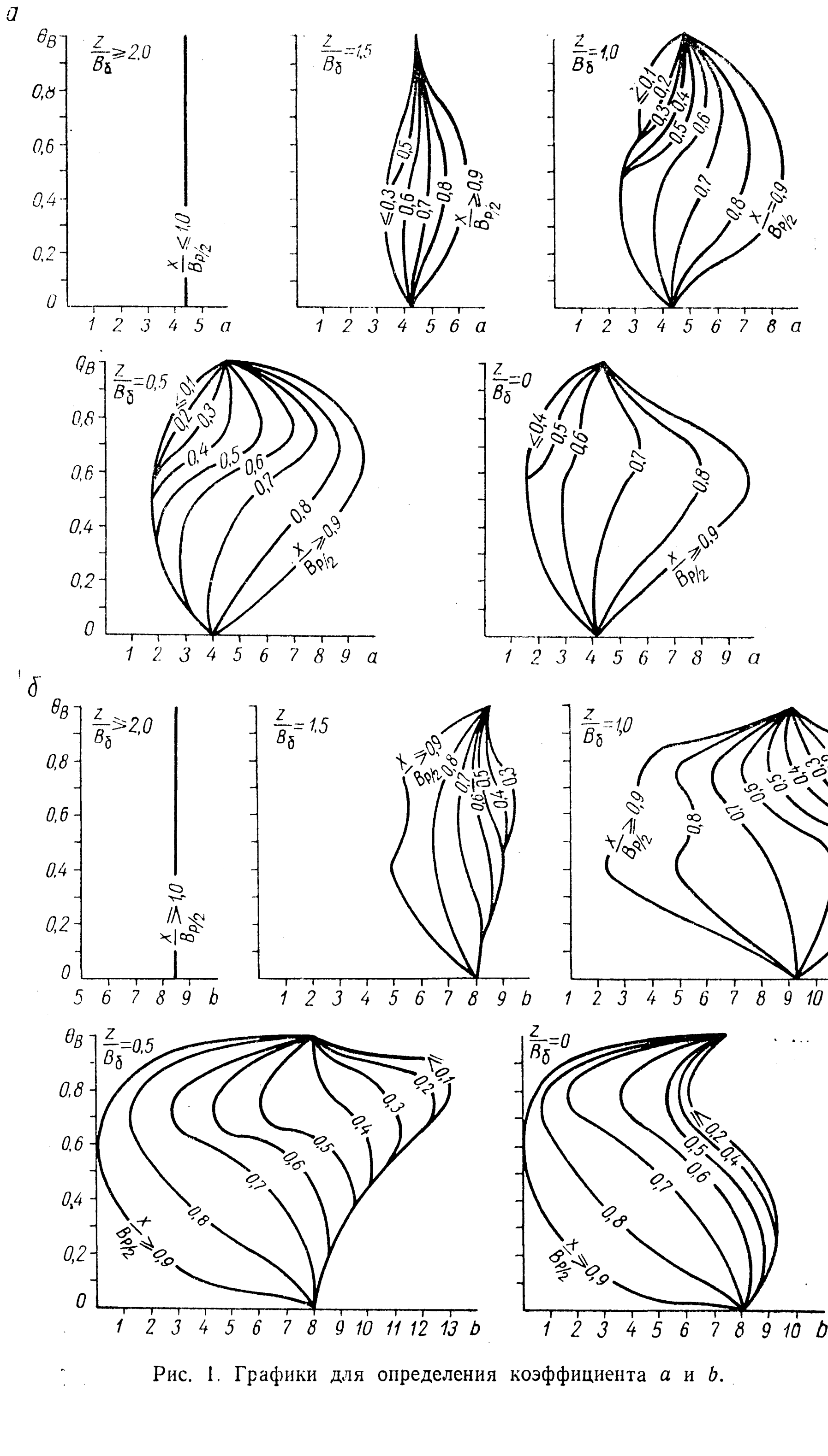

Рис. 1. Графики для определения коэффициента a и b.

Подставляя в (1) S_y из (2) и v_y из (4) (при $A=\text{const}$) и интегрируя (1) в пределах от Δ до H, получаем (во избежание неопределенности нижний предел интегрирования принят на высоте выступов шероховатости):

$$P_S = -\frac{A'}{k}e^{-kH}\ln H + \frac{A'}{k}e^{-k\Delta}\ln\Delta + \frac{A'}{k}\left[\ln\frac{H}{\Delta} - \frac{k(H-\Delta)}{1\cdot 1} + \right.$$

$$\left. + \frac{k^2(H^2-\Delta^2)}{2\cdot 2!} - \ldots \pm \frac{k^n(H^n-\Delta^n)}{n\cdot n!}\right] + \frac{(A'\ln\Delta - E)}{k}(e^{-kH} - e^{-k\Delta}), \tag{6}$$

где $A' = S_н v_* \cdot 0{,}434\, a; k = \dfrac{\gamma\omega}{gA}$.

Пренебрегая шероховатостью русла Δ, которая несоизмерима с глубиной потока H, после элементарных преобразований уравнение (6) записываем

$$P_S = A'\left\{-\frac{1}{k}e^{-kH}\ln H + \frac{1}{k}e^{-k\Delta}\ln\Delta + \left[\frac{1}{k}\ln\frac{H}{\Delta} - H + \right.\right.$$

$$\left. + \frac{k\cdot H^2}{2\cdot 2!} - \frac{k^2\cdot H^3}{3\cdot 3!} + \ldots \pm \frac{k^{n-1}\cdot H^n}{n\cdot n!}\right] + \frac{1}{k}\left(\ln\Delta - \frac{b}{0{,}434a}\right)\times$$

$$\left.\times(e^{-kH} - e^{-k\Delta})\right\} = A'\cdot M. \tag{7}$$

Для практических расчетов желательно это уравнение упростить. Анализ уравнения выполнен применительно к равнинным водотокам, у которых глубина потока изменялась от 0,20 до 20,0 *м*, средний коэффициент турбулентного обмена по вертикали — от 0,11 до 4,2 *кГ·сек/м*^{2} и крупность переносимых взвешенных наносов — от 0,03 до 0,5 *мм* [3, 4, 7].

В уравнении (7) параметр k может характеризовать транспортирующую способность потока, так как в выражение для k входят гидравлическая крупность и коэффициент турбулентного обмена.

Подставив в формулу для k значение A из (5) и приняв по Маннингу $C = \dfrac{1}{n}H^{1/6}$, а по Чангу $n = fd^{1/6}$ [2] (d — диаметр частиц в *мм*, $f=0{,}03$ — для движущихся наносов), получаем другое выражение для k

$$k = \frac{27{,}8waH^{1/6}}{d^{1/6}vH}. \tag{8}$$

При шероховатости русла $\Delta=0{,}00035$ *м* ($d=0{,}5$ *мм*) параметр k, вычисленный по (8) при $a=1{,}9$, получает определенные значения (табл. 1).

В случае, если русло сложено из более мелких фракций, параметр k уменьшается.

Член уравнения (7) в квадратных скобках является знакочередующимся рядом. Нами произведен подсчет величины M (последовательно для пяти членов ряда) для водотоков с $\Delta=0{,}00035$ *м* в диапазонах изменения параметра k, глубины H и скорости v, указанных в табл. 1. Для этих условий установлено, что каждый впередистоящий член ряда больше последующего, поэтому, согласно признаку Лейбница [1, 5], ряд сходится, а его сумма меньше первого члена ряда. Учитывая это, ограничимся только первым членом ряда. При этом максимально возможная ошибка в вычислениях величины M равна 6—23%.

Таблица 1

Значения параметра k

H, *м*	0,2	0,5	1,0	2,0	5,0	10,0	20,0
k при $v = 1{,}0$ *м/сек*	11,1	4,6	2,9	1,63	0,675	0,38	0,24
k при $v = 5{,}0$ *м/сек*	2,22	1,0	0,58	0,325	0,152	0,087	0,0477

Тогда уравнение для твердого взвешенного расхода наносов по вертикали принимает вид

$$P_S = A'\left\{-\frac{1}{k}\,e^{-kH}\ln H + \frac{1}{k}e^{-k\Delta}\ln\Delta + \left[\frac{1}{k}\ln\frac{H}{\Delta} - H\right] + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{k}\left(\ln\Delta - \frac{b}{0{,}434a}\right)\left(e^{-kH} - e^{-k\Delta}\right)\right\} = A'M. \qquad (9)$$

Это уравнение может быть использовано для приближенного определения расхода взвешенных наносов при неравномерном движении на подходах потока к прорану.

Литература

1. *Будак Б. М., Фомин С. В.* Кратные интегралы и ряды. М., 1967. 2. *Гончаров В. Н.* Основы динамики русловых потоков. Л., 1954. 3. *Караушев А. В.* Проблемы динамики естественных водных потоков. Л., 1960. 4. *Лисицына К. И., Боголюбова И. В.* Изучение стока наносов ручьев. Тр. ГГИ, вып. III, 1964. 5. *Лузин Н. Н.* Интегральное исчисление. М., 1952. 6. *Маккавеев В. М., Коновалов И. М.* Гидравлика. Л.—М., 1940.