

И. В. Филиппович

КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ГИДРАВЛИЧЕСКИМИ ЭЛЕМЕНТАМИ ДВИЖЕНИЯ НА ВОДОСЛИВЕ С ШИРОКИМ ПОРОГОМ

Анализ влияния условий входа, высоты порога и очертания его входного ребра на коэффициент скорости водослива с широким порогом позволяет сделать вывод об отсутствии необходимости особого учета бокового сжатия и высоты порога при определении значений (в обозначениях авторов) $k = \frac{h^*}{H_0}$ [1]. По мнению А. Р. Березинского [1], это свидетельствует о принципиальной правильности зависимостей $\varphi = f(m)$ и $k = f(m)^*$.

Боковое сжатие, как указывается в работе [2], должно учитываться непосредственно коэффициентом расхода водослива m , который в свою очередь зависит от относительной высоты порога $\eta = \frac{C_b^*}{H}$ и относительной ширины водосливного отверстия в нижнем бьефе $\beta_b = \frac{b^*}{B}$.

Говоря о необходимости более глубоких и всесторонних исследований широкого порога, А. Р. Березинский ставит задачу поиска теоретического решения, позволяющего связать гидравлические параметры водослива в единую систему [1].

Принимая в качестве основного энергетическое уравнение Д. Бернулли и решая его, автор делает попытку определения гидравлических элементов движения на водосливе с широким порогом по известным напору и коэффициенту расхода. Определяемыми элементами являются: сжатая глубина на пороге водослива, как затопленного, так и незатопленного; коэффициент скорости; глубина, при которой начинается подтопление водослива; глубина на сходе с незатопленного водослива; критическая глубина.

Рассматривается водослив с вертикальным сжатием, горизонтальным широким порогом, плоским движением.

При ограниченном многообразии продольных профилей потока на широком пороге [1, 3—8] в каждом из них, по нашему мнению, должно существовать сечение, увеличение глубины в котором благодаря повышению уровня нижнего бьефа для неизменного напора должно вызвать подтопление водослива, т. е. изменение характера истечения. Указанным сечением поток на водосливе разделяется на верхний участок (выше по течению) и нижний (до конца порога). По общепринятой терминологии такое сечение называется сжатым [3, 7, 8, 9]. До момента затопления водослива с увеличением глубины на пороге кривая свободной поверхности на верхнем участке не изменяет своей формы. На нижнем участке кривая свободной поверхности в зависимости от отношения $\frac{C}{H}$ (C — ширина порога; H — напор на водосливе) может принимать различную форму: от кривой спада при меньших отношениях до кривой

подпора и образования прыжка-волны при больших отношениях. На образование той или иной формы кривой свободной поверхности на нижнем участке оказывает также влияние форма входного ребра водослива [3, 7, 8, 9].

В момент затопления водослива кривая свободной поверхности на нижнем участке представляет собой прыжок-волну, надвигающуюся на сжатое сечение и увеличивающую его глубину.

На затопленном водосливе, как и на незатопленном, при неизменном уровне в верхнем бьефе образуется сжатое сечение, определяющее в данный момент времени максимальную пропускную способность водослива. В другой момент времени при увеличении затопления образуется сжатая глубина, характеризующая уменьшившуюся (по сравнению с прежней) пропускную способность водослива.

Таким образом, при увеличении глубины в нижнем и неизменном уровне в верхнем бьефе и заданном коэффициенте сопротивления в конечном итоге должна образоваться на пороге максимальная сжатая глубина, превышение которой дает новую форму движения потока, а именно: переход от водослива к движению в русле. Отмеченный переход от движения на водосливе к течению в русле должен характеризоваться некоторым определяющим коэффициентом расхода водослива m_0 , наличие которого явствует из решения энергетического уравнения Д. Бернулли.

Сжатое сечение для незатопленного водослива при неизменном напоре не меняет своего положения на пороге; для затопленного водослива положение сжатого сечения зависит от глубины в нижнем бьефе.

Уравнение Д. Бернулли для сечений в верхнем бьефе, где давление распределяется по закону гидростатики, и сжатом на пороге, будет

$$H_0 = h_c + \frac{q^2}{2g\varphi^2 h_c^2}, \quad (1)$$

где $H_0 = H + \frac{\alpha v_0^2}{2g}$ — полный напор на водосливе; h_c — сжатая глубина на пороге водослива; $q = mH_0\sqrt{2gH_0}$ — удельный расход на водосливе; g — ускорение свободного падения; φ — коэффициент скорости; H — геометрический напор на водосливе, равный разности отметок уровня воды в верхнем бьефе и порога водослива; α — коэффициент неравномерности распределения скоростей в сечении в верхнем бьефе; $v_0 = \frac{q}{H}$ — средняя скорость потока в том же сечении; m — коэффициент расхода водослива.

Принимается, что коэффициент расхода водослива учитывает влияние высоты порога P , напора H_0 , формы входа на порог, ширины порога C и его шероховатости, вертикального сжатия, а также подтопления водослива при превышении глубины на нижнем участке по сравнению со сжатой. Перечисленные факторы влияют на изменение коэффициента расхода. Таким образом, коэффициент расхода является как бы обобщающим параметром сложного влияния ряда факторов на пропускную способность водослива.

Уравнение (1) после несложных преобразований и замены членов приводится к кубическому:

$$y^3 + 3ky + 2d = 0, \quad (2)$$

$$\text{где } y = h_c - \frac{H_0}{3}, \quad (3)$$

$$d = \frac{m^2 H_0^3}{2\varphi^2} - \frac{H_0^3}{27}, \quad (4)$$

$$k = -\frac{H_0^2}{9}. \quad (5)$$

Чтобы решить уравнение (2), дискриминант которого

$$D = \frac{m^2 H_0^6}{4\varphi^2} \left(\frac{m^2}{\varphi^2} - \frac{1}{6,75} \right) < 0, \quad (6)$$

так как $\frac{m^2}{\varphi^2} - \frac{1}{6,75} \leq 0$ для значений $\varphi < 1$, введем коэффициент

$$\cos \psi = \frac{d}{r^3} = \frac{13,5m^2}{\varphi^2} - 1, \quad (7)$$

где $d > 0$, поскольку $\frac{m^2}{2\varphi^2} - \frac{1}{27} > 0$, и знак r должен совпадать со знаком d .

Корнями уравнения (1) будут:

$$h_1 = \frac{H_0}{3} \left(1 - \cos \frac{\psi}{3} \right), \quad (8)$$

$$h_2 = \frac{H_0}{3} \left(1 + \cos \frac{\psi}{3} + \sqrt{3} \sin \frac{\psi}{3} \right), \quad (9)$$

$$h_3 = \frac{H_0}{3} \left(1 + \cos \frac{\psi}{3} - \sqrt{3} \sin \frac{\psi}{3} \right). \quad (10)$$

Сумма корней h_1, h_2, h_3 равна полному напору на водосливе H_0 , а произведение их равно $-\frac{m^2 H_0^3}{\varphi^2}$. Анализ решения уравнения (1) показывает, что корень h_1 отрицательный, два других корня h_2 и h_3 всегда положительны.

Как видно из уравнений (7) и (8—10), значение каждого из корней зависит от напора H_0 и коэффициентов m и φ . По мере увеличения напора H_0 корни h_2 и h_3 также увеличиваются, а h_1 уменьшается.

При неизменном уровне воды перед водосливом и увеличивающимся уровнем в нижнем бьефе корни h_1 и h_2 увеличиваются, а корень h_3 уменьшается. Корень h_1 , будучи отрицательным, стремится по мере увеличения затопления к своему максимуму, приближающемуся к нулю. Корень h_2 всегда больше h_3 .

Приведенные закономерности изменения корней уравнения (1) весьма логичны с точки зрения образования различных форм движения потока на водосливе. Так, корень h_3 , определяемый по зависимости (10), представляет собой сжатую глубину на пороге незатопленного водослива, корень h_2 — сжатая глубина на пороге затопленного водослива. Момент затопления водослива, характеризуемый уменьшением пропускной способности при неизменном напоре H_0 или увеличением H_0 при сохра-

нившемся прежнем расходе, наступает тогда, когда глубина на пороге равна h_2 . В последующем, в связи с увеличением затопления, поток на водосливе движется с глубиной в сжатом сечении, равной h_2 . Корень h_3' , вычисленный для новых изменившихся условий в связи с затоплением, представляет собой глубину в сжатом сечении, с которой поток двигался бы в условиях незатопленного водослива, но с уменьшенными расходом и напором H_0' . Для затопления такого водослива потребуется другая глубина h_2' , меньшая прежней h_2 . Глубина h_3' для новых изменившихся условий незатопленного водослива будет меньше прежней h_3 .

Закономерность изменения глубин h_3 и h_2 , характеризующих различные условия протекания потока через водослив, дает основание называть их сопряженными при безпрыжковом переходе от бурного состояния потока на незатопленном водосливе к спокойному на затопленном водосливе. Соотношение между указанными глубинами и критической

$$h_3 < h_k \leq h_2 \text{ или } \frac{H \left(1 + \cos \frac{\psi}{3} - \sqrt{3} \sin \frac{\psi}{3} \right)}{3} < < \sqrt[3]{2\alpha m^2} \leq \frac{H \left(1 + \cos \frac{\psi}{3} + \sqrt{3} \sin \frac{\psi}{3} \right)}{3}. \quad (11)$$

Таким образом, определяя по заданному расходу Q сжатую глубину h_3 для незатопленного водослива, можно по вычисленной глубине h_2 знать об условиях, при которых водослив будет затоплен. Для этого достаточно сравнить глубину h_2 на пороге водослива со значением бытовой глубины в нижнем бьефе H_n , отсчитываемой от отметки порога водослива. Затопление водослива наступает всегда при условии

$$h_2 \leq H_n. \quad (12)$$

Корень h_1 уравнения (1), будучи всегда отрицательным, характеризует собой превышение суммы потенциальных энергий h_3 и h_2 над полным напором H_0 . Экспериментальная проверка сжатых глубин h_3 и h_2 , устанавливаемых соответственно на незатопленном и затопленном водосливах, показывает хорошую сходимость подсчитанных глубин по формулам (9) и (10) с экспериментальными (рис. 1). На графиках нанесены экспериментальные данные, взятые из работ [1, 3], а также автора.

В диапазоне изменения отношений $\frac{P}{H} = 1,73-0,38$ и $\frac{C}{H} = 8,45-4,30$ для округленного входа на пороге незатопленного водослива отклонения вычисленных значений h_3 от экспериментальных не превышают $\pm 3,7\%$; водослива с нескругленным входом на порог при отношениях $\frac{P}{H} = 6,9-0,53$ и $\frac{C}{H} = 13,8-2,12$ указанные отклонения не превышают $\pm 4,7\%$.

Для затопленных водосливов отклонение вычисленной глубины h_2 от экспериментальной не превышает $6,7\%$ при скругленном входе на пороге и $\pm 8,3\%$ при нескругленном входе. Указанные отклонения относятся к незатопленным водосливам без бокового сжатия и затопленным водосливам с боковым сжатием, вызванным бычками. Форма входной и выходной граней бычков была полуциркульной и криволинейно-заострен-

ной или криволинейно-заостренной на входе и прямоугольной на выходе. Кроме того, водосливы были с тремя бычками, в которых устраивалось по два паза для затворов.

Как отмечалось, затопление водослива наступает при соблюдении условия (12). Принимая для момента затопления превышение уровня

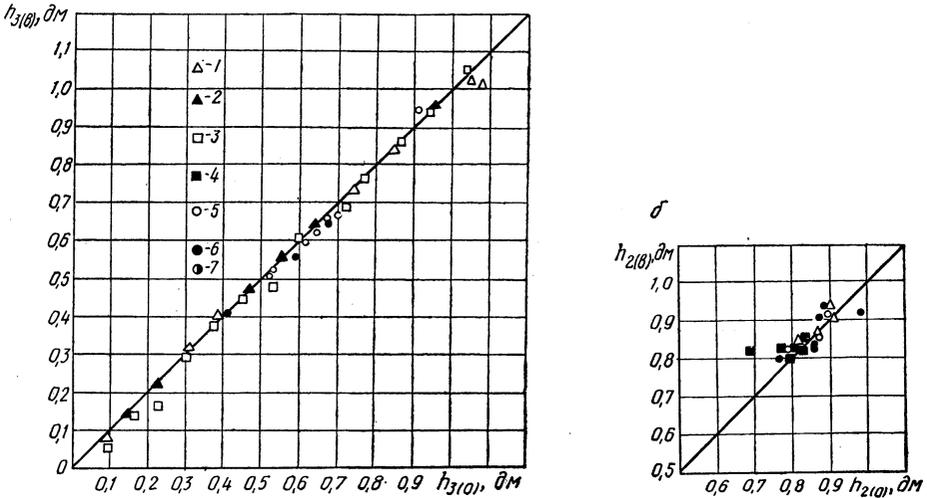


Рис. 1. График сходимости вычисленных глубин на водосливе с опытными:

a — на неподтопленном водосливе; *б* — на подтопленном; 1 — водослив с нескругленным входом без бокового сжатия, $p=1,07$ дм, $p/H=1,07$, $C/H=5$; 2 — то же, $P=1$ дм, $P/H=6,9-0,53$, $C/H=27,6-2,12$; 3 — то же, $P=2$ дм, $P/H=13,8-1,06$, $C/H=27,6-2,12$; 4 — то же, с боковым сжатием и различными очертаниями входной и выходной грани быков, $P=1,07$ дм; 5 — то же, со скругленным входом и боковым сжатием, $P=0,47$ дм, $P/H=0,67-0,37$, $C/H=8,45-4,6$; 6 — то же, без бокового сжатия, $P=1,07$ дм, $P/H=1,07$; $C/H=5$; 7 — то же, $P=1,45$ дм, $P/H=1,75-1,06$, $C/H=1,7-4,3$.

воды в нижнем бьефе относительно отметки порога водослива за глубину $h_2 = H_n$, найдем отношение

$$\begin{aligned} \frac{h_2}{H_0} &= \frac{\frac{H_0}{3} \left(1 + \cos \frac{\psi}{3} + \sqrt{3} \sin \frac{\psi}{3} \right)}{H_0} = \\ &= \frac{1 + \cos \frac{\psi}{3} + \sqrt{3} \sin \frac{\psi}{3}}{3}. \end{aligned} \quad (13)$$

Проф. А. Р. Березинский критерий затопления водослива с широким порогом характеризует двумя условиями (в обозначениях А. Р. Березинского) [1]:

- 1) $h = h_k$,
- 2) $\frac{H_n^*}{H_0} = 0,80$ или $\frac{H_n}{h_k} = 1,30$.

Проф. Р. Р. Чугаев [10] расширяет значение $\frac{H_n}{H_0} = (0,85-0,75)$, что подтвердилось исследованиями автора.

Проверка отношения (13), в котором h_2 вычислялось по зависимос-

ти (9), а H_0 бралось по экспериментальным данным, подтверждает условие (6). Отношение $\frac{h_2}{H_0}$ для водосливов с нескругленным входом на пороге имеет максимальное значение, равное 0,834 при $\frac{P}{H} = 1,8$ и $\frac{C}{H} = 8,4$, и минимальное значение, равное 0,735 со скругленным входом на пороге при $\frac{P}{H} = 0,89$ и $\frac{C}{H} = 4,16$. Важно отметить, что указанные отношения сохраняются и для широкого порога с наклонной входной гранью под углом 14° и 26° с $\frac{P}{H} = 1,53-0,457$ и $\frac{C}{H} = 3,07-1,4$. Меньшие значения $\frac{h_2}{H_0}$, как правило, получаются для водосливов со скругленным входом на пороге водослива, большие — с нескругленным входом [1].

Пропускную способность как незатопленного, так и затопленного водослива при известном φ можно определить по формуле затопленного водослива:

$$q = \varphi h \sqrt{2g(H_0 - h)}, \quad (14)$$

подставляя вместо h глубину h_2 , вычисляемую по зависимости (9), или h_3 , вычисляемую по зависимости (10).

Таким образом, более общей формулой пропускной способности водосливов будет формула (14). Важным при этом является значение коэффициента скорости φ .

Для выявления связи между напором и глубинами на водосливе, а также между коэффициентами m и φ , обратимся к зависимости (7), представленной в виде

$$\cos \psi = \frac{13,5m^2H_0^3 2g - \varphi^2H_0^3 2g}{\varphi^2H_0^3 2g}. \quad (15)$$

Обозначив $q_m^2 = m^2H_0^3 2g$ и $q_\varphi^2 = \varphi^2H_0^3 2g$, зависимость (15) переписываем так:

$$\cos \psi = \frac{13,5 q_m^2 - q_\varphi^2}{q_\varphi^2}, \quad (16)$$

где q_m, q_φ — соответственно удельные расходы с учетом вертикального сжатия и без него.

Исследуем зависимость (16). Равенство $\frac{13,5q_m^2 - q_\varphi^2}{q_\varphi^2} = -1$ возможно лишь при $q_m = 0$, т. е., если движения через водослив не будет, что нетрудно представить при выравненных бьефах.

При $\frac{13,5q_m^2 - q_\varphi^2}{q_\varphi^2} = 0$ соотношение между удельными расходами должно быть

$$\frac{q_\varphi}{q_m} = \sqrt{13,5}. \quad (17)$$

Для условий, при которых $\frac{13,5q_m^2 - q_\varphi^2}{q_\varphi^2} = 1$, отношение расходов будет

$$\frac{q_\varphi}{q_m} = \sqrt{6,75}. \quad (18)$$

При неизменных φ , m , q , H_0 , что характерно для незатопленного водослива, большее отношение расходов (17) должно характеризовать поток с минимальной глубиной на пороге. Меньшее отношение расходов (18) характеризует поток на водосливе с глубиной, близкой до недавнего представления к критической, которая для идеального водослива ($\varphi=1$) равна ей, а для реальной жидкости ($\varphi<1$) всегда меньше ее.

Покажем это, для чего возведем в квадрат равенство (17):

$$\frac{q_\varphi^2}{q_m^2} = 13,5. \quad (17')$$

Разделим числитель и знаменатель левой части равенства (17') на g , затем заменим $g_\varphi^2 = \varphi^2 H_0^3 g$:

$$\frac{q_m^2}{g} = \frac{\varphi^2 H_0^3}{6,75}$$

или по аналогии с критической глубиной

$$h_{k(3)} = H_0 \sqrt[3]{\frac{\varphi^2}{6,75}} = 0,529 H_0 \sqrt[3]{\varphi^2}. \quad (19)$$

Небезынтересно отметить, что глубины h_3 (зависимость (10)) и $h_{k(3)}$ (19) для незатопленного водослива весьма близки между собой и абсолютная разница их значений не больше погрешностей, допускаемых при вычислениях.

Произведя аналогичные преобразования с зависимостью (18), получаем

$$h_k = H_0 \sqrt[3]{\frac{\varphi^2}{3,375}} = 0,667 H_0 \sqrt[3]{\varphi^2}. \quad (20)$$

Экспериментальная проверка зависимости (20) показывает, что критическая глубина для реального водослива всегда больше таковой, вычисляемой по формуле Буссинеска, равна или весьма близка к вычисляемой по формуле Бахметева (отклонение не превышает 10%), но всегда меньше вычисленной по формуле Беланже для идеализированной схемы истечения. Глубина h_k , вычисленная по формуле (20), меньше глубины h_2 , определенной по формуле (9), истечение при которой через водослив всегда затопленное.

Из анализа глубин следует, что движение потока на водосливе с широким порогом в диапазоне от незатопленного истечения до затопленного может быть охарактеризовано условиями (17) и (18). Первое из них соответствует незатопленному водосливу с глубиной на пороге h_3 и $h_{k(3)}$, ниже которой поток пройти не может, второе — критическому состоянию потока с глубиной h_k (формула (20)). В связи с этим коэффициент (7) и (15) приобретает физический и практический смысл. Зна-

чения их при решении задач водослива с широким порогом не должны выходить за пределы от 0 до 1, причем «нуль» соответствует незатопленному водосливу с максимальным $\varphi_{\max} = m \sqrt{13,5}$ для $m \geq 0,272$, а «единица» — с минимальным $\varphi_{\min} = m \sqrt{6,75}$ (для $m \leq 0,385$) для заданных коэффициентов расхода m (рис. 2).

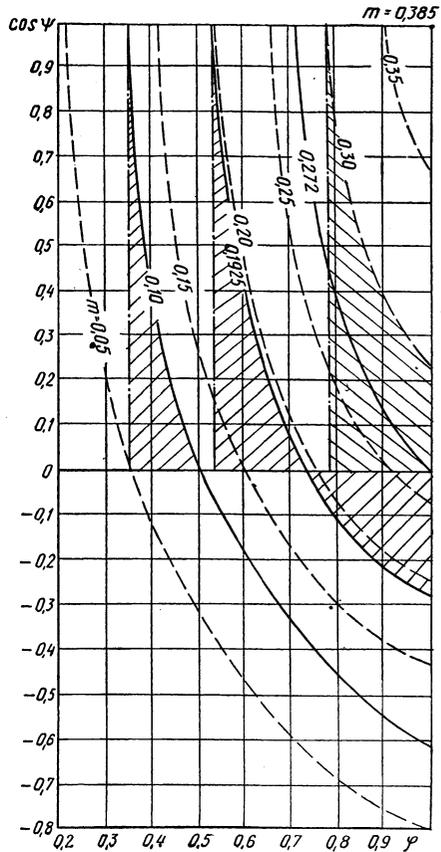


Рис. 2. Функциональная зависимость между коэффициентами расхода m , скорости γ и $\cos \psi$ для водослива с широким порогом.

Для определения φ при постоянном m проинтегрируем зависимость (7):

$$\int \left(\frac{13,5m^2}{\varphi^2} - 1 \right) d\varphi = - \frac{13,5m^2}{\varphi} - \varphi + C. \quad (21)$$

Подставляя в интеграл (21) пределы $\varphi_{\max} = 1$ и $\varphi_{\min} = m \sqrt{6,75}$ для $\frac{1}{\sqrt{6,75}} = 0,385 \geq m \geq \frac{1}{\sqrt{13,5}} = 0,272$, получим

$$\int_{\varphi_{\min}=m\sqrt{6,75}}^{\varphi_{\max}=1} \left(\frac{13,5m^2}{\varphi^2} - 1 \right) d\varphi = -13,5m^2 + 3m\sqrt{6,75} - 1. \quad (22)$$

Среднее значение φ получим, разделив (22) на разность $\Delta\varphi = 1 - m\sqrt{6,75}$, а затем приравняв полученное частое выражению (7):

$$2m\sqrt{6,75} - 1 = \frac{13,5m^2}{\varphi^2} - 1,$$

откуда

$$\varphi = \sqrt{m\sqrt{6,75}} = 1,611\sqrt{m}. \quad (23)$$

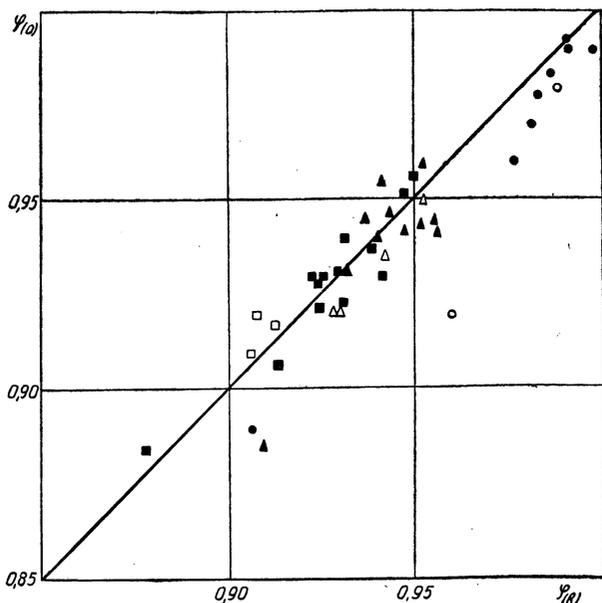


Рис. 3. График сходимости вычисленных коэффициентов скорости с опытными.

Поступая аналогично, найдем φ для $m \leq \frac{1}{\sqrt{13,5}} = 0,272$. Верхним пределом интегрирования в этом случае будет $\varphi_{\max} = m\sqrt{13,5}$, нижним — $\varphi_{\min} = m\sqrt{6,75}$; разность $\Delta\varphi = m(\sqrt{13,5} - \sqrt{6,75})$:

$$\int_{\varphi_{\min}=m\sqrt{6,75}}^{\varphi_{\max}=m\sqrt{13,5}} \left(\frac{13,5m^2}{\varphi^2} - 1 \right) d\varphi = 3m\sqrt{6,75} - 2m\sqrt{13,5}. \quad (24)$$

После деления (24) на $\Delta\varphi$, получим

$$\frac{3m\sqrt{6,75} - 2m\sqrt{13,5}}{m\sqrt{13,5} - m\sqrt{6,75}} = \frac{13,5m^2}{\varphi^2} - 1,$$

откуда

$$\varphi = m\sqrt{6,75\sqrt{2}} = m\sqrt[4]{6,75 \cdot 13,5} = 3,09 m. \quad (25)$$

Зависимость (23) определяет связь между коэффициентами скорости φ и расхода m для $0,385 \leq m \leq 0,272$, зависимость (25) — для $m \leq 0,272$. Проверка указанных зависимостей на материалах опубликованных исследований указывает на хорошую сходимость экспериментальных значений φ с вычисленными (рис. 3). Отклонение вычисленных значений φ

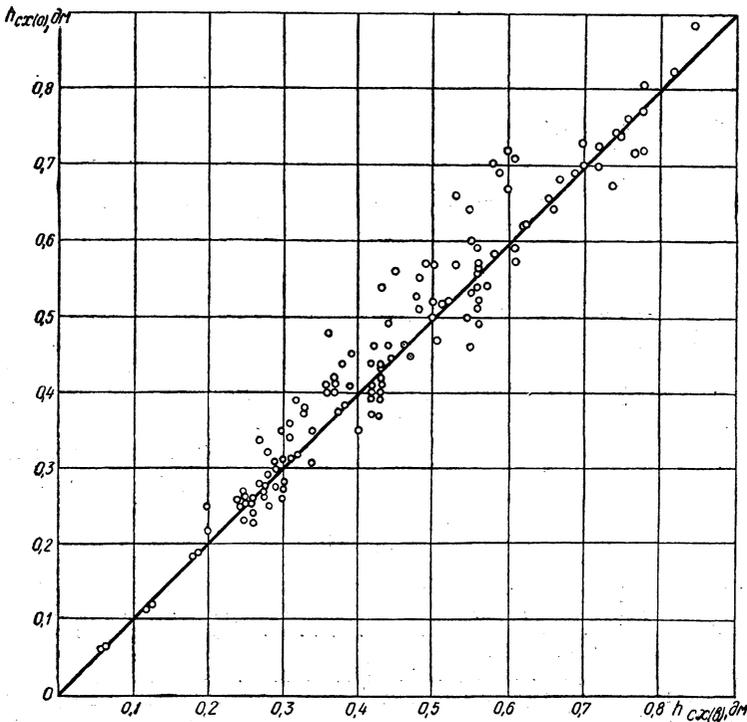


Рис. 4. График сходимости вычисленных глубин на сходе с водослива с опытными.

от экспериментальных не превышает 1,4%—5,2%.

Приравняем интегральную сумму (22) нулю (см. рис. 2), решим квадратное уравнение и определим значения m . Получим

$$m_1 = \frac{1}{\sqrt{6,75}} = 0,3849,$$

т. е. коэффициент расхода идеального водослива при $\varphi=1$ и глубине на пороге, равной критической, и

$$m_0 = \frac{1}{2\sqrt{6,75}} = 0,1925.$$

Такой же коэффициент расхода идеального водослива с $\varphi=1$, но при минимально возможной глубине на пороге, с которой прошла бы идеальная жидкость. Покажем это:

$$q_{m,1} = m_1 H_0 \sqrt{2gH_0} = \frac{1}{\sqrt{6,75}} H_0 \sqrt{2gH_0}. \quad (26)$$

Возведем равенство (26) в квадрат, после чего разделим его на g :

$$\frac{q_{m,1}^2}{g} = \frac{H_0^3}{3,375},$$

откуда по аналогии с критической глубиной

$$h_k = \frac{H_0}{\sqrt[3]{3,375}} = \frac{2}{3} H_0. \quad (27)$$

Аналогично для m_0 :

$$\frac{q_{m,0}}{g} = \frac{H_0^3}{13,5} \text{ и } h_{cx} = \frac{H_0}{\sqrt[3]{13,5}} = 0,42H_0, \quad (28)$$

т. е. идеальная жидкость с коэффициентом расхода $m_0=0,1925$ пройдет по водосливу с глубиной $0,42 H_0$, устанавливаемой на сходе (перепаде).

Весьма интересным в практическом приложении является тот факт, что минимально возможная глубина для идеального водослива с широким порогом h_{cx} устанавливается для реальной жидкости на перепаде водослива. Доказательством этого является коррелятивная связь для незатопленного водослива между экспериментальными значениями глубин на сходе h_{cx} с вычисленными по зависимости (28) (см. рис. 4).

Литература

1. А. Р. Березинский. Пропускная способность водослива с широким порогом. М., 1950.
2. Технические условия и нормы проектирования гидротехнических сооружений. Гидравлические расчеты водосливов. М., 1952.
3. Г. И. Сухомел и др. Водослив с широким порогом. М., 1949.
4. В. А. Большаков. Критерий затопления водосливов. Сб. науч. тр. Томск. инж.-строит. ин-та, т. 3, 1957.
5. С. Г. Коберник. О глубине потока на водосливе с широким порогом. «Гидротехническое строительство», 1948, № 5.
6. С. Г. Коберник. О коэффициенте расхода идеального водослива с широким порогом. «Гидротехническое строительство», 1953, № 1.
7. Ф. И. Пикалов. Движение на водосливе с широким порогом. «Гидротехническое строительство», 1948, № 11.
8. М. М. Скиба. Теория движения жидкости через водослив с широким порогом. Изв. Южн. науч.-исслед. ин-та гидротехники и мелиорации, вып. 3—4, 1935.
9. В. В. Смыслов. Теория водослива с широким порогом. М., 1956.
10. Р. Р. Чугаев. Гидравлика. М., 1963.