

М. В. Кравцов, В. В. Суворов

СОПРОТИВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЮ ШАРОВ В ЖИДКОСТЯХ ПРИ ЧИСЛАХ Re ДО 10^6

В работе [1] нами экспериментально исследовано движение шаров в жидкостях при числах Re примерно до 7000. Здесь оказывается справедливым так называемый трехчленный закон сопротивления

$$\psi = \frac{A}{Re} + \frac{B}{\sqrt{Re}} + c_g, \quad (1)$$

где $Re = \frac{vd\rho}{\mu}$ — число Рейнольдса; v , d , μ , ρ — соответственно скорость, диаметр шара, вязкость и плотность среды; A , B , c_g — постоянные коэффициенты.

Скорость движения шаров при числах Re до 5000—7000 с достаточной для практики точностью может быть определена по формуле

$$v = - \frac{c_b \mu}{\pi(k + c_g d/4)\rho} + \sqrt{\left[\frac{c_b \mu}{\pi(k + c_g d/4)\rho} \right]^2 + \frac{d^2 \Delta \rho g}{3(k + c_g d/4)\rho}}, \quad (2)$$

где $c_b = \frac{A}{8} \pi$; $k = \frac{b}{3 \sqrt{\frac{\Delta \rho \rho g}{\mu^2}}}$; b — постоянный коэффициент.

До настоящего времени свободное падение шаров при числах Re больше 10^4 изучалось мало. Для исследования равномерного движения шаров при значительных числах Рейнольдса следует изучать движение крупных шаров,двигающихся с большими скоростями. В этом случае опыты необходимо проводить в сосудах значительной ширины и высоты для того, чтобы избежать стеснения движения стенками сосуда и исключить участок ускоренного первичного движения. Кроме того, возникают трудности в фиксации скоростей движения. Для этого необходимо применять электрическую аппаратуру, включающую фотоэлементы, или киносъемку. Как показали наши дальнейшие исследования, возникают также значительные трудности, заключающиеся в том, что шары при больших числах Рейнольдса могут отклоняться от прямолинейного пути. Сбрасывание стальных шаров нами производилось с помощью электромагнита, включенного в сеть через выпрямитель и стабилизатор тока, имеющего сердечник конической, сферической, плоской форм.

Отклонения от вертикали фиксировались с помощью мишени, помещенной на дне сосуда. При этом характерно, что шары, падая в воздухе, ложатся в центр мишени, а при наличии более вязкой среды отклоняются от вертикали. При движении стальных шаров диаметром до 1,5 см отклонения от вертикали при движении начинаются по результатам киносъемки при числах $Re = 100—150$ и составляют 3—4 см. Ско-

рость падения в этих случаях изменяется до 10%. Можно было бы предположить, что отклонения падающих шаров в вязкой среде от вертикали являются свойством свободного падения. Однако при одних и тех же условиях шар может отклоняться от вертикали очень значительно и падать по вертикали.

Опыты показали, что хотя движение шаров происходило при строгом термостатировании и постоянных условиях, редко случалось, чтобы шары двигались прямолинейно. Все эти трудности, видимо, были причиной того, что опытных данных о скоростях свободного равномерного падения шаров при больших числах Рейнольдса недостаточно.

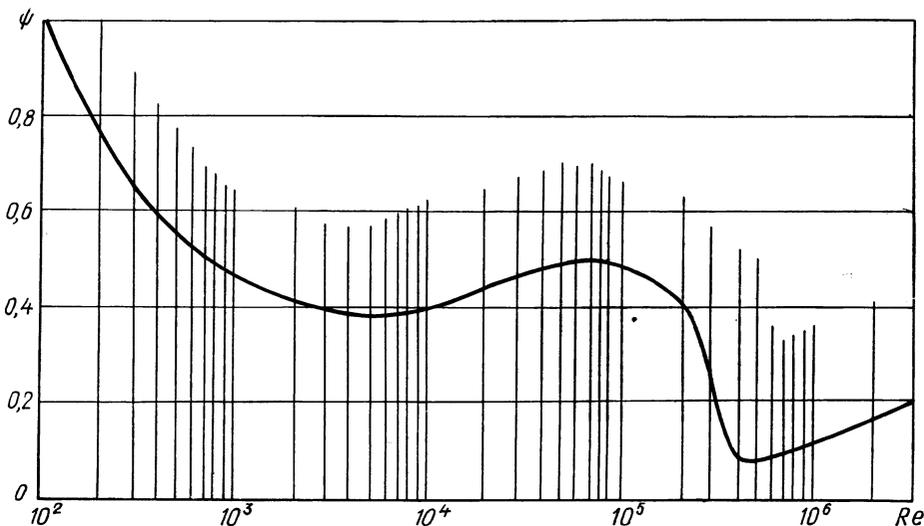


Рис. 1. Опытный график зависимости $\psi=f(Re)$ по осредненным данным при про- дувке шаров в аэродинамической трубе.

Опытные значения коэффициента сопротивления ψ при больших числах Рейнольдса для построения классического графика зависимости $\psi=f(Re)$ были получены при изучении обтекания шаров потоком воздуха в аэродинамической трубе. При этом в силу принципа относительности Галилея считалось, что существует аналогия между обтеканием тел и свободным падением, а это неоднократно подвергалось сомнению. Еще Д. И. Менделеев [2] указывал на то, что по наблюдениям Дю-Бюа и Дюшемена, а также согласно высказываниям Понселе, необходимо отличать случаи, когда тело движется в неподвижной среде и когда движется среда, так как сопротивление в этих условиях будет различным. На примере опытов Рейда и Люнона для $10^4 < Re < 10^7$ установлено отличие как в численных значениях коэффициента сопротивления, так и в характере зависимости [3]. Кризис сопротивления свободно падающих шаров выражен значительно слабее. Проведенные исследования [4] показывают, что закономерности падения тела в неподвижной жидкости отличаются от закономерностей обтекания жидкостью неподвижного тела даже в случае совершенно симметричного тела — шара.

Отмечается однако, что аналогия между обтеканием шара в аэродинамической трубе и при свободном падении существует при $Re \leq 10^3$. Отметим также, что опытные данные о коэффициентах сопротивления при обтекании потоком воздуха шара при больших числах Re , полученные различными авторами, значительно расходятся. В работе [5] приводятся осредненные значения коэффициентов (рис. 1) по многочисленным опытным данным.

Для выявления зависимости $\psi = f(\text{Re})$ при падении шаров в вязкой среде при больших числах Рейнольдса нами были проведены опытные измерения скоростей падения стальных шаров диаметром до 7,622 см в трубе (диаметром 120 и длиной 340 см), заполненной водой.

Для фиксирования скоростей движения шаров была разработана электрическая схема (рис. 2), с помощью которой измерение скоростей движения шаров на определенном участке производилось двумя фото-

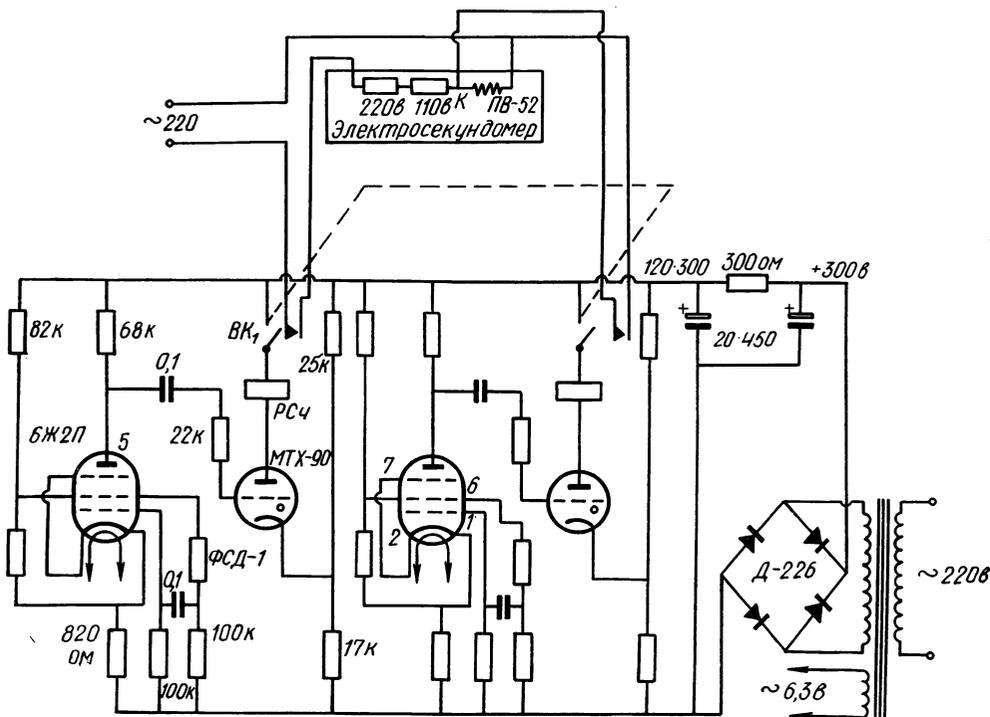


Рис. 2. Электрическая схема экспериментальной установки для изучения скоростей падения тел в жидкостях.

элементами и электрическим секундомером. В качестве источника света использовался фильмоскоп, в рамку которого вставлялась шторка с тонкой прорезью. В результате этого на фотоэлементы падали плоские пучки света. При пересечении луча первого источника света движущимся шаром с помощью первого фотоэлемента и электрической схемы включался электрический секундомер. При пересечении шаром луча второго источника света секундомер с помощью второго фотоэлемента выключался.

Для того чтобы движение шара в вязкой среде было свободным и равномерным, опыты проводились в сосуде с поперечным сечением таких размеров, когда влияние стенок на скорость движения шара отсутствует (по литературным источникам при $d/D < 0,05$; d — диаметр шара, D — диаметр сосуда), а первый фотоэлемент располагается на таком удалении от места пуска шара, что участок первоначального ускоренного движения исключается. Необходимое расстояние от места пуска шара до первого фотоэлемента при измерении равномерного движения выбиралось методом пробных попыток при увеличении расстояния до тех пор, пока скорость шаров не изменялась. Для этого при размещении источников света и фотоэлементов в горизонтальной плоскости к боковой поверхности сосуда были приварены восемь патрубков диаметром 10 см, закрытых органическим стеклом (по четыре с каждой

стороны). Вся длина трубы делилась патрубками на четыре участка: один — от поверхности жидкости в сосуде до первой пары патрубков — составлял 25 см, остальные три — по 100 см.

Размер окошка фотоэлемента был равен 8 мм. Таким образом, при установке фотоэлементов строго по вертикали они срабатывали только тогда, когда шар уклонялся от вертикали не более чем на 4—5 мм в ту или другую сторону.

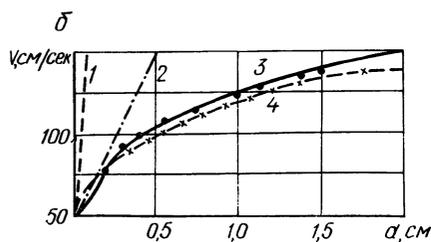
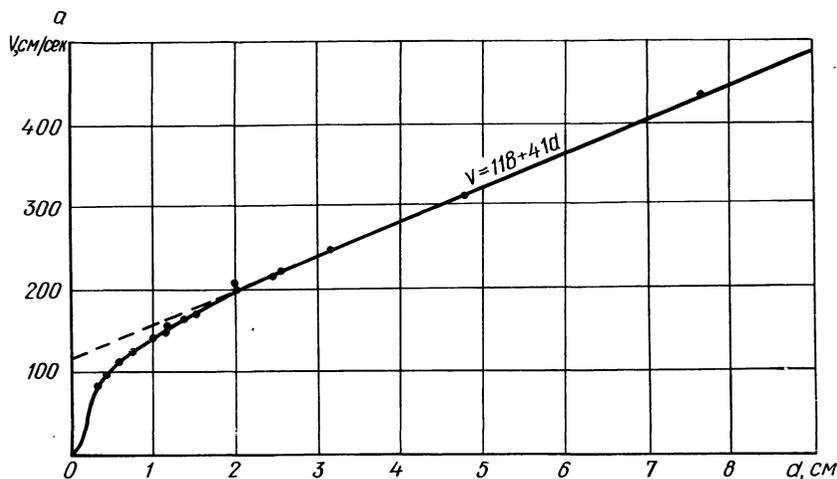


Рис. 3. Сопоставление опытных данных о скоростях падения шаров в воде (а) при 10°C с расчетными по формулам (б):

1 — Стокса, 2 — Осена; 3 — опыт; 4 — Ньютона.

Размеры шаров измерялись микрометром или штангенциркулем с точностью до 0,01 мм. Для определения удельного веса шары взвешивались. Температура среды измерялась с точностью до 0,1°C. Время падения фиксировалось электросекундомером с точностью до 0,01 сек. Таким образом, погрешности измерения в опытах не могли превышать 1—2%.

Общий вид кривых зависимостей $\psi = f(\text{Re})$ и $v = f(d)$ по результатам измерений представлен на рис. 3 и 4. Для построения кривых были использованы данные о скоростях, полученные в условиях, когда отклонения шаров от вертикали были незначительны. Измерение скоростей падения шаров производилось на участке длиной 100 см при расположении первого фотоэлемента на расстояниях 20, 120 и 220 см от места пуска шаров. В последних двух случаях скорости падения шаров были равны. На рис. 5 дается сравнение скоростей равномерного падения шаров при расположении первого фотоэлемента на расстоянии 20 см от места пуска.

Из рис. 3, а видно что опытная кривая $v = f(d)$ имеет вначале форму, близкую к параболической (закон Стокса), далее можно выделить примерно прямолинейный участок (закон Аллена — Прандтля — Блязнуса), затем участок кривой, соответствующий приближенно расчету

по формуле Ньютона, и, наконец, при значениях чисел $Re > 30000$ скорость движения линейно зависит от диаметра шара ($v = ad + b$).

Опытную кривую $\psi = f(Re)$ (рис. 4) можно условно разделить на четыре участка.

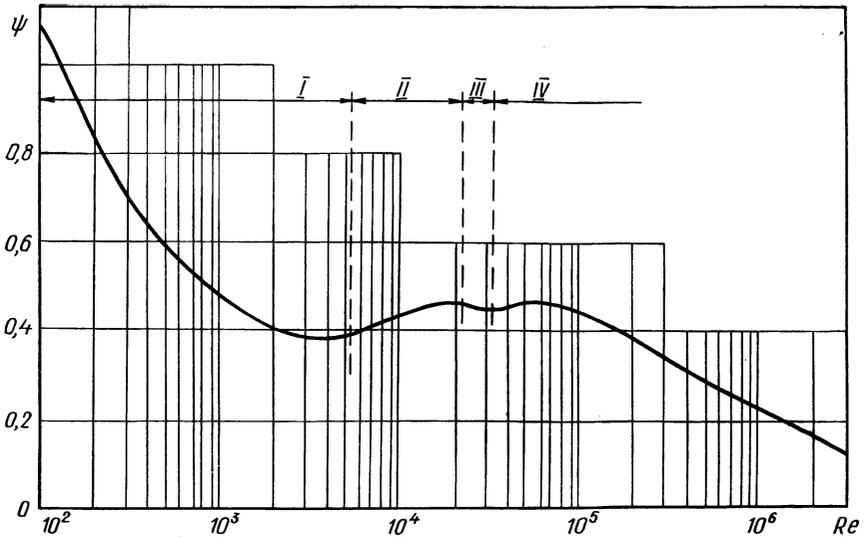


Рис. 4. Зависимость $\psi = f(Re)$ при свободном падении шаров в жидкостях.

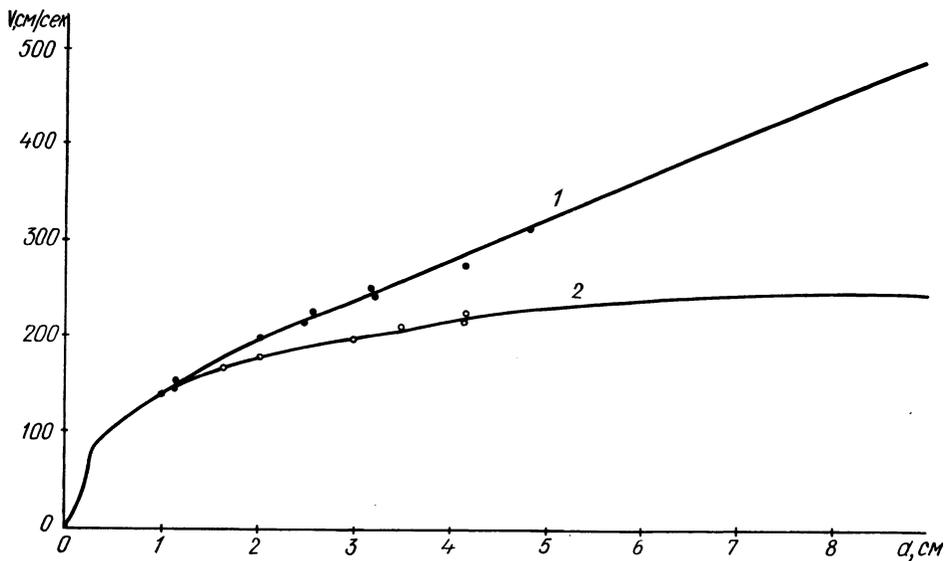


Рис. 5. Сопоставление скоростей падения стальных шаров в воде при $10^\circ C$: 1 — конечные скорости падения шаров; 2 — скорости падения шаров при наличии первоначального ускоренного участка.

На участке I $Re = 0 - 5000 - 7000$. Здесь движение шаров подчиняется трехчленному закону сопротивлений $\psi = \frac{A}{Re} + \frac{B}{\sqrt{Re}} + c_g$, а коэффициент сопротивления ψ снижается до 0,38. На участке II $Re = 5000 - 17000$ опытная кривая плавно поднимается вверх до значения $\psi = 0,46$. Таким образом, на этом участке сила сопротивления пропорциональна скорости в степени больше двух. На участке III $Re = 17000 -$

—30000 опытная кривая плавно снижается до значения $\psi=0,445$. На участке $IV Re>30000$. Этот участок соответствует линейной зависимости скорости от диаметра шаров ($v=ad+b$).

Следует отметить, что опытная кривая зависимости $\psi=f(Re)$, полученная в результате точных измерений скоростей свободного установившегося падения шаров (рис. 4), значительно отличается от стандартных диаграмм (рис. 1) в той части, где опыты проводились в аэродинамической трубе при обтекании шаров воздухом.

Литература

1. *Кравцов М. В., Суворов В. В.* К вопросу седиментации частиц сферической формы. — В сб.: Водное хозяйство Белоруссии. Вып. 1. Минск, 1971.
2. *Менделеев Д. И.* О сопротивлении жидкостей. Соч., т. 7. М.—Л., 1946.
3. *Coldstein S.* The steady Flow of viscous Fluids Past a Fixed Spherical Oestacle at Small. Reynolds numbers,— „Proc. Roy. Soc“, 1929, Y. 123.
4. *Климентов А. А.* О скорости падения твердых частиц в неподвижной и неограниченной жидкостях. — В сб.: Гидромеханизация земляных и открытых горных работ. М., 1968.
5. *Lappe C. E., Sheperd C. B.* Calculation of particle trajectories.—„Jnd Eng Chem.“ 1940. v. 32.