

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В
ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ТРУБОПРОВОДАХ

При проектировании трубопроводов различного назначения часто встречаются пространственные z-образные трубопроводы (рис. 1), расчет которых способом приведения пространственной задачи к трем плоским [1] является сравнительно громоздким.

Настоящая работа посвящена расчету на прочность такого трубопровода с любым отношением длин участков и учетом коэффициента понижения жесткости криволинейных колен.

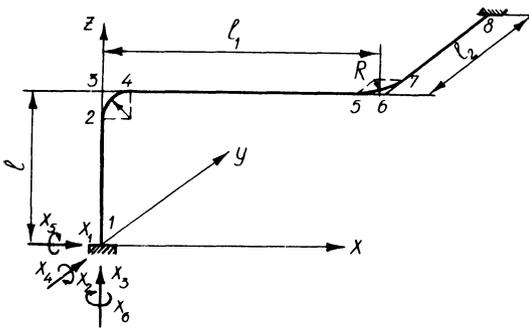


Рис. 1.

Рассматриваемый трубопровод с точки зрения строительной механики представляет собой упругую статически неопределимую систему с шестью лишними неизвестными. С использованием соотношений длин участков $k_1 = \frac{l_1}{l}, k_2 = \frac{l_2}{l}, \gamma = \frac{1}{R}$

система канонических уравнений метода сил может быть представлена в виде

$$\begin{pmatrix} 1^3 A_{11} & 1^3 A_{12} & 1^3 A_{13} & 1^2 A_{14} & 1^2 A_{15} & 1^2 A_{16} \\ 1^3 A_{21} & 1^3 A_{22} & 1^3 A_{23} & 1^2 A_{24} & 1^2 A_{25} & 1^2 A_{26} \\ 1^3 A_{31} & 1^3 A_{32} & 1^3 A_{33} & 1^2 A_{34} & 1^2 A_{35} & 1^2 A_{36} \\ 1^2 A_{41} & 1^2 A_{42} & 1^2 A_{43} & 1A_{44} & 1A_{45} & 1A_{46} \\ 1^2 A_{51} & 1^2 A_{52} & 1A_{53} & 1A_{54} & 1A_{55} & 1A_{56} \\ 1^2 A_{61} & 1^2 A_{62} & 1A_{63} & 1A_{64} & 1A_{65} & 1A_{66} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ X_3 \\ X_4 \\ X_5 \\ X_6 \end{pmatrix} = \Delta EI \begin{pmatrix} k_1 \\ k_2 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (1)$$

где $\Delta = \lambda \Delta t l$ -- температурное удлинение плеча 1; λ -- коэффициент линейного температурного расширения материала

трубопровода; Δt -- расчётный температурный перепад; E -- модуль нормальной упругости материала трубы; I -- осевой момент инерции сечения трубы; A_{mn} -- коэффициент, зависящий от соотношений длин участков, понижения жесткости криволинейных колен (k); определяется по соответствующим зависимостям [1, 2].

Так,

$$A_n = \frac{1}{3} + k_1 + 1,3k_2 + \frac{1}{3}k_2^3 + \frac{1}{\gamma^2} - \frac{3,28}{\gamma} - \frac{2}{3\gamma^3} + \frac{1}{k} \left(\frac{2,36}{\gamma} - \frac{1,14}{\gamma^2} + \frac{0,71}{\gamma^3} \right) \quad (1')$$

Решение системы (1), определяемое правилом Крамера [3], дает возможность получить формулы для нахождения неизвестных силовых факторов в виде

$$\left. \begin{aligned} X_i &= \frac{\Delta EI}{I^3} \lambda_i, & i=1, 2, 3; \\ X_j &= \frac{\Delta EI}{I^2} \lambda_j, & j=4, 5, 6, \end{aligned} \right\} (2)$$

$$\begin{vmatrix} A_{11} \dots A_{1,i(j)-1} & k_1 & A_{1,i(j)+1} \dots A_{16} \\ A_{21} \dots A_{2,i(j)-1} & k_2 & A_{2,i(j)+1} \dots A_{26} \\ A_{31} \dots A_{3,i(j)-1} & 1 & A_{3,i(j)+1} \dots A_{36} \\ A_{41} \dots A_{4,i(j)-1} & 0 & A_{4,i(j)+1} \dots A_{46} \\ A_{51} \dots A_{5,i(j)-1} & 0 & A_{5,i(j)+1} \dots A_{56} \\ A_{61} \dots A_{6,i(j)-1} & 0 & A_{6,i(j)+1} \dots A_{66} \end{vmatrix}$$

где

$$\lambda_{i(j)} = f_{i(j)}(k, k_1, k_2, \gamma) =$$

$$\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} \dots A_{16} \\ A_{21} & A_{22} \dots A_{26} \\ \cdot & \cdot \dots \cdot \\ \cdot & \cdot \dots \cdot \\ A_{61} & A_{62} \dots A_{66} \end{vmatrix} \quad (2')$$

С использованием полученных зависимостей (2) выражения суммарных изгибающих и крутящих моментов для характерных сечений трубопровода запишутся так:

$$\left. \begin{aligned} M_n^{\text{из}} &= \frac{2 \Delta EI}{1^2} \psi_n^{\text{из}} ; \\ M_n^{\text{кр}} &= \frac{4 \Delta EI}{1^2} \psi_n^{\text{кр}} , \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где $\psi_n^{\text{из}}$, $\psi_n^{\text{кр}}$ — функции $F(k, k_1, k_2, \gamma)$, зависящие от соотношения длин участков трубопровода и коэффициента понижения жесткости колен; определяются по соответствующим выражениям для определенного сечения n :

$$\left. \begin{aligned} &\text{для сечения 1} \\ \psi_1^{\text{из}} &= 0,5 \sqrt{\lambda_4^2 + \lambda_5^2} ; \quad \psi_1^{\text{кр}} = 0,25 \lambda_6 ; \\ &\text{для сечения 3} \\ \psi_3^{\text{из}} &= 0,5 \sqrt{\left[\lambda_1 - \frac{0,293}{\gamma} (\lambda_1 + \lambda_3) - \lambda_4 \right]^2 + 0,5 (\lambda_2 - \lambda_5 - \lambda_6)^2} ; \\ \psi_3^{\text{кр}} &= 0,177 \left[\lambda_1 \left(1 - \frac{0,585}{\gamma} \right) - \lambda_5 + \lambda_6 \right] ; \\ &\text{для сечения 6} \\ \psi_6^{\text{из}} &= 0,5 \sqrt{\left[\lambda_2 K_1 - \frac{0,293}{\gamma} (\lambda_1 + \lambda_2) - \lambda_6 \right]^2 + 0,5 (\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_3 K_1 - \lambda_4 - \lambda_5)^2} ; \\ \psi_6^{\text{кр}} &= 0,177 \left[\lambda_1 - \lambda_2 - \lambda_3 \left(K_1 - \frac{0,585}{\gamma} \right) - \lambda_4 + \lambda_6 \right] ; \\ &\text{для сечения 8} \\ \psi_8^{\text{из}} &= 0,5 \sqrt{(\lambda_1 K_2 - \lambda_2 K_1 + \lambda_6)^2 + (\lambda_2 - \lambda_3 K_2 - \lambda_5)^2} ; \\ \psi_8^{\text{кр}} &= 0,25 (\lambda_1 - \lambda_3 K_1 - \lambda_4) . \end{aligned} \right\} \quad (3')$$

Анализ полученных выражений показал, что функции $\psi_{1,8}^{\text{из}}$ в основном зависят от соотношений длин K_1, K_2 и коэффициента понижения жесткости колен, а $\psi_n^{\text{кр}}$ — только от соотношений длин. Значения коэффициентов $\psi_n^{\text{из}}$ и $\psi_n^{\text{кр}}$ вычислены на электронной вычислительной машине "Минск-2" и представлены на рис. 2, 3. Коэффициенты: $\psi_3^{\text{из}}$ и $\psi_6^{\text{из}}$ даны в табл. 1.

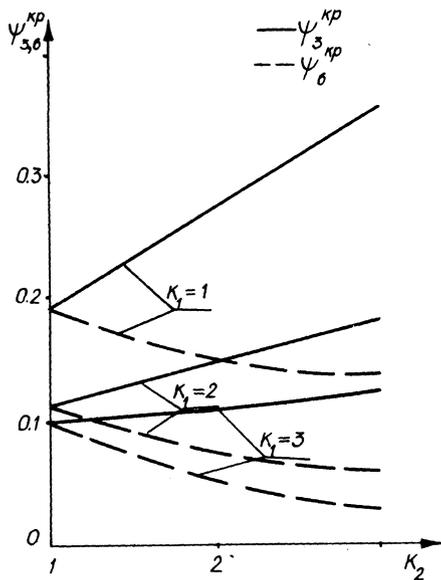


Рис. 2.

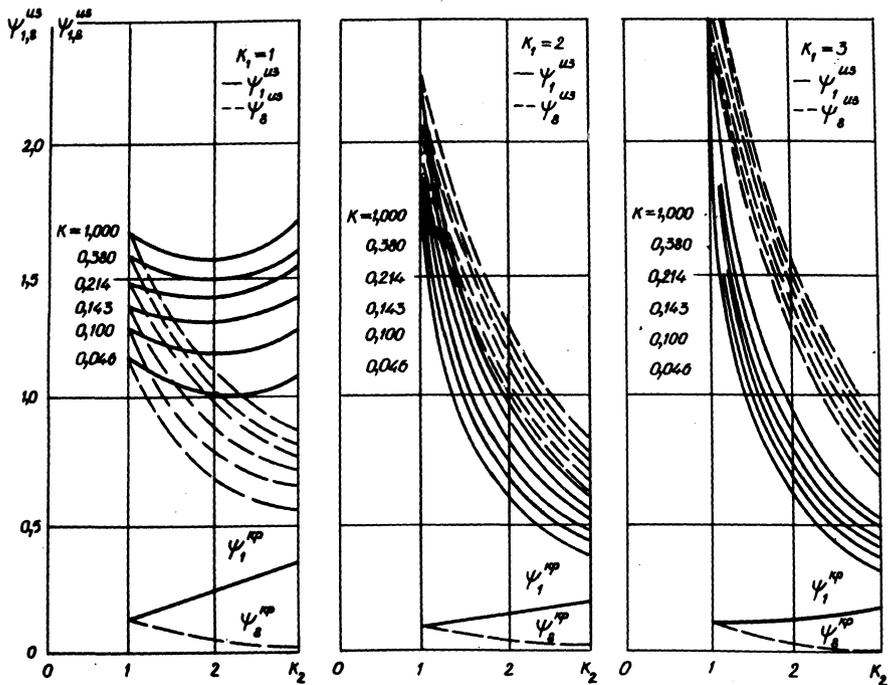


Рис. 3.

Таблица 1

γ	κ ₂	κ ₁ = 1							
		К							
		0,046	0,100	0,143	0,214	0,380	1,000	0,046	0,100
		ψ ₃ ^{из}							
10	1	0,28	0,43	0,54	0,72	0,88	1,12	0,31	0,47
	2	0,22	0,28	0,32	0,35	0,37	0,39	0,20	0,28
	3	0,24	0,29	0,30	0,32	0,33	0,34	0,17	0,22
20	1	0,43	0,60	0,72	0,88	0,97	1,13	0,48	0,64
	2	0,27	0,33	0,37	0,41	0,44	0,46	0,24	0,31
	3	0,29	0,31	0,33	0,34	0,34	0,35	0,19	0,24
30	1	0,53	0,71	0,82	0,95	1,02	1,13	0,58	0,75
	2	0,33	0,37	0,39	0,41	0,42	0,43	0,28	0,33
	3	0,31	0,32	0,33	0,34	0,34	0,35	0,22	0,25
γ	κ ₂	ψ ₆ ^{из}							
10	1	0,28	0,43	0,54	0,72	0,88	1,12	0,31	0,47
	2	0,36	0,55	0,68	0,88	1,01	1,21	0,31	0,46
	3	0,46	0,65	0,79	0,98	1,10	1,27	0,32	0,46
20	1	0,43	0,60	0,72	0,88	0,97	1,13	0,48	0,64
	2	0,55	0,74	0,86	1,00	1,07	1,21	0,47	0,62
	3	0,66	0,85	0,97	1,10	1,17	1,28	0,48	0,61
30	1	0,53	0,71	0,82	0,95	1,02	1,13	0,58	0,75
	2	0,66	0,83	0,94	1,05	1,12	1,21	0,54	0,68
	3	0,78	0,96	1,05	1,15	1,21	1,29	0,54	0,66

По известному изгибающему моменту находятся продольные температурные напряжения на криволинейных участках (сечения 3,6)

$$\sigma_{и} = \frac{M_{3,6}^{из} m_1}{W} = \frac{\Delta E D m_1}{l^2} \psi_{3,6}^{из} \quad (4)$$

и на прямолинейных участках (сечения жесткого закрепления)

$$\sigma_{и} = \frac{M_{1,8}^{из}}{W} = \frac{\Delta E D}{l^2} \psi_{1,8}^{из} \quad (5)$$

а по известному крутящему моменту — касательные температурные напряжения

	κ ₁ = 2				κ ₁ = 3						
	К										
	0,143	0,214	0,380	1,000	0,046	0,100	0,143	0,214	0,380	1,000	
		ψ ₃ ^{из}									
	0,58	0,75	0,87	1,03	0,35	0,50	0,62	0,78	0,88	1,06	
	0,32	0,35	0,37	0,39	0,18	0,25	0,30	0,35	0,37	0,39	
	0,24	0,26	0,28	0,30	0,12	0,17	0,20	0,23	0,25	0,28	
	0,75	0,91	0,98	1,04	0,52	0,69	0,80	0,92	0,99	1,09	
	0,35	0,38	0,41	0,43	0,22	0,28	0,34	0,37	0,39	0,41	
	0,27	0,28	0,29	0,30	0,17	0,21	0,23	0,25	0,26	0,28	
	0,85	0,96	1,02	1,05	0,63	0,80	0,89	0,98	1,03	1,11	
	0,37	0,39	0,41	0,42	0,27	0,32	0,35	0,37	0,39	0,40	
	0,27	0,29	0,30	0,30	0,19	0,23	0,24	0,26	0,27	0,28	
		ψ ₆ ^{из}									
	0,58	0,75	0,87	1,03	0,35	0,50	0,62	0,78	0,88	1,06	
	0,57	0,72	0,81	0,95	0,32	0,41	0,56	0,69	0,76	0,86	
	0,57	0,70	0,77	0,88	0,30	0,42	0,51	0,61	0,68	0,77	
	0,75	0,91	0,98	1,04	0,52	0,69	0,80	0,92	0,99	1,09	
	0,72	0,84	0,91	0,95	0,46	0,60	0,68	0,75	0,80	0,95	
	0,70	0,79	0,85	0,88	0,43	0,55	0,61	0,68	0,72	0,77	
	0,85	0,96	1,02	1,05	0,63	0,80	0,89	0,98	1,03	1,11	
	0,78	0,89	0,94	0,96	0,54	0,66	0,74	0,80	0,84	0,88	
	0,74	0,84	0,88	0,89	0,50	0,60	0,66	0,71	0,74	0,77	

$$\tau_{к} = \frac{M_n^{кр}}{W_p} = \frac{\Delta E D}{l^2} \psi_n^{кр} \quad (6)$$

где D — наружный диаметр трубопровода; W, W_p — осевой и полярный моменты сопротивления трубы; m₁ — коэффициент интенсификации продольных напряжений на криволинейных участках труб [1, 2].

При изгибе криволинейных колен пространственного трубопровода величина коэффициента m₁, входящего в формулу (4), зависит от угла β между вектором изгибающего момента и нормалью к плоскости кривизны участка [1]. Зная моменты, соответствующие плоскому изгибу колена и изгибу,

нормальному плоскости кривизны, можем найти угол β для сечений 3 и 6 середины колен:

$$\left. \begin{aligned} \beta_3 &= \operatorname{arctg} \frac{0,707(\lambda_2 - \lambda_5 - \lambda_6)}{\lambda_1 - \frac{0,293}{\gamma}(\lambda_1 + \lambda_2) - \lambda_4}; \\ \beta_6 &= \operatorname{arctg} \frac{0,707(\lambda_1 + \lambda_2 - \lambda_3 K_1 - \lambda_4 - \lambda_5)}{\lambda_2 K_1 - \frac{0,293}{\gamma}(\lambda_1 + \lambda_2) - \lambda_6} \end{aligned} \right\} (7)$$

Анализ выражений (7) показал, что угол β_3 в основном зависит от отношения длин k_2 , а угол β_6 — от k_1 и k_2 . Значения углов приведены на рис. 4.

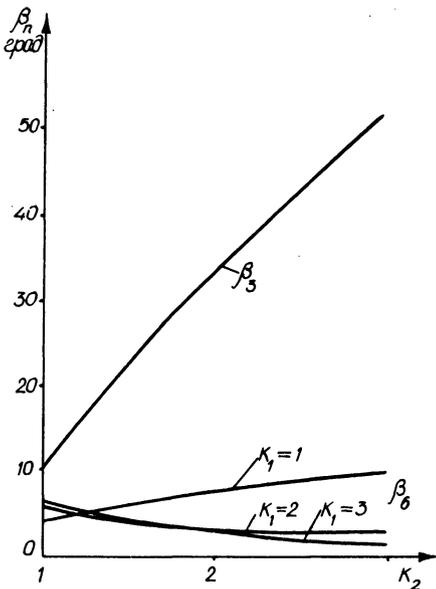


Рис. 4.

Полученные зависимости позволяют сравнительно быстро оценить компенсирующую способность системы при различных соотношениях длин и радиусах кривизны сварных и гнутых колен.

Пример Определить температурные напряжения в трубопроводе (рис. 1) с параметрами $D/d = 159/144$ мм, $l = 3,25$ м, $l_1 = 6,5$ м, $l_2 = 8$ м, $R = 2 D$ при максимальной температуре теплоносителя $\Delta t = 400^\circ\text{C}$. Коэффициент линейного температурного расширения материала трубопровода $\alpha = 1,38 \cdot 10^{-5}$ см/м·град; модуль нормальной упругости материала

$E=1,63 \cdot 10^6$ кг/см² [2]. Коэффициент понижения жесткости криволинейных участков $k=0,22$ [2].

Температурное удлинение плеча 1

$$\Delta = \alpha \Delta t l = 1,38 \cdot 10^{-5} \cdot 400 \cdot 325 = 1,8 \text{ см.}$$

Температурные напряжения:

на прямолинейных участках (сечения 1, 8)

$$(\sigma_{из})_1 = \frac{\Delta E D}{l^2} \psi_{из}^1 = \frac{1,8 \cdot 1,63 \cdot 10^6 \cdot 15,9}{325^2} 0,65 = 288 \text{ кг/см}^2;$$

$$(\tau_{кр})_1 = \frac{\Delta E D}{l^2} \psi_{кр}^1 = \frac{1,8 \cdot 1,63 \cdot 10^6 \cdot 15,9}{325^2} 0,175 = 77,4 \text{ кг/см}^2;$$

$$(\sigma_{из})_8 = \frac{\Delta E D}{l^2} \psi_{из}^8 = \frac{1,8 \cdot 1,63 \cdot 10^6 \cdot 15,9}{325^2} 0,92 = 407 \text{ кг/см}^2;$$

$$(\tau_{кр})_8 = \frac{\Delta E D}{l^2} \psi_{кр}^8 = \frac{1,8 \cdot 1,63 \cdot 10^6 \cdot 15,9}{325^2} 0,025 = 11,1 \text{ кг/см}^2;$$

на криволинейных участках (сечения 3, 6)

$$(\sigma_{из})_3 = \frac{\Delta E D m}{l^2} \psi_{из}^3 = \frac{1,8 \cdot 1,63 \cdot 10^6 \cdot 15,9 \cdot 2,00}{325^2} 0,31 = 274 \text{ кг/см}^2;$$

$$(\tau_{кр})_3 = \frac{\Delta E D}{l^2} \psi_{кр}^3 = \frac{1,8 \cdot 1,63 \cdot 10^6 \cdot 15,9}{325^2} 0,16 = 70,7 \text{ кг/см}^2;$$

$$(\sigma_{из})_6 = \frac{\Delta E D m}{l^2} \psi_{из}^6 = \frac{1,8 \cdot 1,63 \cdot 10^6 \cdot 15,9 \cdot 1,65}{325^2} 0,71 = 518 \text{ кг/см}^2;$$

$$(\tau_{кр})_6 = \frac{\Delta E D}{l^2} \psi_{кр}^6 = \frac{1,8 \cdot 1,63 \cdot 10^6 \cdot 15,9}{325^2} 0,067 = 29,8 \text{ кг/см}^2.$$

Значения коэффициентов $\psi_{из}^n$ и $\psi_{кр}^n$ принимались по табл. 1 и графикам, приведенным на рис. 2, 3, при $k_1 = \frac{1,1}{1} = 1,1$, $k_2 = \frac{1,2}{1} = 1,2$ и $\gamma = \frac{1}{R} = \frac{1}{0,318} \approx 3,14$. Коэффициенты интенсификации продольных напряжений m_1 принимались по данным работы [1] при $\beta_3 = 42^\circ$ и $\beta_6 = 3^\circ$ (рис. 4).

Л и т е р а т у р а

1. Волошин А.А. Расчет на прочность трубопроводов судовых энергетических установок. Л., 1967. 2. Камерштейн А.Г., Рождественский В.В., Ручимский М.Н. Расчет трубопроводов на прочность. М., 1969. 3. Филин А.П. Матрицы в статике стержневых систем. М.--Л., 1966.

В.Н. Заяц

АНАЛИЗ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ БАЛКИ С ПОДАТЛИВЫМ ОСНОВАНИЕМ

Балки на упругом основании относят к статически неопределимым системам. Деформации балок и оснований под нагрузками неразрывно связаны между собой, т.е. оказывают взаимное влияние друг на друга. Они выполняют общую инженерную задачу, но доля участия их в работе зависит от строительных свойств каждого элемента в отдельности. Строительные свойства включают геометрические и физические параметры балки и основания.

При расчетах балок на упругом основании различают два основных направления: по методу коэффициента упругой постели (гипотеза Винклера) и по методу упругого полупространства, предложенному значительно позже. Метод коэффициента упругой постели применяется в частности при расчетах балок на основании из слабых грунтов (ил, торф, мелкозернистые водонасыщенные пески) или на слое сжимаемого грунта незначительной мощности, опирающемся на несжимаемое основание [1--3]. В доступности практического использования второй метод уступает первому.

Рассмотрим метод коэффициента упругой постели применительно к расчету деформации колеяных железобетонных плит на торфяном основании, укладываемых при строительстве дорог на осушаемых торфяных массивах. Армированная железобетонная плита размерами $300 \times 100 \times 15$ см по существующим критериям [2] в поперечном направлении относится к жестким. Опыты показали, что под нагрузкой на торфе поперечный прогиб практически отсутствует, в связи с этим величину прогиба в продольном направлении будем определять по теории расчета балок.