

гидротранспорта на стендовой лабораторной установке.-- "Изв. вузов. Горный журнал", 1970, № 2. 2. Куприн А.И., Тихонцов А.М., Цейтлин Б.Е. Расчет безнапорного гидротранспорта металлической стружки.-- "Механизация и автоматизация производства", 1969, № 12. 3. Куприн А.И., Чэн-да-джун. Влияние коэффициента трения на транспортирующую способность потока при безнапорном и напорном гидротранспорте. -- "Изв. вузов. Горный журнал", 1960, № 10.

А.Ф. Попов

### РАСЧЕТ УСТОЙЧИВОСТИ ФУНДАМЕНТА С ПОЛОЙ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ПОДОШВОЙ НА СДВИГ С ПОВОРОТОМ

Существующий метод определения устойчивости сооружений на сдвиг предполагает совпадение линий действия активной сдвигающей силы  $T$  и равнодействующей  $R_r$ , параллельных ей реактивных касательных напряжений  $\tau$  и соответственно поступательное перемещение сооружения по направлению силы  $T$ .

Вместе с тем для многих сооружений возможно нарушение устойчивости в форме сдвига с поворотом вокруг некоторого полюса. При этом напряжения  $\tau$  приобретают разные направления, а несущая способность основания оказывается ниже, чем при поступательном сдвиге. Нарушение устойчивости сооружения в форме сдвига с поворотом возникает при внецентренном приложении сдвигающей силы  $T$ , неравномерном распределении нормальных напряжений в основании, а также в тех случаях, когда поступательному сдвигу препятствует неподвижная опора и т.п.

Аналитические зависимости для расчета устойчивости сооружений с монолитной прямоугольной подошвой на сдвиг с поворотом даны в работе [1]. Зависимости эти следующие:

$$\int_F \tau \sin \psi \, dF = 0; \int_F \tau \cos \psi \, dF = R_r; \int_F \tau r \, dF = R_r(m+e). \quad (1)$$

Они дают возможность определить положение полюса поворота (координаты  $m, n$ ) при сдвиге и величины предельных реактивных сил  $R_r$ , т.е. коэффициент устойчивости:

$$k = R_r / T. \quad (2)$$

В случае симметрии подошвы первое из уравнений (1) удовлетворяется тождественно и коэффициент устойчивости определяется из системы двух уравнений.

Теоретические зависимости были проверены экспериментально [2]. Несущая способность основания определялась при сдвиге с поворотом с жесткими прямоугольными штампами двух размеров  $1,0 \times 0,5$  и  $1,8 \times 0,9$  м на песчаном грунте в диапазоне нагрузок, соответствующих числам моделирования  $N_{\sigma} = \sigma / V \gamma = 0,6 \text{--} 2,0$ .

Опыты проводились в лаборатории механики грунтов ВНИИГ в широком диапазоне эксцентрицитетов силы Т с использованием поступательного сдвига и поворота штампов парой сил. Результаты этих испытаний обобщены и представлены в работе [2]. При сравнении их с данными теоретических расчетов во всех рассмотренных случаях получена хорошая сходимость теории с экспериментом.

В большинстве случаев в расчетах устойчивости сооружений на сдвиг с поворотом можно пользоваться гипотезой линейного распределения нормальных напряжений, на основе которой были получены аналитические зависимости.

В практике промышленного и гидротехнического строительства, помимо сооружений со сплошной подошвой, встречаются фундаменты с тонкостенной прямоугольной подошвой. При выводе зависимостей для оценки устойчивости таких сооружений на сдвиг с поворотом используем те же исходные предпосылки [1].

1. Исследование устойчивости прямоугольного сооружения с ленточным фундаментом по контуру на сдвиг с поворотом начнем со случая, когда нормальное, а следовательно, и касательные напряжения распределены по линейному закону  $\tau = \tau_0 + \alpha x + \beta y$  (нормальная сила N приложена с эксцентрицитетом как в направлении оси x, так и в направлении оси y), а сдвигающая сила Т для общности приложена произвольно (рис. 1). Полагаем, что основание однородное по прочностным характеристикам ( $\text{tg } \varphi = \text{const}$ ;  $c = \text{const}$ ), а относительно малую ширину фундаментов сооружения  $\delta$  принимаем всюду одинаковой.

Очевидно, в этом случае полюс О не лежит ни на одной из осей симметрии подошвы сооружения и при определении предельной реактивной силы  $R_r$  и положения полюса поворота О (координаты  $m, n$ ) используем все три уравнения равновесия (1).

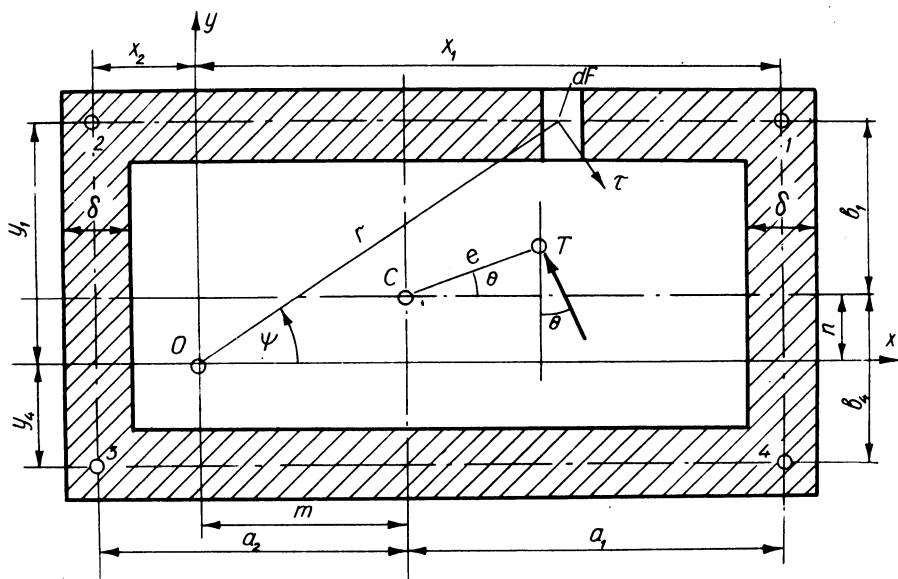


Рис. 1.

Выполнив интегрирование левых частей этих уравнений и вводя обозначения

$$x_1 = m + a_1; \quad x_2 = m - a_2; \quad y_1 = n + b_1; \quad y_4 = n - b_4; \quad r_1 = \sqrt{x_1^2 + y_1^2};$$

$$r_2 = \sqrt{x_2^2 + y_1^2}; \quad r_3 = \sqrt{x_2^2 + y_4^2}; \quad r_4 = \sqrt{x_1^2 + y_4^2};$$

$$A_1 = x_1^2 (\text{Arsh} \frac{y_1}{x_1} - \text{Arsh} \frac{y_4}{x_1}); \quad A_2 = y_1^2 (\text{Arsh} \frac{x_2}{y_1} - \text{Arsh} \frac{x_1}{y_1});$$

$$A_3 = x_2^2 (\text{Arsh} \frac{y_4}{|x_2|} - \text{Arsh} \frac{y_1}{|x_2|}); \quad A_4 = y_4^2 (\text{Arsh} \frac{x_1}{|y_4|} - \text{Arsh} \frac{x_2}{|y_4|});$$

$$B_1 = y_1 r_1 - y_4 r_4; \quad B_2 = x_2 r_2 - x_1 r_1; \quad B_3 = y_4 r_3 - y_1 r_2;$$

$$B_4 = x_1 r_4 - x_2 r_3,$$

получим систему в виде

$$\tau_0 \delta \left[ r_1 - r_4 - r_3 + r_2 - \frac{A_2}{y_1} - \frac{A_4}{|y_4|} \right] + \alpha \delta \left[ x_1 (r_1 - r_4) - \right.$$

$$\left. - x_2 (r_3 - r_2) - y_1 (r_2 - r_1) + y_4 (r_4 - r_3) \right] +$$

$$+\beta\delta\left[\frac{B_1-A_1}{2}-\frac{B_3-A_3}{2}-A_2+A_4\right]=R_r\sin\theta; \quad (3)$$

$$\tau_0\delta\left[\frac{A_1}{x_1}+\frac{A_3}{|x_2|}+r_1-r_2-r_3+r_4\right]+$$

$$+\alpha\delta\left[A_1+A_3-\frac{(B_2-A_2)}{2}+\frac{(B_4-A_4)}{2}\right]+$$

$$+\beta\delta\left[x_1(r_1-r_4)-y_1(r_2-r_4)-x_2(r_3-r_2)+y_4(r_4-r_3)\right]=R_r\cos\theta; \quad (4)$$

$$\tau_0\delta\left[\frac{B_1+A_1}{2}-\frac{B_3+A_3}{2}-\frac{B_2+A_2}{2}+\frac{B_4+A_4}{2}\right]+$$

$$+\alpha\delta\left[\frac{x_1}{2}(B_1+A_1)-\frac{x_2}{2}(B_3+A_3)-\frac{(r_2^3-r_1^3)}{3}+\frac{(r_4^3-r_3^3)}{3}\right]+$$

$$+\beta\delta\left[\frac{(r_1^3-r_4^3)}{3}-\frac{(r_3^3-r_2^3)}{3}-\frac{y_1}{2}(B_2+A_2)-\frac{y_4}{2}(B_4+A_4)\right]=$$

$$=R_r(m\cos\theta+n\sin\theta+e). \quad (5)$$

При учете знаков  $y/x_2$  и  $y_4$  полученные формулы распространяются на оба варианта расположения полюса 0 в пределах контура 1, 2, 3, 4 и вне его (рис. 1).

Сравнение полученных зависимостей для расчета устойчивости сооружений с подошвой в форме полого прямоугольника с аналогичными зависимостями [1] для сплошных прямоугольных сооружений показывает, что по сложности они мало отличаются друг от друга, т.е. решение задачи, выраженное через функции, вырожденные при малых ширинах фундамента  $\delta$ , практически не упрощается.

2. Как частный случай рассмотрим фундамент с полой прямоугольной подошвой, на которую действует нормальная сила  $N$  с эксцентриситетом  $e_N$  относительно геометрического центра подошвы в направлении оси  $x$ , а направление активной сдвигающей силы  $T$  проходит через центр подошвы параллельно оси  $y$ . В этом случае касательные напряжения  $\tau$  распределены по закону  $\tau=\tau_0+\alpha x$  и задача упрощается, так как полюс 0 лежит на оси симметрии  $x$ , т.е.  $n=0$  и  $e=e_N$ .

Для определения координаты  $m$  и предельной силы  $R_r$  используется уравнение системы:

$$2\tau_0 \delta \left[ r_1 - r_2 + x_1 \operatorname{Arsh} \frac{b}{x_1} + x_2 \operatorname{Arsh} \frac{b}{x_2} \right] + \\ + \alpha \delta \left[ (x_1 r_1 - x_2 r_2) + 2(x_1^2 \operatorname{Arsh} \frac{b}{x_1} - x_2^2 \operatorname{Arsh} \frac{b}{x_2}) + \right. \\ \left. + b^2 (\operatorname{Arsh} \frac{x_2}{b} - \operatorname{Arsh} \frac{x_1}{b}) \right] = R_r; \quad (6)$$

$$\tau_0 \delta \left[ (x_1 r_1 - x_2 r_2) + b^2 (\operatorname{Arsh} \frac{x_1}{b} - \operatorname{Arsh} \frac{x_2}{b}) + x_1^2 \operatorname{Arsh} \frac{b}{x_1} - \right. \\ \left. - x_2^2 \operatorname{Arsh} \frac{b}{x_2} \right] + \alpha \delta \left[ b(x_1 r_1 - x_2 r_2) + x_1^3 \operatorname{Arsh} \frac{b}{x_1} - \right. \\ \left. - x_2^3 \operatorname{Arsh} \frac{b}{x_2} + \frac{2}{3} (r_1^3 - r_2^3) \right] = R_r(m+e), \quad (7)$$

где  $r_1 = \sqrt{x_1^2 + b^2}$ ;  $r_2 = \sqrt{x_2^2 + b^2}$ ;  $x_1 = m + e_N + a$ ;  $x_2 = m + e_N - a$ .

3. Еще более упрощаются формулы, когда основание сооружения однородное по прочностным характеристикам, сила  $N$  приложена центрально, так что касательные напряжения распределены равномерно  $\tau = \text{const}$ , и эксцентричная сдвигающая сила  $T$  параллельна одной из осей прямоугольника, например оси  $y$  (рис. 2). В этом случае полюс  $O$  лежит на оси симметрии  $x$ , т.е. координата  $n = 0$ . Расстояние  $m$  и предельная сила  $R_r$  определяются по уравнениям

$$2\tau_0 \delta \left[ r_1 - r_2 + x_1 \operatorname{Arsh} \frac{b}{x_1} + x_2 \operatorname{Arsh} \frac{b}{x_2} \right] = R_r; \quad (8)$$

$$\tau_0 \delta \left[ (x_1 r_1 - x_2 r_2) + b^2 (\operatorname{Arsh} \frac{x_1}{b} - \operatorname{Arsh} \frac{x_2}{b}) + x_1^2 \operatorname{Arsh} \frac{b}{x_1} - \right. \\ \left. - x_2^2 \operatorname{Arsh} \frac{b}{x_2} \right] = R_r(m+e), \quad (9)$$

где  $r_1 = \sqrt{x_1^2 + b^2}$  ;  $r_2 = \sqrt{x_2^2 + b^2}$  ;  $x_1 = m+a$  ;  $x_2 =$   
 $= m-a$ .

4. Уравнения (8), (9) свидетельствуют о том, что с увеличением эксцентриситета  $e$  сдвигающей силы  $T$  уменьшается до нуля равнодействующая предельных касательных напряжений  $R_r$ , но равнодействующий момент этих напряжений стремится к конечному пределу  $M_R$ . Полюс поворота совмещается с центром подошвы сооружения ( $m=0$ ,  $n=0$ ) благодаря наличию двух осей симметрии.

Предельный реактивный момент  $M_R$  связан в этом случае с касательными напряжениями уравнением

$$M_R = 2\tau_0 \delta \left[ ar_1 + b^2 \operatorname{Arsh} \frac{a}{b} + a^2 \operatorname{Arsh} \frac{b}{a} \right], \quad (10)$$

где  $r_1 = \sqrt{a^2 + b^2}$ .

Пример. Определить предельную силу  $R_r$  для сооружения с полой прямоугольной подошвой (рис. 2) по

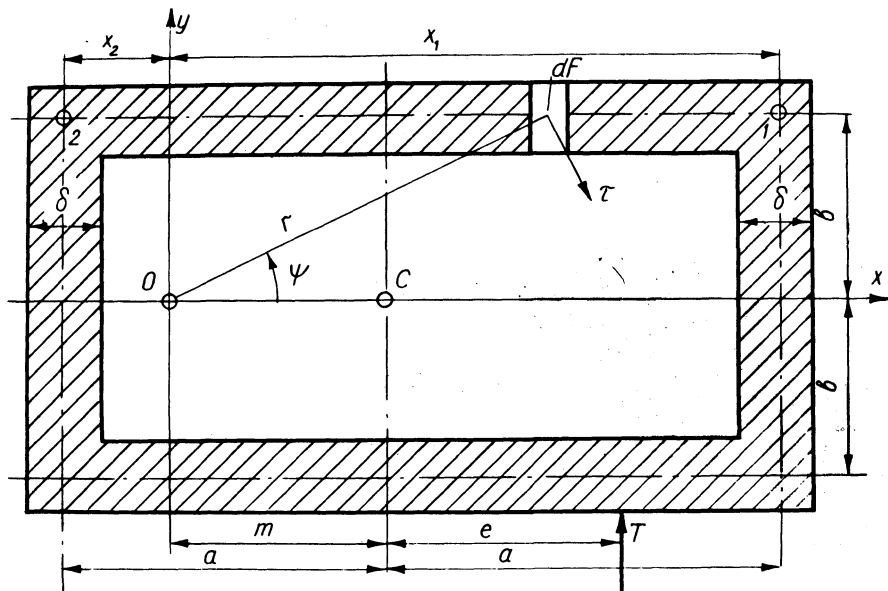


Рис. 2.

шим данным:  $2a = 27,0$  м;  $2b = 12,0$  м;  $\tau = 20$  т/м<sup>2</sup>;  $e = 4,5$  м;  $\delta = 3,0$  м.

Для решения задачи воспользуемся системой трансцендентных уравнений (8), (9). Разделив одно уравнение на другое, исключим неизвестную  $R_r$  и из полученной зависимости найдем подбором величину  $m$ , определяющую положение полюса 0. После чего величина  $R_r$  найдется по любому из уравнений системы.

Задавшись расстоянием  $m = 15,0$  м, вычислим  $x_1 = 28,5$  м,  $x_2 = 1,5$  м;  $r_1 = 29,0$  м;  $r_2 = 6,2$  м и, наконец,  $e = 4,5$  м, что совпадает с заданием. Соответствующая величина реактивной силы  $R_r = 3880$  т.

Для сравнения подсчитаем предельную реактивную касательную силу в предположении поступательного перемещения при сдвиге  $R_t = \tau F = 4680$  т, что в 1,21 раза преувеличено по отношению к результату, полученному с учетом эксцентриситета приложения сдвигающей силы  $T$ .

## В ы в о д ы

1. Решения задачи для тонкостенного прямоугольного фундамента через вырожденные (при малых ширинах фундаментов) функции упрощаются незначительно и в общем случае расчет устойчивости таких сооружений, как и расчет монолитных прямоугольных сооружений, сводится к решению системы трех трансцендентных уравнений.

При наличии оси симметрии подошвы сооружения и нормальной к оси силы  $T$  расчет упрощается, так как полюс 0 размещается на этой оси и определению подбором подлежит лишь одна его координата.

2. Эксцентриситет сдвигающей силы оказывает существенное влияние на устойчивость сооружения.

## Л и т е р а т у р а

1. Можевитинов А.Л., Кузьмин С.А., Попов А.Ф. Расчет устойчивости сооружений на сдвиг эксцентричной силой. — "Изв. ВНИИГ", 1971, т. 95. 2. Попов А.Ф. Экспериментальные исследования устойчивости сооружений на сдвиг с поворотом. — "Изв. ВНИИГ", 1972, т. 99.