

В.А. Злотник, М.Г. Мурашко (канд.техн.наук),
В.С. Усенко (докт.техн.наук)

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВОДОЕМОВ НА НЕУСТАНОВИВШИЙСЯ РЕЖИМ ГРУНТОВЫХ ВОД

Нелинейное уравнение Буссинеска описывает нестационарные процессы геофильтрации в сложных гидрогеологических условиях. Именно поэтому столь широко осуществляется разработка аналитических [1, 2], аналоговых [3] и численных методов [4 - 6, 13 - 15] его решения.

Совершенствование ЭВМ и их математического обеспечения позволяет в настоящее время численным методам конкурировать с аналоговыми в целом ряде задач. Универсальность, обоснованность численных методов, возможность обработки больших объемов информации продемонстрировали эффективность использования ЭВМ в геофильтрационных расчетах [4 - 6, 13 - 15]. Непрерывное пополнение фонда таких алгоритмов и программ позволяет многократно использовать их в расчетах.

Рассмотрим приложение разностных схем - одного из численных методов [7] - к решению задачи об учете влияния водоемов на неустановившийся режим грунтовых вод. Постановка такого рода задачи в простейшем случае осуществлена С.Ф. Аверьяновым [9].

Исследуем неустановившийся режим фильтрации, обусловленный работой водозабора, состоящего из ряда скважин и ряда бассейнов, сооруженных для восполнения запасов подземных вод. Одномерная геофильтрация происходит на профиле общей длины L , сложенном грунтами с разными гидрогеологическими характеристиками. Коэффициенты фильтрации $k(x)$, водоотдачи $\mu(x)$ и отметки ложа водоупора $b(x)$ претерпевают в точках ξ_j разрывы, а между ними принимают постоянные значения: $j = \overline{0, n_\xi}$,

$$\left. \begin{aligned} k(x) &= k_j, \\ \mu(x) &= \mu_j, \\ b(x) &= b_j, \end{aligned} \right\} \xi_j < x \leq \xi_{j+1}, \xi_{n_\xi} = L. \quad (1)$$

Пусть ряд скважин имеет на профиле координату w , а левый и правый края ряда бассейнов - координаты l и r (рис.1).

На этом профиле находится совершенный канал (с координатами берегов $x = a$ и $x = c$ и шириной $s = c - a$), в основном определяющий динамику геофильтрации.

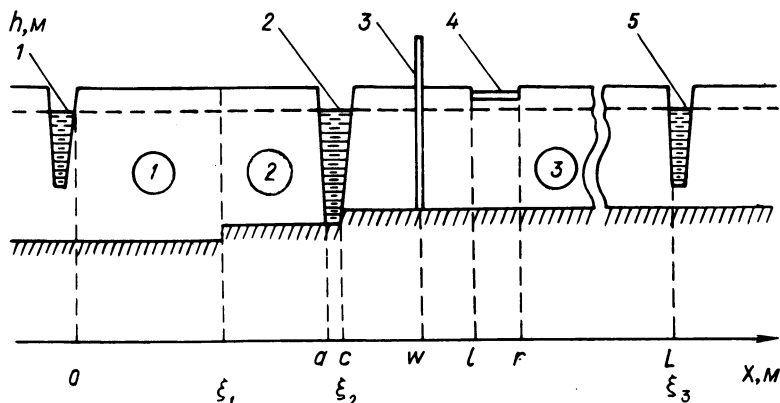


Рис.1. Расчетная схема задачи: 1,5 - каналы с заданным уровнем; 2 - водоем (канал) с изменяющимся уровнем; 3 - ряд скважин; 4 - ряд бассейнов. В кружках - номера зон с однородным сложением грунтов.

Численное моделирование таких условия часто встречается в задачах искусственного восполнения запасов подземных вод или расчетах мелиоративной гидрогеологии. Для этих целей используется уравнение Буссинеска относительно уровней грунтовых вод $h(x, t)$, имеющее в данном случае вид [11, 12]

$$\mu(x) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(x) (h-b(x)) \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \left\{ E(t) \omega(x, l, r) - Q(t) \delta(x-w) \right\} \quad (2)$$

в областях $0 < x < a$ и $c < x < L$. При этом на берегах канала выполняется условие непрерывности

$$h(a, t) = h(c, t) \quad (3)$$

и баланса

$$-k(h-b) \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x=a} + k(h-b) \frac{\partial h}{\partial x} \Big|_{x=c} = s \frac{\partial h}{\partial t} \Big|_{x=a} + q(t). \quad (4)$$

Здесь $\delta(\xi)$ - функция Дирака [13]; $\omega(x, l, r)$ - функция, равная единице при x , лежащем в интервале $[l, r]$, и равная

нулю в других точках [11]; $Q(t)$ – дебит ряда скважин на единицу длины ряда; $E(t)$ – интенсивность инфильтрации ряда бассейнов; $q(t)$ – поверхностный отбор воды из канала на единицу его длины.

Начальное и граничные условия имеют вид

$$h(x, 0) = h_0(x), h(0, t) = H_1, h(L, t) = H_2, \quad (5)$$

где $h_0(x)$ – известная функция (начальный уровень грунтовых вод); H_1 и H_2 – постоянные уровни грунтовых вод, существующие на левой и правой границах профиля за счет естественных факторов.

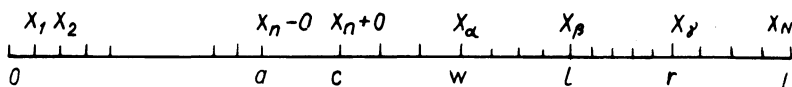


Рис.2. Обозначения узлов сетки разностной схемы.

Разностная схема для численного определения $h(x, t)$ получается следующим образом. На отрезках $[0, a]$ и $[c, L]$ строится сетка с неравномерным шагом (рис.2) так, чтобы ее узлы x_i располагались в точках $x=0, a, c, w, l, r, L$, а также во всех узлах ξ_j разрывов коэффициентов $k(x), \mu(x), b(x)$. Для удобства в вычислениях и сокращения обозначений для точек $x = a$ и $x = c$ вводится один вспомогательный узел сетки x_n . В силу того что значения искомой функции в этих точках совпадают, удобно считать, что они имеют один общий номер узла n и являются левым и правым предельным значением координаты вспомогательного узла x_n : $x_{n-0} = a, x_{n+0} = c$. Итак, узлы сетки имеют вид: $x_i, i=0, 1, \dots, n-1, n, n+1, \dots, N; x_0 = 0, x_N = L, x_{n-0} = a, x_{n+0} = c$. Пусть точке ряда скважин соответствует узел x_α , левому краю ряда бассейнов – x_β , правому – x_γ . Шаг неравномерной сетки: $h_i = x_i - x_{i-1}, i=1, 2, \dots, n-1, n+2, \dots, N; h_n = a - x_{n-1}, h_{n+1} = x_{n+1} - c$. Вводятся промежуточные шаги: $h_i = 0,5 (h_i + h_{i+1}), i=1, \dots, N-1$. Для времени t также вводится сетка с шагом τ_j , так что $t_0 = 0, t_j = t_{j-1} + \tau_j, j=1, 2, \dots$

В узлах пространственно-временной сетки функция $h(x_i, t_j)$ аппроксимируется сеточной функцией H_i^j , которая удовлетворяет уравнению вида

$$\rho_i \frac{H_i^{j+1} - H_i^j}{\tau_{j+1}} = \frac{1}{h_i} \left\{ a(H_i^j) \frac{H_{i+1}^{j+1} - H_i^{j+1}}{h_{i+1}} - a(H_{i-1}^j) \frac{H_i^{j+1} - H_{i-1}^{j+1}}{h_i} \right\} + \varphi_i, \quad i \neq 0, n, N, \quad (6)$$

$$\rho_i = 0,5 (\mu(x_i - 0) h_i + \mu(x_i + 0) h_{i+1}) / h_i, \quad (7)$$

$$a(H_i^j) = 0,5 k(x_i + 0) \left\{ (H_i^j + H_{i+1}^j) - 2b(x_i + 0) \right\}, \quad (8)$$

$$\varphi_i = E(\bar{t}) \Omega_{i\beta\gamma} - Q(\bar{t}) \delta_{i\alpha} / h_\alpha, \quad (9)$$

$$\bar{t} = t_j + 0,5 \tau_{j+1}, \quad (10)$$

$$\delta_{i\alpha} = \begin{cases} 1, i = \alpha, \\ 0, i \neq \alpha, \end{cases} \quad \Omega_{i\beta\gamma} = \begin{cases} 0, 0 < i < \beta, \\ 0,5 h_{\beta+1} / h_\beta, i = \beta, \\ 1, \beta < i < \gamma, \\ 0,5 h_{\gamma-1} / h_\gamma, i = \gamma, \\ 0, \gamma < i < N. \end{cases} \quad (11)$$

(Использован тот факт, что точки разрывов ξ_j лежат в узлах сетки.)

Граничные условия для сеточной функции H_i^j имеют вид

$$H_0^j = H_1, \quad H_N^j = H_2. \quad (12)$$

Условие баланса (4) аппроксимируется в n -м узле сетки также уравнением (6), где

$$\rho_n = 0,5 (\mu(a-0) h_n + \mu(c+0) h_{n+1}) / h_n + s / h_n, \quad (13)$$

$$\varphi_n = -q(\bar{t})/h_n + E(\bar{t}) \Omega_{n\beta\gamma} - Q(\bar{t}) \delta_{n\alpha} / h_n, \quad (14)$$

а коэффициенты $a(H_n^j)$ и $a(H_{n-1}^j)$ вычисляются по формуле (8) с учетом значений $x_{n\pm 0}$. Таким образом, уравнения (6) и (12) с учетом соотношений (7) - (11), (13) - (14) образуют систему из $N+1$ линейных уравнений относительно H_i^{j+1} , если известны H_i^j , $i = 0, 1, \dots, N$. Отталкиваясь от начального условия

$$H_i^0 = h_0(x_i), \quad i = \overline{0, N}, \quad (15)$$

можно определить все H_i^j , $j = 1, 2, \dots$.

Решение системы разностных уравнений (6) - (15) осуществляется с помощью метода прогонки [7] в силу ее линейности относительно H_i^{j+1} при заданных H_i^j .

Очевидно, что схема допускает рассмотрение произвольного числа каналов, т.е. условий вида (3) - (4), а также произвольного числа рядов бассейнов и скважин. На ее основе можно получить алгоритмы, позволяющие вести расчет с большим разнообразием гидрогеологических условий, режимов работы сооружений, начальных данных.

В качестве примера можно привести результат одного расчета взаимосвязи подземных и поверхностных вод. Рассмотрим геофильтрацию под влиянием водозабора, состоящего из ряда скважин и ряда инфильтрационных бассейнов в окрестности бессточного водоема (рис. 1). На концах профиля ($x=0$ и $x=L = 2000$ м) поддерживается в силу естественных факторов по-

Таблица 1

i	$\xi_i, \text{ м}$	$k_i, \frac{\text{м}}{\text{сут}}$	μ_i	$b_i, \text{ м}$
1	500	30	0,2	30
2	1000	40	0,3	31
3	2000	50	0,2	32

стоянный УГВ: $H_1 = H_2 = 60,5$ м. В начале расчета этот УГВ существует во всех точках профиля.

Профиль сложен неоднородными грунтами, данные о которых приведены в табл. 1.

На профиле находится водоем (канал) шириной 25 м, левый берег которого имеет координату $a = 975$ м. Поверхностный сток из водоема отсутствует, причем в условиях (3) и (4) $q(t) = 0$.

Координата ряда скважин 1100 м. Ширина инфильтрационного бассейна 20 м, левый берег имеет координату $l = 1180$ м.

Надо найти УГВ и уровень в канале на 8- и 15-е сутки работы инфильтрационного водозабора, если в течение первых 8 суток работают только скважины с дебитом на единицу длины ряда $20 \text{ м}^2/\text{сут}$, а затем к ним присоединяется ряд бассейнов с интенсивностью инфильтрации $1 \text{ м}/\text{сут}$.

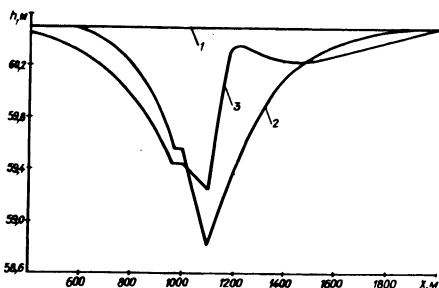


Рис.3. Уровни грунтовых вод: 1 - в начале процесса инфильтрации; 2 - 8-е сутки; 3 - 15-е сутки.

На рис. 3 показаны начальные УГВ, а также УГВ, рассчитанные на 8- и 15-е сутки. Водоем в силу конечности ширины и отсутствия поверхностного стока в него не имеет постоянного уровня. Это вызывает необходимость учета понижения уровня в канале. Графики показывают компенсирующее действие инфильтрационных бассейнов, восстанавливающее УГВ в районе скважин и уменьшающее скорость понижения уровня в водоеме (горизонтальный отрезок на графике).

Р е з ю м е

Исследуется влияние водоемов на неустановившийся режим грунтовых вод. Построена разностная схема для уравнения Гюссинеска с дополнительным балансовым условием на границах канала и пласта.

Л и т е р а т у р а

1. Бочеввер Ф.М. и др. Основы гидрогеологических расчетов. М., 1969.
2. Шестаков В.М. Динамика подземных вод. М., 1973.
3. Жернов И.Е., Шестаков В.М. Моделирование фильтрации подземных вод. М., 1971.
4. Шаманский В.Е. Численное решение задач фильтрации грунтовых вод на ЭЦВМ. Киев, 1969.
5. Абуталиев Ф.Б. и др. Методы математического моделирования гидрогеологических процессов. М., 1972.
6. Бочеввер Ф.М. и др. Рекомендации по применению ЭВМ для фильтрационных расчетов. М., 1971.
7. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. М., 1971.
8. Самарский А.А., Гулин А.В. Устойчивость разностных схем. М., 1973.
9. Аверьянов С.Ф. Фильтрация из каналов и ее влияние на режим грунтовых вод. - В сб.: Влияние оросительных систем на режим грунтовых вод. М., 1956.
10. Тихонов А.А., Самарский А.А. Уравнения математической физики. М., 1966.
11. Злотник В.А., Мурашко М.Г., Усенко В.С. К описанию фильтрации вблизи берегового водозабора, состоящего из произвольно-го числа скважин и бассейнов. - В сб.: Гидромеханика. Вып. 33. Киев, 1976.
12. Злотник В.А., Мурашко М.Г., Усенко В.С. О применении разностной схемы к описанию фильтрации при наличии сосредоточенных и распределенных источников. - В сб.: Комплексное использование водных ресурсов. Вып. 3. М., 1975.
13. Neuman Sh., Witherspoon P. Variational principles for confined and unconfined flow of ground water. - "Water Resour. Res.", 1970, v. 6, N 5.
14. Remson J., Hornberger G., Molz F. Numerical methods in subsurface hydrology with an introduction to the finite element method. N.-Y., 1971.
15. Verruijt A. Theory of ground water flow. N.-Y., 1970.

УДК 551.49:631.62:628:113

В. С. Усенко (докт. техн. наук)

К РАСЧЕТУ ВЕРТИКАЛЬНОГО СИСТЕМАТИЧЕСКОГО ДРЕНАЖА И ПРОГНОЗНЫХ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ЗАПАСОВ ПОДЗЕМНЫХ ВОД ПРИ НАЛИЧИИ ИНФИЛЬТРАЦИОННОГО ПИТАНИЯ

При расчете вертикального систематического дренажа и прогнозной оценке эксплуатационных запасов подземных вод обычно рассматривают действие одиночной скважины в изолиро-