Таким образом, полученное решение позволяет выполнить расчеты дренажа либо с заданным расходом и напором, либо с заданным напором на устье и неопределенными в явном виде граничными условиями по длине дрены.

Резюме

Приводится решение задачи в численном виде о распределении напоров по длине дрены и в междренном пространстве в условиях неустановившейся фильтрации.

Литература

1. Васильев С.В. и др. Методы фильтрационных расчетов гидромелиоративных систем. М., 1970. 2. Мурашко А.И. Горизонтальный пластмассовый дренаж. Минск, 1973. 3. Олейник Н.Я., Насиковский В.П. Методы расчета мелиоративного дренажа в неоднородно-слоистых грунтах (пособие для расчетов), Киев, 1970. 4. Эфендиев Н.Т. Конструктивные особенности горизонтального трубчатого дренажа. Автореф. канд. дис. М., 1963. 5. Петров Г.А. Гидравлика переменной массы. Харьков, 1964. 6. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. М., 1971.

УДК 628 .367

И.В. Минаев (канд.техн. наук)

АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИИ ЦЕЛИ ПРИ РАСЧЕТЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДРЕНАЖЕЙ

При расчете оптимальных параметров дренажа (горизонтального или вертикального) необходимо составить функцию цели $\overline{P}_э = f(x_1, x_2, \ldots)$, выражающую величину приведенных затрат в зависимости от переменных x_1, x_2, ... , в качестве которых обычно выступают линейные размеры: расстояние между дренами или скважинами, глубина заложения дрен или скважин и т.д. Как уже отмечалось в работе [1], среди многих параметров, влияющих на приведенные затраты, выделяются один или два, имеющие наибольшее значение для снижения этих затрат. Большинство задач, рассмотренных к настоящему времени, по расчету оптимальных параметров дренажей касаются одной переменной [2,3], обычно наиболее важной.

При решении задач по определению одного оптимального параметра математическим методом используется дифференцирование функции цели. Взятие производной по одной перемешанной с приравниванием ее нулю возможно, однако, для весьма малого числа практически важных случаев. Дело в том, что при расчете дренажей для различных гидрогеологических условий (расчетных схем) необходимо использовать довольно сложные для дифференцирования формулы, которые дают производную функцию более сложную, чем первообразная. Некоторые расчетные формулы [4 – 6] включают графики и таблицы; в этом случае дифференцирование как метод или исключается или требует аппроксимации (замены) табличных и графических данных эмпирическими формулами. С математической точки зрения это означает, что в функции цели, представляющей собой сумму функций (и их произведений), необходимо некоторые из них заменить другими, более простыми, дающими те же значения на ограниченном отрезке изменения переменной. Такой прием, когда часть слагаемых функций (или все они) заменяются аппроксимирующими, вполне приемлем. Он позволяет затем достаточно эффективно использовать расчеты на ЭЦВМ по очень простым программам. Необходимо только указать способ вычисления коэффициентов аппроксимирующих функций [7].

В некоторых случаях аппроксимация функций-слагаемых в функции цели приводит к простым, но чрезвычайно громоздким выражениям. В связи с этим возникает задача аппроксимации не отдельных слагаемых, а самой функции цели каким – либо подходящим математическим выражением.

Параметры сооружений (в том числе дренажей различного назначения) могут быть только положительными величинами и, кроме того, могут принимать значения не на всей числовой оси от 0 до $+\infty$, а в весьма ограниченных пределах, так как глубины дренажей и расстояния колеблются в относительно узких пределах. В связи с этим при аппроксимации функции цели весьма удобно изменение переменной отнести к отрезку оси абсцисс [0,1; 0,9] с шагом h, т.е. вычислять равноотстоящие ординаты. Это приведение реальных пределов изменения переменной к отрезку [0,1; 0,9] производится по весьма простым переходным формулам [1,8].

Геометрические изображения функции цели от одной переменной обычно включают одну точку минимума (изменяя пределы реальных переменных, всегда можно выделить участок кривой, содержащей только одну экстремальную точку). Такие кривые можно аппроксимировать различными функциями. В табл. 1 приводится набор функций, с помощью которых можно аппроксимировать практически любую функцию цели с одной экстремальной точкой. Задача заключается в том, чтобы вычислить коэффициенты этих функций для условий конкретной задачи. В первых двух строках табл. 1 записаны многочлены, в последних четырех – сложные показательные функции. Аппроксимация много–

Таблица 1. Аппроксимирующие функции

Номер п/п	Функции	Ограничения
I	$y_n = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$	$n \leq 7$
II	$y_n = A_{-1}(a_{-1} - x)^{n_1} + A_0 + A_{+1}(a_{+1} + x)^{n_2}$	$n_1 \neq n_2$
III	$y_n = \sum\limits_{1}^{n_1} \frac{A_{-n_1}}{x^{n_1}} + A_0 + \sum\limits_{1}^{n_2} A_{n_2} x^{n_2}$	$\lvert n_1 \rvert \gtrless \lvert n_2 \rvert$
IV	$y_n = \frac{A_{-n}}{(a_{-1} + x)^{n_1}} + A_0 + A_{+1}(a_{+1} + x)^{n_2}$	$\lvert n_1 \rvert \gtrless \lvert n_2 \rvert$
V	$y_n = \sum\limits_{1}^{n_1} \frac{A_{-(n-1)}}{x^{n_1}} + \frac{A_{-1}}{(a_{-1} + x)} + A_0 + A_{+1}(a_{+1} + x) + \sum\limits_{1}^{n_2} A_{+(n-1)} x^{n_2}$	$\lvert n_1 \rvert \gtrless \lvert n_2 \rvert$
VI	$y_n = \sum^{n_1} \frac{A_{-n1}}{x^{n_1}} + A_0 + \frac{A_{+1}}{(a_{+1} - x)^{n_2}}$	$n_1 \lessgtr n_2$
VII	$y_n = \frac{A_{-1}(1-x)}{a_{-1} + x^{n_1}} + A_0 + \sum\limits_{1}^{n_2} A_{+n_2} x^{n_2}$	$\lvert n_1 \rvert \neq \lvert n_2 \rvert$
VIII	$y_n = ax^b e^{cx^n}$	$a > 0; b < 0;$ $c > 0; b < n$
IX	$y_n = \frac{A_{-1} e^{cx}}{(a_{-1} + x)^{n_1}} + A_0 + A_{+1}(a_{+1} + x)^{n_2}$	$\lvert n_1 \rvert \gtrless \lvert n_2 \rvert$
X	$y = ae^{bx} + ce^{dx^n}$	$a > 0; c > 0;$ $b < 0; d < 0$ $n < b.$
XI	$y = A_{-1} x^{-1} e^{cx} + A_0 + \sum\limits_{1}^{n} A_{+n} x^n$	$c > 0$

членами наиболее проста, однако при высоких степенях многочлена возникает задача нахождения единственного корня, которая сопровождается длительными вычислениями по проверке всех корней для выбора подходящего. По этой причине аппроксимацию многочленами не следует производить при показателе степени $n>7$.

При аппроксимации существенное значение имеет выбор количества узлов интерполяции [9]. Можно ограничиться в любом случае девятью узлами интерполяции: $x_2-x_1=x_3-x_2=\ldots=x_9-x_8=h$, где $h=0{,}1$ – шаг интерполяции на отрезке $[0{,}1;\ 0{,}9]$. Возможно использование и меньшего количества ординат, однако выбор количества ординат связан с точностью аппроксимации. Возможное количество ординат, используемых для аппроксимации, приводится в табл. 2.

Для аппроксимации функциями из табл. 1 можно применять разработанный нами метод на основе конечных разностей [8,9]; конечные разности на восьми и девяти ординатах приведены в табл. 3.

Применение метода покажем вначале на примере вычисления частного вида функции 1У (табл.1). Предположим, что в результате подсчетов по функции цели $\overline{P}_э = f(x)$ получены девять равноотстоящих значений ординат; абсциссы приведены к отрезку $[0{,}1;\ 0{,}9]$ (табл.4). Необходимо подобрать аппроксимирующую функцию, вычислить ее коэффициенты и найти точку минимума.

Таблица 2. Возможный выбор числа ординат для аппроксимации фукции цели

Кол-во ординат	Узлы интерполяции на числовой оси	Примечания
Девять	0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8 0,9	Шаг h
Восемь	0,1 0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8	Для вспомогательных расчетов
Пять	0,1 0,3 0,5 0,7 0,9	Шаг 2h
Четыре	0,1 0,3 0,5 0,7	Для вспомогательных расчетов
Семь	0,2 0,3 0,4 0,5 0,6 0,7 0,8	Для вспомогательных расчетов
Три	0,1 0,5 0,9	Шаг 4h Для вспомогательных расчетов

Таблица 3. Конечные разности на девяти и восьми ординатах

Степень многочлена	Конечная разность	Многочлен
0	$(y_2-y_1)+(y_3-y_2)+(y_4-y_3)+\ldots+(y_9-y_8)=0$	$y_o=a_o$
"	$(y_2-y_1)+(y_3-y_2)+(y_4-y_3)+\ldots+(y_8-y_7)=0$	"
1	$7y_1-y_2-y_3-y_4-y_5-y_6-y_7-29y_8+28y_9=0$	$y_1=a_o+a_1x$
"	$6y_1-y_2-y_3-y_4-y_5-y_6-22y_7+21y_8=0$	"
2	$6y_1-y_2-y_3-y_4-y_5-y_6-113y_7+203y_8-91y_9=0$	$y_2=a_o+a_1x+a_2x^2$
"	$5y_1-y_2-y_3-y_4-y_5-71y_6+125y_7-55y_8=0$	"
3	$5y_1-y_2-y_3-y_4-y_5-211y_6+545y_7-475y_8+140y_9=0$	$y_3=a_o+\ldots+a_3x^3$
"	$4y_1-y_2-y_3-y_4-106y_5+265y_6-225y_7+65y_8=0$	"
4	$4y_1-y_2-y_3-y_4-225y_5+741y_6-939y_7+541y_8-119y_9=0$	$y_4=a_o+\ldots+a_4x^4$
"	$3y_1-y_2-y_3-85y_4+265y_5-323y_6+181y_7-39y_8=0$	"
5	$3y_1-y_2-y_3-141y_4+545y_5-883y_6+741y_7-319y_8+56y_9=0$	$y_5=a_o+\ldots+a_5x^5$
"	$2y_1-y_2-36y_3+125y_4-190y_5+153y_6-64y_7+11y_8=0$	"
6	$2y_1-y_2-49y_3+203y_4-385y_5+413y_6-259y_7+89y_8-13y_9=0$	$y_6=a_o+\ldots+a_6x^6$
"	$y_1-7y_2+21y_3-35y_4+35y_5-21y_6+7y_7-y_8=0$	"
7	$y_1-8y_2+28y_3-56y_4+70y_5-56y_6+28y_7-8y_8+y_9=0$	$y_7=a_o+\ldots+a_7x^7$

Таблица 4. Значения ординат функции цели

x_i	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
y_{oi}	10,4	9,1	8,6	8,643	9,1	9,9	11,0	12,373	14
Номер узла интерполяции	1	2	3	4	5	6	7	8	9

Предположим в функции 1У (табл. 1), что показатель степени $n_2 = 2$. Тогда функция 1У запишется в виде

$$y=\frac{A_{-1}}{(x+a_{-1})^{n_1}}+A_o+A_{+1}(x+a_{+1})^2. \qquad (1)$$

Для вычисления коэффициентов функции (1) используем несимметричные конечные разности [9] на девяти и восьми ординатах (табл.3). Предположим вначале, что $n_1 = 1$ и представим функцию (1) в виде

$$y_o - \frac{A_{-1}}{(x+a_{-1})} = A_o + A_{+1}(x+a_{+1})^2. \qquad (2)$$

Разность ординат $y_{2i} = y_{oi} - \frac{A_{-1}}{(x+a_{-1})}$ позволяет записать многочлен второй степени

$$y_2 = A_o + A_{+1}(x + a_{+1})^2 . \qquad (2')$$

Для многочлена второй степени справедливы несимметричные конечные разности (НКР) на девяти и восьми ординатах

$$6y_{21} - y_{22} - y_{23} - y_{24} - y_{25} - y_{26} - 113y_{27} + 203y_{28} - 91y_{29} = 0, \qquad (3)$$

$$5y_{21} - y_{22} - y_{23} - y_{24} - y_{25} - 71y_{26} + 125y_{27} - 55y_{28} = 0. \qquad (4)$$

Вместо ординат y_{2i} в НКР (3) подставим разность ординат

$$6\left(y_{o1} - \frac{A_{-1}}{x_1+a_{-1}}\right) - \left(y_{o2} - \frac{A_{-1}}{x_2+a_{-1}}\right) - \ldots - 113\left(y_{o7} - \frac{A_{-1}}{X_7+a_{-1}}\right) +$$

$$+ 203\left(y_{o8} - \frac{A_{-1}}{x_8+a_{-1}}\right) - 91\left(y_{o9} - \frac{A_{-1}}{x_9+a_{-1}}\right) = 0. \qquad (5)$$

Из выражения (5) получаем формулу для вычисления коэффициента A_{-1}:

$$A_{-1} = \frac{6y_{o1} - y_{o2} - \ldots - 113y_{o7} + 203y_{o8} - 91y_{o9}}{6\frac{1}{x_1+a_{-1}} - \frac{1}{x_2+a_{-1}} - \ldots - 113\frac{1}{x_7+a_{-1}} + 203\frac{1}{x_8+a_{-1}} - 91\frac{1}{x_9+a_{-1}}} \qquad (6)$$

Однако в формуле (6) неизвестен дополнительный коэффициент a_{-1}. Для вычисления этого коэффициента применим следующий прием, возможный только при использовании несимметричных конечных разностей. Запишем выражение, аналогичное (5), и выразим относительно коэффициента A_{-1} для НКР на восьми ординатах:

$$A^{*}_{-1} = \frac{5y_{o1} - y_{o2} - \ldots - 71y_{o6} + 125y_{o7} - 55y_{o8}}{5\frac{1}{x_1+a_{-1}} - \frac{1}{x_2+a_{-1}} - \ldots - 71\frac{1}{x_6+a_{-1}} + 125\frac{1}{x_7+a_{-1}} - 55\frac{1}{x_8+a_{-1}}} \quad (7).$$

Если бы ординаты y_{oi} были вычислены по формуле (1) с числовыми коэффициентами, то коэффициенты в выражениях (6) и (7) были бы равны: $A_{-1} = A^{*}_{-1}$. Предположим, что формула (2) является аппроксимирующей с достаточно высокой степенью для ординат y_{oi} (табл.4). Тогда можно приравнять правые части выражений (6) и (7) на основании равенства коэффициентов A_{-1} и A^{*}_{-1}. Приравняв правые части, получим выражения:

$$\beta^{(3)}_{9-8} = \frac{6y_{o1} - y_{o2} - y_{o3} - y_{o4} - y_{o5} - y_{o6} - 113y_{o7} + 203y_{o8} - 91y_{o9}}{5y_{o1} - y_{o2} - y_{o3} - y_{o4} - y_{o5} - 71y_{o6} + 125y_{o7} - 55y_{o8}}, \quad (8)$$

$$\gamma^{(3)}_{9-8} = \frac{6\frac{1}{(x_1+a_{-1})^{n_1}} - \frac{1}{(x_2+a_{-1})^{n_1}} - \ldots - 113\frac{1}{(x_7+a_{-1})^{n_1}} + 203\frac{1}{(x_8+a_{-1})^{n_1}} - 91\frac{1}{(x_9+a_{-1})^{n_1}}}{5\frac{1}{(x_1+a_{-1})^{n_1}} - \frac{1}{(x_2+a_{-1})^{n_1}} - \ldots - 71\frac{1}{(x_6+a_{-1})^{n_1}} + 125\frac{1}{(x_7+a_{-1})^{n_1}} - 55\frac{1}{(x_8+a_{-1})^{n_1}}}. \quad (9)$$

Показатели аппроксимации $\beta^{(3)}_{9-8}$ и $\gamma^{(3)}_{9-8}$ равны только в том случае, если $A_{-1} = A^{*}_{-1}$, т.е. для самой функции (по которой вычислены ординаты y_{oi}) или при высокой степени аппроксимации ординат, вычисленных по другой функции.

Вычисление значения $\beta^{(3)}_{9-8}$ по (8) однозначно, поскольку ординаты y_{oi} заданы; показатель $\gamma^{(3)}_{9-8}$ зависит от значений коэффициента a_{-1}. Поскольку предполагается равенство $\beta^{(3)}_{9-8} = \gamma^{(3)}_{9-8}$, то (при $n_1 = 1$) можно получить многочлен относительно a_{-1} восьмой степени. Вычисление восьми корней и отделение нужного в расчете настолько усложняет расчеты, что делает более удобным графическое построение. Задаваясь значениями a_{-1} (при различных значениях n_1), можно построить график зависимости $\gamma^{(3)}_{9-8} = f(a_{-1})$, а затем, полагая $\beta^{(3)}_{9-8} = \gamma^{(3)}_{9-8}$, по графику вычислить значение a_{-1} (рис. 1).

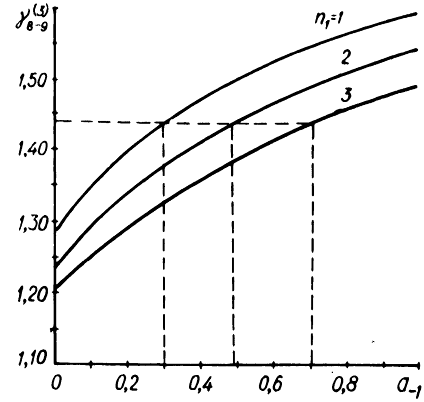

Рис. 1. Зависимости $\gamma^{(3)}_{9-8}=f(a_{-1}, n_1)$.

Если изменять степень n_2 ,то необходимо изменять и НКР в соответствии со степенью n_2 . Таким образом, степень мы заранее принимаем, а степень n_1 может быть найдена в результате вычислений и графического построения.

На рис. 1 приведены графики для функции $\gamma^{(3)}_{9-8} = f_1 (a_{-1}, |n_1|)$, где n_1 было принято равным 1,2,3. Очевидно, что выражение (8) справедливо для всех значений n_1 , поскольку конечная разность многочлена (2) не изменялась. График для определения коэффициента a_{-1} (рис.1) был построен по значениям, вычисленным по формуле (9).

По формуле (8) для значений ординат из табл.4 получено $\beta^{(3)}_{9-8} = 1{,}435$. Проводя линию, параллельную оси абсцисс, на графике (рис. 1) для $\beta^{(3)}_{9-8} = \gamma^{(3)}_{9-8} = 1{,}435$ получаем следующие значения для дополнительного коэффициента a_{-1}: при $n_1=1$,

$a_{-1} = 0{,}3$; при $n_1 = 2$, $a_{-1} = 0{,}49$; при $n_1 = 3$, $a_{-1} = 0{,}7$.

Подставив в формулу (6) значение коэффициента a_{-1}(для $n_1 = 1$), вычисляем коэффициент: $A_{-1} = 3{,}6$. Если в формуле (6) изменить показатель степени в соответствии с уравнением (1) и положить равным $n_1 = 2$, а затем $n_1 = 3$, то получим следующие значения коэффициента: $A_{-1} = 2{,}124$, $A_{-1} = 2{,}716$.

Вычислим остальные коэффициенты функции (1). Теперь, когда известны коэффициенты A_{-1} и a_{-1}, можно найти разность ординат

$$y_{2i} = y_{oi} - \frac{A_{-1}}{(x + a_{-1})^{n_1}}, \tag{10}$$

где $n_1 = 1{,}2{,}3$.

Далее представим многочлен (2') в виде

$$y_{3i} = y_{2i} - A_{+1}(x_i + a_{+1})^2 = A_o . \tag{11}$$

Справа стоит постоянный коэффициент и для него справедлива конечная разность первого порядка (табл. 3):

$$(y_{32}-y_{31}) + (y_{33} - y_{32}) + (y_{34} - y_{33}) + \ldots + (y_{39} - y_{38}) = 0. \tag{12}$$

Подставим вместо y_{3i} в (12) разность ординат из (11) и найдем выражение для коэффициента A_{+1}:

$$A_{+1} = \frac{(y_{22}-y_{21}) + (y_{23}-y_{22}) + (y_{24}-y_{23}) + \ldots}{\left[(x_2+a_{+1})^2-(x_1+a_{+1})^2\right] + \left[(x_3+a_{+1})^2-(x_2+a_{+1})^2\right]+\ldots} + \tag{13}$$

$$\frac{(y_{29} - y_{28})}{\left[(x_9 + a_{-1})^2 - (x_8 + a_{+1})^2\right]} .$$

Аналогичное выражение можно записать для коэффициента на восьми ординатах

$$A^*_{+1} = \frac{(y_{22} - y_{21}) + (y_{23} - y_{22}) + \ldots}{\left[(x_2+a_{+1})^2 - (x_1+a_{+1})^2\right] + \left[(x_3+a_{+1})^2 - (x_2+a_{+1})^2\right] + \ldots} +$$

$$+\frac{(y_{28}-y_{27})}{\left[(x_8+a_{+1})^2-(x_7+a_{+1})^2\right]}\ . \tag{14}$$

Приравняем коэффициенты A_{+1} и A^*_{+1} и запишем отношения

$$\beta^{(1)}_{9-8}=\frac{(y_{22}-y_{21})+(y_{23}-y_{22})+\ldots+(y_{29}-y_{28})}{(y_{22}-y_{21})+(y_{23}-y_{22})+\ldots+(y_{28}-y_{27})}\ , \tag{15}$$

$$\gamma^{(1)}_{9-8}=\frac{\left[(x_2+a_{+1})^2-(x_1+a_{+1})^2\right]+\left[(x_3+a_{+1})2-(x_2+a_{+1})^2\right]+\ldots}{\left[(x_2+a_{+1})^2-(x_1+a_{+1})^2\right]+\left[(x_3+a_{+1})^2-(x_2+a_{+1})^2\right]+\ldots}+$$

$$+\frac{\left[(x_9+a_{+1})^2-(x_8+a_{+1})^2\right]}{\left[(x_8+a_{+1})^2-(x_7+a_{+1})^2\right]}=\frac{(x_9^2-x_1^2)+2a_{+1}(x_9-x_1)}{(x_8^2-x_1^2)+2a_{+1}(x_8-x_1)}=\beta^{(1)}_{9-8}$$

Поскольку величину $\beta^{(1)}_{9-8}$ можно вычислить, то, преобразуя выражение (16), находим значение коэффициента a_{+1}:

$$a_{+1}=\frac{\beta^{(1)}_{9-8}(x_8^2-x_1^2)-(x_9^2-x_1^2)}{2\left[(x_9-x_1)-\beta^{(1)}_{9-8}(x_8-x_1)\right]} \tag{17}$$

или, подставляя значения абсцисс, получаем

$$a_{+1}=\frac{0{,}63\ \beta^{(1)}_{9-8}-0{,}80}{1{,}6\ -\ 1{,}4\,\beta^{(1)}_{9-8}}\ . \tag{18}$$

В табл. 5 приведены значения разности ординат при $n_1 = 1, 2, 3$ (три верхние строки). Подставляя все значения y_{2i} (при $n_1 = 1, 2, 3$) в формулы (15) и (18), получаем три значения коэффициента a_{+1}: при $n_1 = 1$; $a_{+1} = 0{,}1$; при $n_1 = 2$; $a_{+1} = 0{,}016$; при $n_1 = 3$; $a_{+1} = -0{,}0122$.

Коэффициент A_{+1} вычисляется по формуле (13) для всех значений n_1: при $n_1 = 1$ $A_{+1} = 10$; при $n_1 = 2$ $A_{+1} = 10{,}418$; при $n_1 = 3$ $A_{+1} = 10{,}56$.

Таблица 5. Значения ординат функций (20), (21), (22)

x	0	0,1	0,2	0,3	0,4
$y_{2i}(n_1=1)$	-	1,4	1,9	2,6	3,5
$y_{2i}(n_1=2)$	-	4,301	4,641	5,198	5,963
$y_{2i}(n_1=3)$	-	6,260	6,060	6,272	6,803
$y_{01}(20)$	13,10	10,4	9,1	8,6	8,643
$y_{02}(21)$	13,005	10,398	9,104	8,601	8,642
$y_{03}(22)$	12,710	10,399	9,111	8,603	8,641

Значения коэффициента A_o находятся по сумме ординат

$$y_{3i} = y_{oi} - \frac{A_{-1}}{(x_i + a_{-1})} - A_{+1}(x_i + a_{+1})^2,$$

$$A_o = \frac{\sum_1^9 y_{3i}}{9}. \tag{19}$$

Для различных значений n_1 получены следующие средние значения коэффициента A_o : при $n_1 = 1$ $A_o = 1$; при $n_1 = 2$ $A_o = 4{,}159$; при $n_1 = 3$ $A_o = 5{,}013$.

Таким образом, для аппроксимации данных табл.4 получены три функции:

$$y_{o1} = \frac{3{,}6}{(x + 0{,}3)} + 1 + 10\,(x + 0{,}1)^2, \tag{20}$$

$$y_{o2} = \frac{2{,}123}{(x + 0{,}49)^2} + 4{,}159 + 10{,}418\,(x + 0{,}016)^2, \tag{21}$$

$$y_{o3} = \frac{2{,}716}{(x + 0{,}7)^3} + 5{,}013 + 10{,}560\,(x - 0{,}0122)^2. \tag{22}$$

Значения ординат, подсчитанные по аппроксимирующим функциям, приведены в табл.5 (три последние строки). В табл. 5 также даны значения аппроксимирующих функций при x = 0 и x = 1,5 (первая и последние графы). Как видно, все функции позволяют говорить о высокой степени аппроксимации на выбранном отрезке изменения переменной [0,1; 0,9] и только за пределами этого отрезка появляется различие в значениях ординат.

Для отыскания точки минимума следует предпочесть функцию (20) (при $n_1=1$), как наиболее простую из трех.

0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,5
4,6	5,9	7,4	9,1	11	-
6,934	8,113	9,50	11,097	12,901	-
7,610	8,669	9,966	11,492	13,240	-
9,1	9,9	11,0	12,373	14,0	28,60
9,099	9,899	11,000	12,372	13,999	28,639
9,097	9,897	11,002	12,371	13,998	29,192

Возьмем производную по x от функции (1) (при $n_1 = 1$) и приравняем ее нулю

$$2A_{+1}(x + a_{+1}) = \frac{A_{-1}}{(x + a_{-1})^2} . \qquad (23)$$

Из выражения (23) надо найти значение x_{min}. В результате алгебраических преобразований получаем следующее кубическое уравнение

$$x^3 + x^2(2a_{-1} + a_{+1}) + xa_{-1}(a_{-1} + 2a_{+1}) + (a_{-1}^2 a_{+1} - \frac{A_{-1}}{2A_{o1}}) = 0. \qquad (24)$$

Поскольку в уравнении (24) все коэффициенты известны, то можно найти все три корня этого уравнения. Наиболее просто это выполнить с помощью графического построения. Можно, однако, воспользоваться методом подбора. Для этого представим (23) в виде

$$x_{min} = \sqrt{\frac{A_{-1}}{2A_{+1}\ (x + a_{+1})}} - a_{-1} . \qquad (25)$$

Задаваясь произвольным значением x, вычисляем x_{min}, затем берем это значение в качестве x, снова вычисляем правую часть (25) и т.д. до тех пор, пока не получится равенство $x_{min} = x$. В результате такого приближенного подсчета для функции (21) получено $x_{min} = 0,317$.

Разумеется, при вычисленных девяти ординатах только уточняется нахождение точки минимума. Однако можно воспользоваться и меньшим числом ординат, например пятью, вычисленными по функции цели, тогда это уточнение будет более существенным результатом расчета.

Метод вычисления одного оптимального параметра заключается в следующем. Для некоторой расчетной схемы дренажа формируется функция цели. Пользуясь конкретными (типичными) для этой схемы условиями, вычисляют несколько ординат по функции цели. Для них подбирается аппроксимирующая функция . Тогда можно сказать, что полученная аппроксимирующая функция соответствует функции цели (для ограниченного предела изменения параметра). Если изменять некоторые постоянные величины в функции цели (коэффициент фильтрации, глубину до водоупора и т.д.), которые не влияют на ее производную, можно сказать, что аппроксимирующая функция (записанная с буквенными коэффициентами) соответствует функции цели. Поэтому при расчете другого объекта, отличающегося только значениями постоянных величин (коэффициентом фильтрации, глубиной до водоупора и т.д.), можно считать верной найденную аппроксимирующую функцию, записанную с буквенными коэффициентами.

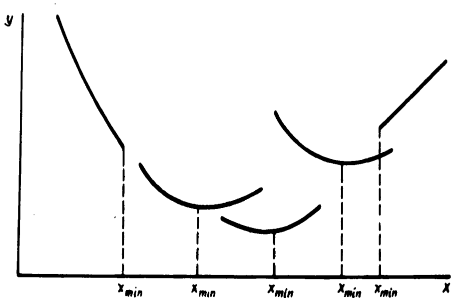

Рис.2. Смещение точки оптимума функции цели в зависимости от выбора отрезка изменения переменной.

Для нового объекта, следовательно, остается справедливой и прежняя функция цели (но с иными коэффициентами).

Вычисляя несколько ординат по функции цели (например, пять), можно вычислить все коэффициенты аппроксимирующей функции и, используя ее, найти точку минимума или оптимальный параметр. Изменение постоянных параметров в функции цели приводит к перемещению кривой (рис.2), но не изменяет ее производную, поэтому аппроксимирующая функция остается справедливой для достаточно широкого диапазона изменения этих параметров. Коэффициенты же аппроксимирующей функции надо вычислять в каждой задаче.

При аппроксимации функций существенную роль играет точность вычислений, поэтому рекомендуется пользоваться клавишными электрическими машинами.

Оценка же точности аппроксимации производится вычислением корреляционного отношения. В данной работе корреляционное отношение не вычисляется, поскольку округление значений y_{o2} и y_{o3} приводит к точным значениям y_{o1}, т.е. к значениям функции цели.

Р е з ю м е

Предложенный способ аппроксимации позволяет вычислять оптимальный параметр (основной) мелиоративной системы (осушительной или осушительно-увлажнительной).

Л и т е р а т у р а

1. Минаев И.В. Технико-экономический расчет параметров вертикального дренажа методом аппроксимации. - В сб.: Водное хозяйство Белоруссии. Вып. 2, Минск, 1972. 2. Канцибер Ю.А., Климко А.И., Морозова Г.М. Определение междренных расстояний при проектировании осушительных систем с использованием экономических показателей оптимальности. - В сб.: Осушение и использование мелиорируемых земель Калининской области. М., 1974. 3. Барон В.А., Якубов Х. Технико-экономический расчет оптимальных глубин и диаметров скважин вертикального дренажа. - В сб.: Вопросы гидротехники. Вып. 17. Ташкент, 1964. 4. Аверьянов С.Ф. Расчет понижения и подъема грунтовых вод при осушении системой каналов (дрен). - "Гидротехника и мелиорация", 1957, № 12. 5. Олейник А.Я., Насиковский В.П. Расчет несовершенного дренажа в однородном грунте при неустановившемся режиме фильтрации. - В сб.: Мелиорация и водное хозяйство. Вып. 10. Киев, 1969. 6. Васильев С.В. и др. Методы фильтрационных расчетов гидромелиоративных систем. М., 1970. 7. Крылов В.И., Бобков В.В., Монастырный П.И. Вычислительные методы высшей математики. Т. 1. Минск, 1972. 8. Минаев И.В. Использование несимметричных конечных разностей для расчета оптимальных параметров дренажа. - В сб.: Водное хозяйство Белоруссии. Вып. 5. Минск, 1975. 9. Минаев И.В. Формулы для вычисления коэффициентов некоторых функций, применяемых в мелиорации. - В сб.: Водное хозяйство Белоруссии. Вып. 6. Минск, 1976.