УДК 631.6:551.49+627.841

П.И. Закржевский (канд.техн.наук), Г.И. Афанасик (канд. техн. наук), О.Р. Армоник, Н. Г. Холодок, Н. К. Вахонин

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ О РАСПРЕДЕЛЕНИИ НАПОРОВ ПО ДЛИНЕ ДРЕНЫ И В МЕЖДРЕННОМ ПРОСТРАНСТВЕ В УСЛОВИЯХ НЕУСТАНОВИВШЕЙСЯ ФИЛЬТРАЦИИ

При заборе воды из горизонтального дренажа насосной установкой необходимо решать двумерную задачу неустановившейся фильтрации с неопределенным в явном виде граничным условием на дрене. Задачи такого типа аналитическими методами обычно не разрешимы, поэтому их решения возможно получить на моделях или численными методами на ЭВМ.

Существующие методы фильтрационных расчетов осушительно-увлажнительных систем в своем подавляющем большинстве основаны на решении уравнения Буссинеска при граничных условиях первого рода, когда задается изменение напора в дрене, и третьего рода, когда приток воды в дрену (канал) задается законом, аналогично закону Ньютона для теплообмена [1]

$$q(\tau)=\alpha(-h_д+h_ф), \qquad (1)$$

где α – коэффициент водообмена между дреной и окружающей средой; $h_д$ – напор в дрене; $h_ф$ – фиктивный напор под дреной.

Коэффициент водообмена α для дрены вычисляется по выражению

$$\alpha=\frac{\Sigma k_{ф i} m_i}{\Sigma Ф}, \qquad (2)$$

где $k_{фi}$, m_i – коэффициент фильтрации и мощность i-го пласта; $\Sigma Ф$ – дополнительное фильтрационное сопротивление, учитывающее несовершенство вскрытия пласта и конструкции дрены, вычисляемое по формулам [2,3,4].

Для условий работы дрены полным сечением (при откачке воды из дренажной системы грунтового водохранилища) невозможно задать функцию изменения напора или притока к дрене в зависимости от длины и времени. Поэтому граничное условие над дреной можно получить из дифференциального уравнения движения жидкости переменной массы [5] в виде

$$\frac{\partial h}{\partial y}=\frac{2\alpha_0}{g\omega^2}Q\frac{\partial Q}{\partial y}+\frac{Q^2}{K^2} \qquad (3)$$

и уравнения приточности к дрене

$$T\frac{\partial h}{\partial x}\Big|_{x=0} = \alpha\left[h(\tau,y)-h_д(\tau,y)\right]; \qquad (4)$$

где Q – расход в дрене на расстоянии y от устья дрены; K – расходная характеристика трубопровода, вычисленная для условий равномерного движения; α_0 – коэффициент, учитывающий неравномерность распределения скоростей по живому сечению трубопровода ω; $T=\sum_1^l k_{фi}\, m_i$ – проводимость пласта; x, y – координаты системы с началом в устье дрены.

Из соотношения (4) можно найти напор для координаты $(0,y)$ в любой момент времени τ:

$$h(\tau,0,y) = h_д(\tau,y) + \frac{T}{\alpha}\,\frac{\partial h}{\partial x}\Big|_{x=0}. \qquad (5)$$

Полагая $\frac{\partial Q}{\partial y} = T\frac{dh}{dx}\Big|_{x=0}$, из соотношения (3) находим величину

$$h_д(\tau,y) = h_0(\tau) + \int_0^y \left[\frac{2\alpha_0}{g\omega^2}\left(Q_0 - \int_0^y T\frac{\partial h}{\partial x}\Big|_{x=0} dy\right)\times T\frac{\partial h}{\partial x}\Big|_{x=0} + \left(\frac{Q_0}{k} - \int_0^y \frac{T}{k}\frac{\partial h}{\partial x}\Big|_{x=0} dy\right)^2\right]dy, \qquad (6)$$

где Q_0, $h_0(\tau)$ – расход и напор в устье дрены (начальные условия).

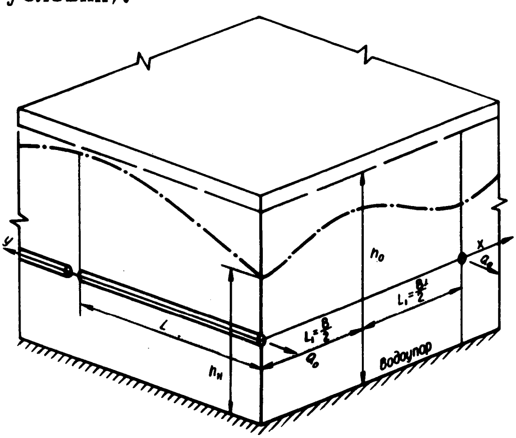

Рис.1. Расчетная схема.

Остальные граничные условия формулируются с учетом расположения дрен в системе, при этом вследствие переменности $h(\tau, 0, y)$ в общем виде приходится решать двумерную задачу. Для случая расположения дрен (рис.1) задача формулируется так:

$$\frac{\partial h}{\partial \tau} = \frac{T}{\delta}\left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2}\right), \tag{7}$$

$$h(0, x, y) = h_o, \tag{8}$$

$$h(\tau, 0, y) = h_o + \frac{T}{\alpha} \left.\frac{\partial h}{\partial x}\right|_{x=0} + \int_o^y \left[\frac{2\alpha_o}{g\omega^2}\left(Q_o - \int_o^y T \frac{\partial h}{\partial x}\right)_{x=0} dy\right) T \left.\frac{\partial h}{\partial x}\right|_{x=0} + \left(\frac{Q_o}{k} - \int_o^y \frac{T}{k} \left.\frac{\partial h}{\partial x}\right|_{x=0} dy\right)^2 \right] dy, \tag{9}$$

$$\left.\frac{\partial h}{\partial y}\right|_{y=0} = 0, \tag{10}$$

$$\left.\frac{\partial h}{\partial y}\right|_{y=L} = 0, \tag{11}$$

$$\left.\frac{\partial h}{\partial x}\right|_{x=L} = 0. \tag{12}$$

Для случая дренажа с выводом устья в дно канала, когда задан только напор над устьем дрены, задача, описываемая уравнением (7), решается со следующими граничными условиями:

$$h(\tau, x, 0) = h_o(\tau), \tag{13}$$

$$h(\tau, 0, y) = h_o(\tau) + \frac{T}{\alpha} \left.\frac{\partial h}{\partial x}\right|_{x=0} + \int_o^y \left[\frac{2\alpha_o}{g\omega^2}\left(\int_y^L T \left.\frac{\partial h}{\partial x}\right|_{x=0} dy\right) T \left.\frac{\partial h}{\partial x}\right|_{x=0} + \left(\int_y^L \frac{T}{k} \left.\frac{\partial h}{\partial x}\right|_{x=0} dy\right)^2 \right] dy, \tag{14}$$

$$\left.\frac{\partial h}{\partial y}\right/_{y=L} = 0, \tag{15}$$

$$\left.\frac{\partial h}{\partial x}\right/_{x=L_1} = 0. \tag{16}$$

Задачу (7)–(12) можно решить методом конечно-разностной аппроксимации, ибо сложный вид граничного условия (9) не позволяет использовать аналитические методы решения, хотя h_o, T, α, α_o, g, ω, k входят, как константы. В конечных разностях при явной схеме задача (7)–(12) приобретает вид

$$\frac{h^{p+1}_{e,k} - h^{p}_{e,k}}{\tau} = \frac{T}{\delta}\left(\frac{h^{p}_{e+1,k} - 2h^{p}_{e,k} + h^{p}_{e-1,k}}{h^2_x} + \frac{h^{p}_{e,k+1} - 2h^{p}_{e,k} + h^{p}_{e,k-1}}{h^2_y} \right), \tag{7'}$$

$$e = \overline{2,N}, \quad \overline{k = 2, M}, \quad h^{1}_{e,k} = h_o, \quad e = \overline{1, N+1},$$
$$k = \overline{1, M+1}, \tag{8'}$$

$$h^{p+1}_{1,k} = h_o + \frac{T}{\alpha}\left(\frac{h^{p+1}_{2,k} - h^{p+1}_{1,k}}{h_x} \right) +$$
$$+ h_y \sum_{j=1}^{k} \left\{ \frac{2\alpha_o}{g\omega^2} \left[Q_o - h_y \sum_{i=1}^{j} T\left(\frac{h^{p}_{2,i} - h^{p}_{1,i}}{h_x}\right) \times \right.\right.$$
$$\left.\left. \times\, T\left(\frac{h^{p}_{2,j} - h^{p}_{1,j}}{h_x}\right) + \left[\frac{Q_o}{k} - \sum_{i=1}^{j} \frac{T}{k}\left(\frac{h^{p}_{2,i} - h^{p}_{1,i}}{h_x}\right)\right]^2 \right\}, \tag{9'}$$

$$k = \overline{1, M+1},$$

$$h^{p+1}_{e,2} - h^{p+1}_{e,1} = 0,$$

$$h^{p+1}_{e,M+1} - h^{p+1}_{e,M} = 0, \qquad e = \overline{1, N+1},$$

$$h^{p+1}_{N+1,k} - h^{p+1}_{N,k} = 0, \quad (12') \quad k = \overline{1, M+1}, \quad p = 1,2,3.$$

где τ – шаг по времени; h_x, h_y – шаги по осям x,y. При этом $h_x = \frac{L_1}{N}$, $h_y = \frac{L}{M}$

Формулы (7') – (12') дают возможность рассчитывать значения (τ, x, y) в узлах сетки последовательно слой за слоем, при выполнении условия $\tau < \frac{1}{2} \frac{\delta}{T} \left(\frac{1}{\frac{1}{h_x^2} + \frac{1}{h_y^2}} \right)$, обеспечивающего устойчивость схемы, точность аппроксимации $O(\tau + h_x^2 + h_y^2)$ [6].

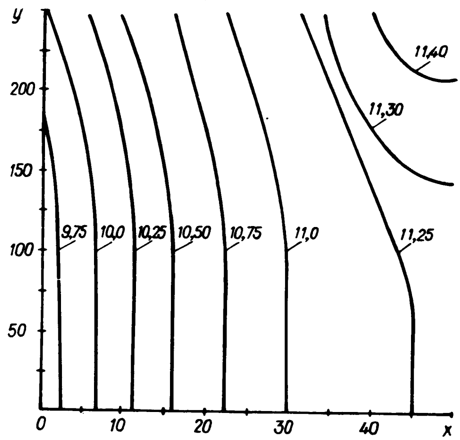

Рис.2. Гидроизогипсы после 16 ч работы насоса.

В соответствии с изложенным выполнен расчет напоров в грунте по длине дрены и междренном пространстве дрены ($\varnothing$ = 0,2 м, L = 250 м), уложенной на глубину 3,0 м в однородном мелкозернистом песке мощностью 12 м с коэффициентом фильтрации 10 м/сут, водоотдачей $\delta = 0{,}1$. Вода откачивается насосной установкой с постоянным дебитом 10 л/с. Уровень в начальный момент горизонтален $H_р$ = 12 м, начальный напор, определяемый высотой всасывания насоса, $H_н$ = 3,0 м.

Расчет выполнен на ЭВМ ЕС-1020. Результаты расчета приведены на рис.2 для половины площади междренного пространства. Как видно, переменность давления по длине дрены, присущая гидравлике трубопроводов с переменной массой, формирует плановую неравномерность распределения напоров на осушаемой площади. В общем случае полученный результат соответствует общефизическим представлениям о таком процессе.

Таким образом, полученное решение позволяет выполнить расчеты дренажа либо с заданным расходом и напором, либо с заданным напором на устье и неопределенными в явном виде граничными условиями по длине дрены.

Р е з ю м е

Приводится решение задачи в численном виде о распределении напоров по длине дрены и в междренном пространстве в условиях неустановившейся фильтрации.

Л и т е р а т у р а

1. Васильев С.В. и др. Методы фильтрационных расчетов гидромелиоративных систем. М., 1970. 2. Мурашко А.И. Горизонтальный пластмассовый дренаж. Минск, 1973. 3. Олейник Н.Я., Насиковский В.П. Методы расчета мелиоративного дренажа в неоднородно-слоистых грунтах (пособие для расчетов), Киев, 1970. 4. Эфендиев Н.Т. Конструктивные особенности горизонтального трубчатого дренажа. Автореф. канд. дис. М., 1963. 5. Петров Г.А. Гидравлика переменной массы. Харьков, 1964. 6. Самарский А.А. Введение в теорию разностных схем. М., 1971.

УДК 628.367

И.В. Минаев (канд.техн. наук)

АППРОКСИМАЦИЯ ФУНКЦИИ ЦЕЛИ ПРИ РАСЧЕТЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ДРЕНАЖЕЙ

При расчете оптимальных параметров дренажа (горизонтального или вертикального) необходимо составить функцию цели $\overline{P}_э = f(x_1, x_2, \ldots)$, выражающую величину приведенных затрат в зависимости от переменных x_1, x_2, ... , в качестве которых обычно выступают линейные размеры: расстояние между дренами или скважинами, глубина заложения дрен или скважин и т.д. Как уже отмечалось в работе [1], среди многих параметров, влияющих на приведенные затраты, выделяются один или два, имеющие наибольшее значение для снижения этих затрат. Большинство задач, рассмотренных к настоящему времени, по рас-