

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБЪЕКТОВ

*Исаченко Евгений Васильевич, студент 2-го курса
кафедры «Автомобили»*

*Белорусский национальный технический университет, г. Минск
(Научный руководитель – Лебедева Г.И., канд. техн. наук., доцент)*

Технические задачи часто характеризуются высокой сложностью и громоздкостью. Кроме того, существующие методики решения не всегда способны учесть нестандартные или неожиданные ситуации.

Рассмотрим, к примеру, кулачковый механизм. Используя метод планов, мы можем получить различные кривые, отражающие движения толкателя (скорость, путь, ускорение и т.д.). Однако стоит подчеркнуть, что этот метод требует значительных затрат времени и усилий, хотя и приводит к качественным результатам.

Тем не менее, при наличии трапецеидальной кривой ускорения, мы на 3-й производной получаем разрывную функцию, что нежелательно. Кривые должны быть непрерывными, чтобы обеспечить наиболее высокий КПД.

Совершенствование методов решения технических задач предоставляет собой актуальную и перспективную задачу. Одним из эффективных подходов в этом направлении является математическое моделирование. С помощью математических моделей можно детальнее анализировать процессы и выбрать оптимальные решения с, не проводя дорогостоящих экспериментов.

Математическое моделирование — это предоставление реальных объектов с помощью математического языка. Следует отметить, что математическая модель — это приближенный образ исследуемого объекта, но достаточно близкий. В ней учитываются те свойства и особенности, которыми обладает исследуемый объект. Разработанная модель должна полностью соответствовать исследуемому объекту, должна быть не перегружена несущественными факторами, должна по возможности быть простой в использовании. С помощью математических моделей проводится исследование различных явлений и объектов в разных областях науки.

Как отмечалось, использование математического моделирования дает возможность более глубоко исследовать объект и найти приемлемое решение без необходимости проведения дорогостоящих экспериментов. Технические задачи, как правило, требуют значительных усилий, и математическое моделирование может значительно упростить их решение и повысить качество работ.

Классификация математических моделей может проводиться по различным критериям.

Например, по типу решаемых задач модели делятся на структурные и функциональные. Структурные модели описывают взаимосвязи между параметрами объекта, не имея количественного измерения, тогда как функциональные модели применяются для явлений с количественными характеристиками.

По характеру исходных данных математические модели подразделяются на детерминированные и вероятностно-статические. Детерминированные модели дают строго однозначные результаты, тогда как вероятностно-статические связаны с процессами (объектами), имеющими вероятностные элементы. Следует отметить, что характеристики вероятностно-статических моделей определяется неоднозначно. Модели так же подразделяются на динамические и статические. Динамические модели – это модели, в которых параметры изменяются во времени. как правило, динамические модели описываются дифференциальными уравнениями или системой дифференциальных уравнений. Статические модели – это модели, в которых параметры не изменяются во времени. Эти модели описываются алгебраическими уравнениями или системой алгебраических уравнений.

Процесс математического моделирования осуществляется поэтапно. На первом этапе делается анализ исследуемого процесса (объекта). Выявляются факторы, влияющие на его работу. Выбор фактором осуществляется на взгляд исследователя. Но все факторы должны быть количественно измеримыми (для функциональных моделей). Но не все факторы, отобранные первоначально являются существенными. Факторы будут существенными, если они имеют с исследуемым параметром более тесную связь, чем с другими факторами. На втором этапе выбирается математический аппарат и разрабатывается алгоритм решения. На третьем этапе строится модель, проверяется её адекватность с реальным объектом. На четвертом этапе происходит упрощение модели при возможности.

Математический аппарат, применяемый при построении математических моделей, может быть различным. Это зависит от уровня исследователя и особенностей моделируемого объекта (процесса).

В данной работе автором был применен корреляционно-регрессионный анализ и ряды Фурье.

Модели, полученные с помощью указанных методов, являются простыми в использовании и имеют наглядный вид. Эти модели можно использовать не только для оценки того или иного фактора, но и для прогнозирования.

В рассматриваемой работе в исследовании кулачкового механизма включены такие факторы как:

S_t – перемещение толкателя;

S_t' – скорость перемещения;

S_t'' – ускорение движения;

$\Delta\omega$ – угловая скорость;

ε – угловое ускорение;

Все отобранные факторы являются количественно измеримыми.

Полученные в результате исследования модели имеют следующий вид:

$$S_B = -0,002x^2 - 0,429x + 47,54, \quad \eta = 0,97$$

$$S_B' = i_{31} = -3E - 0,5x^3 - 0,009x^2 + 0,265x + 72,78, \quad \eta = 0,99$$

$$S_B'' = i_{31}'' = -0,002x^2 - 0,461x + 7,995, \quad \eta = 0,98$$

$$\Delta w = 0,004x^2 + 0,762x - 19,15, \quad \eta = 0,95$$

$$\varepsilon = 2E - 0,5x^3 + 0,005x^2 - 0,174x - 46,94, \quad \eta = 0,93$$

$$\Delta t = -0,004x^2 - 0,751x + 97,98, \quad \eta = 0,96$$

При расчете с помощью ряда Фурье были получены следующие значения коэффициентов:

Таблица 1

Гармоника	S_B		i_{31}'		i_{31}''		Δw_1		ε_1		Δt	
	a_k	b_k	a_k	b_k	a_k	b_k	a_k	b_k	a_k	b_k	a_k	b_k
1	-37,96	-9,357	-17,2	69,78	-39,24	-9,673	72,09	7,72	-9,595	62,09	-67,14	-7,049
2	-0,075	-0,039	-13,04	66,01	-6,418	-3,369	-3,659	8,894	-34,47	19,46	-10,26	-15,49
3	0,855	0,757	4,849	-5,43	1,551	1,375	-3,450	-1,155	-12,22	15,43	2,065	0,363
4	0,281	0,409	4,032	2,783	0,567	0,822	0,419	-1,749	12,49	-6,859	0,385	2,614
5	0,078	0,207	4,165	-1,579	0,11	0,289	1,029	0,547	8,91	-4,32	-0,759	1,096
6	0,005	0,039	4,007	-0,048	-0,029	-0,246	0,888	-0,175	7,471	-1,757	-0,679	0,176
A_0	36,81		0,0		-3,539		2,823		19,12		76,39	

Эти модели хорошо описывают рассматриваемый процесс движения толкателя кулачкового механизма.

Литература:

1. Герасимович, А.И. Теория вероятностей и математическая статистика. Часть 1 / А.И. Герасимович, Я.И. Матвеева. - Мн.: БПИ, 1975. - 194с.

2. Девойно, Г.Н. Курсовое проектирование по теории механизмов и машин / Г.Н. Девойно. - Мн.: Высшая школа, 1986. - 200с.
3. Лебедева, Г.И. Прикладная математика. Математическое моделирование в транспортных системах / Г.И. Лебедева, Н.А. Микулик. - Мн.: Асар, 2009. - 512с