

## ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ТОЧКИ И ПРЯМЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКА

*Ермалинская Анастасия Владимировна, Федорович Ксения Николаевна,  
студентки 2 курса кафедры «Робототехнические системы»  
Белорусский национальный технический университет, г. Минск  
(Научный руководитель – Лебедева Г. И., канд. техн. наук, доцент)*

Треугольник – простая, но удивительно многогранная геометрическая фигура. На первый взгляд кажется, что в нем нет ничего особенного: всего три стороны и три угла. А в самом деле, треугольник является неисчерпаемым источником поразительных геометрических конструкций. Множество таких конструкций поражает и восхищает.

В любом треугольнике находятся особые точки и прямые, обладающие неповторимыми свойствами. Их называют замечательными, и, они словно драгоценные камни, украшают и обогащают мир треугольников. В эти точки, стало быть, всё и упирается. Из этого следует вопрос: как сравнивать степень их «замечательности» между собой? Очевидной является закономерность: чем с более естественными конфигурациями она взаимодействует, тем она более замечательна.

Замечательные точки треугольника представляют собой ключевые элементы, обладающие уникальными взаимосвязями. Некоторые из них мы проходили и в школе, например:

- **Ортоцентр** — это точка пересечения высот треугольника, которая может находиться внутри, на границе или вне треугольника в зависимости от его типа (остроугольный, прямоугольный или тупоугольный).
- **Центроид** — это точка пересечения медиан треугольника, которая всегда находится внутри треугольника и делит каждую медиану в отношении 2:1.
- **Инцентр** — точка пересечения биссектрис углов треугольника, всегда находящаяся внутри треугольника, и являющаяся центром вписанной окружности.

Что касается прямых, некоторые из них мы также проходили и в школе, например:

- **Высота** — перпендикуляр, опущенный из вершины треугольника на прямую, содержащую противоположную сторону.
- **Медиана** — соединяет вершину треугольника с серединой противоположной стороны.

- **Серединная прямая (биссектрисы)** — делит угол пополам и направлена к противоположной стороне.

Целью данной научной работы является исследование замечательных точек и прямых треугольника, анализ их свойств и взаимосвязей, а также их применение в решении практических задач.

### Центроид

Центроид треугольника (рис. 1), также известный как точка пересечения медиан, — это особая точка, которая обладает множеством интересных свойств и играет важную роль в геометрии.

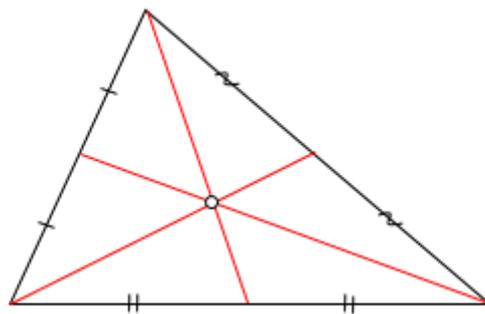


Рисунок 1 – Центроид

Применение в области инженерии и автоматизации:

- Определение центра масс (при проектировании моста инженеры вычисляют центр масс всех его элементов (балок, опор) для оценки устойчивости конструкции. Если центр масс смещен, это может привести к неравномерному распределению нагрузок и, в конечном итоге, к разрушению).
- Управление движением (в манипуляторах, таких как промышленные роботы, центроид используется для расчета траекторий, по которым должен двигаться робот, чтобы избежать перегрузок при манипуляциях с тяжелыми объектами).
- Балансировка (в двуногих роботах, таких как ATLAS от Boston Dynamics, центроид помогает поддерживать равновесие. Если робот наклоняется, алгоритмы управления корректируют положение ног для возвращения к устойчивому состоянию).
- Оптимизация форм (в CAD-программах, таких как SolidWorks, инженеры могут использовать инструменты для нахождения центроида сложных 3D-объектов. Это помогает в оптимизации распределения материала в деталях, чтобы минимизировать вес без потери прочности).

- Настройка и калибровка (в автоматизированных станках, таких как фрезерные или токарные, центроид используется для точной настройки инструментов с целью минимизации погрешностей в обработке изделий).
- Мониторинг и управление нагрузками (в электрических сетях центроид может использоваться для анализа распределения нагрузки на трансформаторы. Если центроид нагрузки смещается, это может указывать на необходимость перераспределения ресурсов для предотвращения перегрузок и обеспечения стабильности сети).

## Ортоцентр

Ортоцентр (рис. 2) — это точка пересечения трёх высот треугольника.

Высота треугольника — это перпендикуляр, опущенный из вершины треугольника на противоположную сторону.

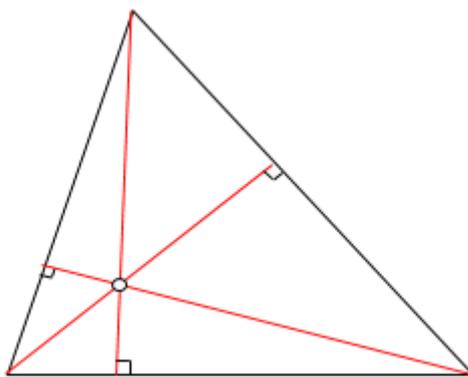


Рисунок 2 – Ортоцентр

Применение в области инженерии и автоматизации:

- Определение геометрического центра (в CAD-системах (например, AutoCAD) ортоцентр может использоваться для определения точек пересечения и создания сложных форм. Это важно при проектировании деталей, где точность геометрии критична).
- Планирование нагрузок (при проектировании рамных конструкций ортоцентр позволяет инженерам определять оптимальные точки для распределения нагрузок, что минимизирует риск деформации или разрушения).
- Управление движением (в робототехнике ортоцентр может использоваться для вычисления точки, в которой робот должен сосредоточить свои усилия для выполнения манипуляций с объектами. Это особенно полезно в задачах, связанных с захватом и перемещением).
- Кинематические задачи (в задачах кинематики и динамики ортоцентр может помочь в построении моделей движения роботов, позволяя точнее рассчитывать траектории и взаимодействия с окружением).

- Оптимизация проектирования (в САД-системах ортоцентр может использоваться для автоматизации проектирования, позволяя программам автоматически находить и использовать ключевые точки в процессе создания сложных объектов или деталей).
- Моделирование и симуляция (в системах управления производственными процессами ортоцентр может использоваться в моделях, где важно учитывать взаимодействие различных компонентов, оптимизируя их расположение для достижения лучших показателей производительности).

Литература:

1. А.Г. Мякишев «элементы геометрии треугольника» / А.Г. Мякишев – 2002. – 32 с. – Дата доступа: 20.11.24
2. А. П. Савин, Н. Б. Васильев, А. Л. Розенталь, С. А. Молчанов. Математические соревнования (геометрия)» / А. П. Савин, Н. Б. Васильев, А. Л. Розенталь, С. А. Молчанов. – 1974. – 81 с. – Дата доступа: 20.11.24
3. Ортоцентр [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://coursemath.ru/ortocentr/> . – Дата доступа: 20.11.24
4. Центроид [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://coursemath.ru/centroid-treugolnika/> . – Дата доступа: 20.11.24