УДК 51

ИССЛЕДОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ ЛИФТОВ С МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ТОЧКИ ЗРЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ ИНТЕГРАЛОВ

Долгий А. А., Буйвид А.П., *студенты 2-го курса кафедры «Электропривод и автоматизация промышленных установок и технологических комплексов»*

Белорусский национальный технический университет, г. Минск

(Научный руководитель – Бадак Б. А., заместитель декана ФИТР, старший преподаватель кафедры «Высшая математика»)

С развитием многоэтажной застройки для улучшения качества жизни широко применяются лифты. По определению лифт – это устройство, предназначенное для перемещения людей и/или грузов с одного уровня на другой в кабине, движущейся по жестким направляющим, у которых угол наклона к вертикали не более пятнадцати градусов. В данном исследовании мы рассмотрим электрический лифт. Электрическим лифтом считается лифт, лебедка которого приводится в действие электродвигателем — это классический вариант конструкции подъемника с тяговыми канатами и двигателем. Поскольку лифт является контролируемым устройством в данном исследовании мы рассмотрим метод расчёта управления электродвигателя лифта. Анализируя данные условия и известные сведения, можно считать:

1. Движение прямолинейное, так как кабина лифта закреплена на жестких направляющих.
2. Движение неравномерное, так как лифт ускоряется и замедляется при отправке из изначальной точки и при приближении к точке остановки.
3. Точками остановки являются этажи, расстояние между которыми известно и постоянно.

Таким образом, рассмотрев понятие лифта и приняв определенные допущения, мы можем сделать несколько следующих выводов:

1. Мы можем рассматривать движение лифтов в виде графика зависимости скорости от времени, площадь под интегралом будет равна пути (расстоянию между этажами, равному модулю их разности).
2. Движение лифтов будет происходить с ускорением только до какого-то момента, после чего до момента начала замедления будет сохраняться оптимальная скорость.

В случае сравнения лифтов для применения в различных условиях (к примеру небоскребов, высота которых требует быстрого перемещения лифта, каких-либо складов, грузовые лифты которых рассчитаны на большие нагрузки, а также обыкновенных жилых зданий), средняя скорость их передвижения, а также время разгона будут разными. В данном исследовании оптимальная скорость (V) принимается равной 2 м/с, так как это средняя скорость движения лифтов в зданиях средней высоты. Расстояние между этажами (l) примем за 2 метра для удобства последующих вычислений. Также в данной исследовательской работе будем считать, что отрезки времени являются целочисленными значениями.

Теперь, зная основные необходимые нам параметры, мы можем рассчитать значение ускорения, а после и время разгона. Найдем ускорение через разность скоростей, время ускорения возьмем в 2 секунды, так как оно является средним и принятым значением:

$$a = \frac{\Delta V}{t} = \frac{2-0}{2} = 1\frac{м}{с^2}$$

Таким образом мы рассчитали ускорение лифта, однако оно в этом случае будет прямой линией, как и торможение Величина торможения при этом будет равна величине ускорения, взятой со знаком “-“. Изобразим на графике зависимости скорости от времени три прямых – ускорения, скорости и торможения. Для построения графиков будем пользоваться общедоступными интернет-ресурсами, а именно сайтом для построения графиков Mathway. Уравнения будут иметь следующий вид:

- $y = k * x$ – уравнение прямой разгона, где k – ускорение (k = a);
- $y = t$ – уравнение прямой движения, где t – скорость (t = V);
- $y = -k * x + n$ – уравнение прямой торможения, где a - ускорение, n – время прибытия на конечный этаж.

График движения лифта с 0 на конечный этаж представлен на (рис. 1).

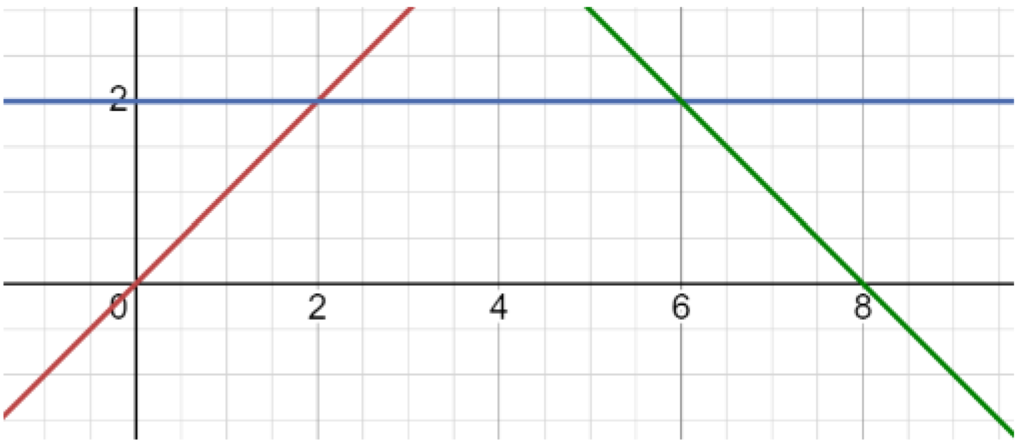

Рисунок 1 – График движения лифта за 8 секунд

Найдем путь, пройденный лифтом, используя определенный интеграл от трех участков прямых: участка от $x = 0$ до $x = \frac{t}{k}$, от $x = \frac{t}{k}$ до $x = \frac{t-n}{-k}$ и от $x = \frac{t-n}{-k}$ до $x = n$. Данные точки означают точку начала движения – начало разгона, точку конца разгона – начало равномерного движения, точку конца равномерного движения – начала торможения и точку конца торможения – конца движения соответственно. Они будут отражать пределы интегрирования первого уравнения, второго уравнения и третьего уравнения соответственно. Расстояние, пройденное лифтом, будет равно сумме трех интегралов, а именно:

$$S = \int_{0}^{\frac{t}{k}} k \cdot x \, dx + \int_{\frac{t}{k}}^{\frac{t-n}{-k}} t \, dx + \int_{\frac{t-n}{-k}}^{n} (-kx + n) \, dx$$

В случае движения, представленного на рисунке 1.1 получим:

$$S = \int_{0}^{\frac{2}{1}} 1 \cdot x \, dx + \int_{\frac{2}{1}}^{\frac{2-8}{-1}} t \, dx + \int_{\frac{2-8}{-1}}^{8} (-1 \cdot x + 8) \, dx$$

$$= \int_{0}^{2} x \, dx + \int_{2}^{6} 2 \, dx + \int_{6}^{8} (-x + 8) \, dx$$

Для вычисления этого интеграла воспользуемся программой Matlab. По результатам вычислений получим:

$$S = 2 + 8 + 2 = 12$$

Далее, поделив расстояние, пройденное лифтом, на расстояние между этажами, можно получить тот этаж, на который приехал лифт:

$$n = \frac{S}{l} = \frac{12}{2} = 6$$

Получим, что за время 8 секунд лифт проехал 6 этажей с момента старта до момента остановки.

Для убеждения в качестве результата исследования подставим другой временной промежуток движения, а именно – 11 секунд, не изменяя при этом иных параметров лифта и его движения. График полученного движения представлен на (рис. 2).

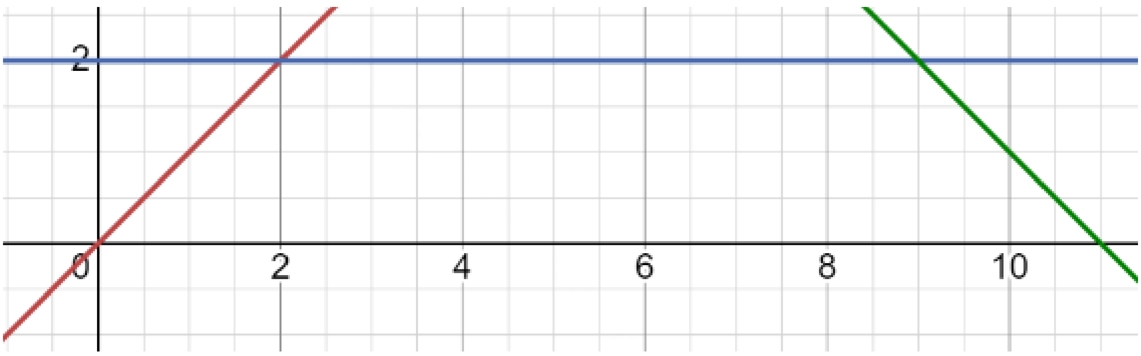

Рисунок 2 – График движения лифта за 11 секунд

Посчитаем интеграл по данному графику, подставляя уравнения движения и новые значения в интеграл, получим:

$$S = \int_{0}^{\frac{2}{1}} 1 \cdot x\,dx + \int_{\frac{2}{1}}^{\frac{2-11}{-1}} t\,dx + \int_{\frac{2-11}{-1}}^{11} (-1 \cdot x + 11)\,dx$$

$$= \int_{0}^{2} x\,dx + \int_{2}^{9} 2\,dx + \int_{9}^{11} (-x + 11)\,dx$$

Для вычисления этого интеграла вновь воспользуемся программой Matlab, по итогам вычисления мы получим следующее:

$$S = 2 + 14 + 2 = 18$$

$$n = \frac{S}{l} = \frac{18}{2} = 9$$

Итого за 11 секунд лифт проехал 9 этажей, что подтверждает правильность расчетного способа.

Рассмотрим, в каких случаях данный способ с данными значениями будет вычисляться с ошибкой (расстояние будет нечетным числом, т.е. лифт остановится между этажами. Для этого рассмотрим каждый интеграл по отдельности:

1. Уравнение ускорения $\int_{0}^{\frac{t}{k}} k \cdot x\,dx$

   Данный интеграл имеет фиксированное значение изменения и всегда одинаков, согласно расчетам при данных условиях он равен двум и на результат влиять не будет (всегда четное значение)

2. Уравнение равномерного движения $\int_{\frac{t}{k}}^{\frac{t-n}{-k}} t\,dx$

   В данном интеграле при наших условиях имеется константа 2, которую можно вынести за подынтегральное выражение, а каким бы ни было в этом случае подынтегральное выражение (дробным оно не будет, так как время принято только целыми числами), после умножения на 2 оно так же будет четным и не будет влиять на результат.

3. Уравнение торможения $\int_{\frac{t-n}{-k}}^{n} (-kx + n)\,dx$

Данный интеграл (а именно пределы его интегрирования) зависят от конечного значения времени. Так как он равен тому же четному значению, что и величина интеграла ускорения (выяснено экспериментально), то его величина также будет четным числом и не будет влиять на результат.

Таким образом, рассмотрев все три составляющие пути, можно с уверенностью сказать, что при значении величины ускорения 1 м/с^2, скорости движения 2 м/с и расстояния между этажами в 2 метра число этажей всегда будет целым числом и двери лифта будут совпадать с этажом. Данный результат может быть использован, к примеру, в настройке программного обеспечения, управляющего электроприводом лифта, а именно: при нажатии кнопки этажа, система будет рассчитывать, какое время следует затратить на ускорение, прямолинейное движение и тормоз, чтобы доставить груз/пассажиров/кабину лифта к точке назначения с комфортом и без лишних перегрузок.

Какие же существуют возможные способы улучшения работы лифта? Есть множество предполагаемых способов улучшения, к примеру можно убрать этап равномерного движения, оставив лишь этапы ускорения и торможения, однако во избежание перегрузок при смене режимов и предотвращения набора чрезвычайно высоких скоростей при поездках на высокие этажи, следует использовать не линейную, а корневую зависимость скорости от времени. Уравнения подобного движения будут иметь вид:

- $y = \sqrt{kx}$ – уравнение кривой разгона;
- $y = \sqrt{-kx + n}$ – уравнение кривой торможения, где n – время остановки.

У такого движения есть свои особенности: в отличие от движения с линейной зависимостью скорости от времени, здесь резкость разгона и торможения определяются коэффициентами k, а максимальные значения - степенями корней (чем выше степень корня, тем ниже максимальное значение скорости, то есть тем более прямую форму принимает кривая). Также есть и свои недостатки: при различных степенях корней определение времени перехода из одного состояния в другое определяется сложным соотношением. В случае же совпадения степеней корней, вышеупомянутое время будет равно $\frac{n}{2} = t$. Также у этого типа движения есть видимое преимущество: всего две области интегрирования, так как уравнений для этого самого интегрирования всего 2. Вычисляя путь при помощи сложения этих интегралов от данных уравнений, получим следующее:

$$S = \int_{0}^{\frac{n}{2}} \sqrt{x}\, dx + \int_{\frac{n}{2}}^{n} \sqrt{-x + n}\, dx$$

Графическое же представление данного движения с временным промежутком от 0 до 10, представлено на (рис 3).

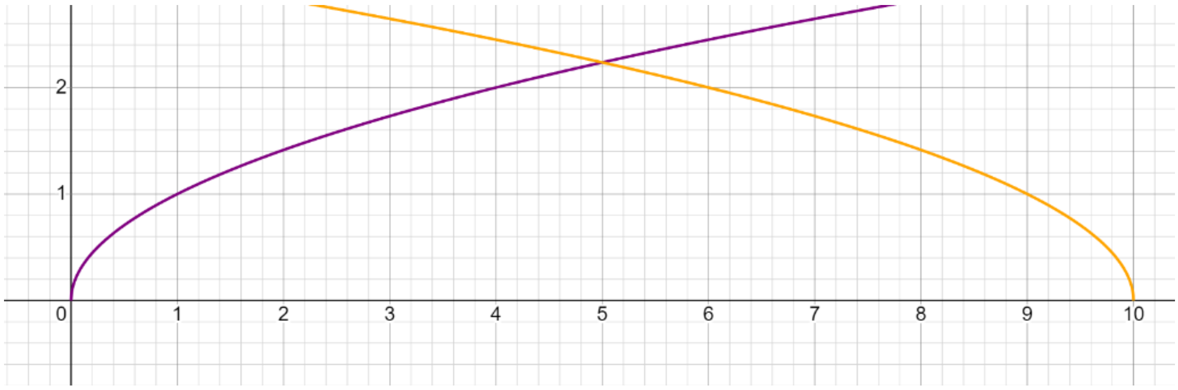

Рисунок 3 – Графическое представление движения лифта с уравнениями корневой зависимости

Вычислим значение полученных интегралов со значениями с графика при помощи программы Matlab, использовавшейся для вычисления интегралов и в предыдущих случаях; получим:

$$S = \int_0^{\frac{10}{2}} \sqrt{x}\,dx + \int_{\frac{10}{2}}^{10} \sqrt{-x+10}\,dx = \int_0^5 \sqrt{x}\,dx + \int_5^{10} \sqrt{-x+10}\,dx = 7{,}456 + 7{,}456$$
$$= 14{,}912$$

Таким образом, при данном движении сложнее вычисляется конечное значение расстояния, которое зачастую не совпадает с этажом, поэтому при таком способе вычисления усложнены.

Еще одним из способов снижения количества интегралов и подынтегральных выражений может быть не корневая, а квадратичная зависимость, график которой представлен на (рис 4), выполненном с помощью программы для построения графиков Mathway.

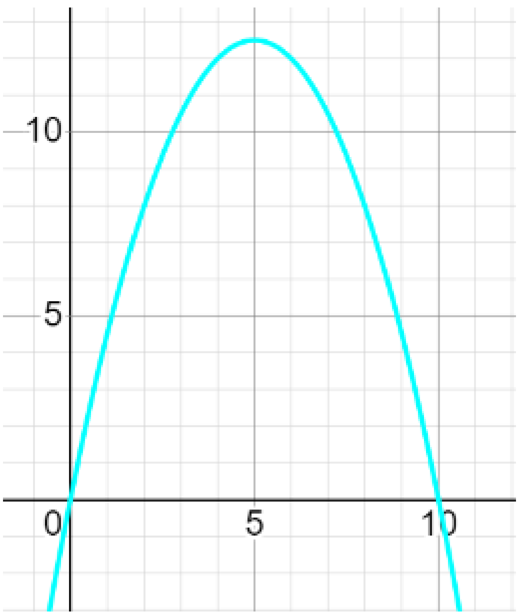

Рисунок 4 – Квадратичная зависимость движения лифта

Графику, представленному на (рис 1.4) соответствует следующее уравнение:

$$y = \frac{-x^2}{2} + 5x$$

В этом уравнении коэффициенты под x^2 и перед обычным x отвечают за максимальную скорость и время остановки. Данные коэффициенты отвечают за оба параметра, что значительно усложняет построение зависимости и расчет параметров лифта. Преобразуем выражение в интеграл, используя данные, взятые на рисунке, получим:

$$S = \int_0^{10} (\frac{-x^2}{2} + 5x)\,dx$$

Вычислим данный интеграл, используя программу Matlab, получим:

$$S = 83.333$$

Данное значение также не кратно двум и является проблематичным с точки зрения расчетов положения относительно этажа.

Итого, рассмотрев три способа анализа и расчета движения лифтов на электроприводе, мы можем прийти к заключению, что метод, при котором зависимости скорости от времени имеют линейный характер, хоть и имеет наибольшее из рассмотренных количество интегралов, в свою очередь является наиболее удобным и надежным в своем применении.

Литература:

1. Павлов Н. Г. Лифты и подъёмники. Основы конструирования и расчёта. М.: Машиностроение, 1965.
2. Потемкин В. Г. Справочник по MATLAB - Графические команды и функции [Электронный ресурс]. – Режим доступа: https://hub.exponenta.ru/ – Дата доступа: 21.10.2024.