УДК 624.21

ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ИНЖЕНЕРИИ

Власова Анна Борисовна*, студент 2-го курса*
кафедры «Технология и методика преподавания»,
Шевелёва Анастасия Юрьевна*, студент 2-го курса*
кафедры «Вакуумная и компрессорная техника»
Белорусский национальный технический университет, г. Минск
(Научный руководитель – Ковалёнок Н.В., старший преподаватель)

Дифференциальные уравнения — это важная область математики, которая позволяет описать различные явления природы. Они позволяют найти связи между величинами и их скоростями изменения относительно других переменных. В таких уравнениях используются производные или дифференциалы неизвестных функций. Они могут описывать различные явления и часто применяются для разных процессов. Однако у дифференциальных уравнений есть особенность - они имеют бесконечное количество решений. Чтобы найти именно ту зависимость, которая описывает конкретный процесс, необходимо иметь дополнительную информацию, например, начальное состояние процесса.

Одним из наиболее ярких примеров практического применения дифференциальных уравнений является их использование для описания физических процессов, таких как движение тел, теплообмен и распространение волн. Например, в механике движение объекта под действием силы описывается вторичным дифференциальным уравнением второго порядка, основанным на законе Ньютона. Важно отметить, что такие уравнения позволяют точно моделировать движение тел в реальных условиях, включая влияние внешних факторов, таких как сопротивление воздуха или силы трения [1].

В термодинамике дифференциальные уравнения применяются для описания процессов передачи тепла и изменения состояния вещества. Например, процесс теплообмена в конструкциях, таких как двигатели или холодильники, можно моделировать с помощью дифференциальных уравнений, которые описывают изменение температуры в зависимости от времени. Эти модели широко используются при проектировании теплообменников и других инженерных систем, где важно точно контролировать температуру для обеспечения эффективной работы [2].

Дифференциальные уравнения активно используются для моделирования различных инженерных систем. В частности, они применяются для описания динамики роботизированных систем, таких как манипуляторы и дроны.

Управление такими системами требует решения сложных уравнений, которые описывают их движение и взаимодействие с окружающей средой. Уравнения движения, полученные для роботизированных систем, позволяют оптимизировать их работу и обеспечить точность выполнения заданий, таких как захват объектов или передвижение по сложным маршрутам [3].

Кроме того, в инженерии часто используются модели дифференциальных уравнений для анализа процессов, происходящих в химической и электрической инженерии. Например, скорость химической реакции можно описать с помощью простых дифференциальных уравнений, таких как уравнение первого порядка $\frac{dC}{dt} = -kC$, где C — концентрация вещества, а k — константа скорости реакции. Эти модели позволяют предсказать, как изменится концентрация веществ в процессе реакции, и используются для проектирования различных химических реакторов и оптимизации их работы [4].

Дифференциальные уравнения находят широкое применение в инженерии, позволяя решать разнообразные задачи, включая моделирование физических процессов и повышение эффективности работы сложных технических систем. Они используются в проектировании теплообменников, управлении роботами или анализе функционирования автомобилей. Одним из примеров является использование уравнений для моделирования охлаждения автомобильного двигателя.

Задача

Температура (T) двигателя автомобиля изменяется с течением времени t. Для обеспечения оптимальной работы двигателя и предотвращения перегрева необходимо понимать, как быстро он охлаждается после выключения. Процесс описывается законом охлаждения Ньютона: скорость изменения температуры пропорциональна разности температур между двигателем и окружающей средой. Если: начальная температура двигателя 90°C; температура окружающей среды 20°C; коэффициент охлаждения $k=0.1$ мин$^{-1}$. Найти уравнение зависимости T(t) и вычислить температуру двигателя через 10 мин после его выключения.

T(t) — температура двигателя в момент времени t,

T_0 — температура окружающей среды,

T(0) — начальная температура двигателя.

Запишем дифференциальное уравнение:

$$\frac{dT}{dt} = -k(T - T_0).$$

Разделяя переменные, получим:

$$\frac{dT}{T-T_0} = -k\,dt.$$

Проинтегрировав обе части уравнения:

$$\int \frac{dT}{T-T_0} = -k\int\, dt,$$

получим:

$$ln|T - T_0| = -kt + C,$$

где C — постоянная интегрирования.

Выражаем нужную нам переменную T(t):

$$T(t) = T_0 + (T(0) - T_0)e^{-kt}$$

и подставляем значения:

$$T(t) = 20 + (90 - 20)e^{-0,1t}.$$

Через 10 минут температура будет равной:

$$T(10) = 20 + 70 \cdot e^{-1} \approx 20 + 70 \cdot 0,3679 \approx 45,75°C.$$

Это уравнение позволяет определить температуру двигателя через любой промежуток времени. Аналогичного типа задачи помогают инженерам в проектировании системы охлаждения двигателей для оптимизирования их параметров и повышения надежности двигателей машин.

Литература:

1. Каплан Л. П. Дифференциальные уравнения и их приложения. М.: Мир, 1983. – Дата доступа : 15.11.2024.
2. Новиков С. П., Ядриков В. А., Ладыженский С. А. Дифференциальные уравнения. М.: Наука, 1975. – Дата доступа : 15.11.2024.
3. Coughlin K. M., Moloney J. P. Applications of Differential Equations in Engineering: Modeling and Control, Springer, 2017. – Дата доступа : 18.11.2024.
4. Boyce W. E., DiPrima R. C. Elementary Differential Equations and Boundary Value Problems, 9th edition, Wiley, 2009. – Дата доступа : 19.11.2024.