

ИСТОРИЯ РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ГЕОДЕЗИЧЕСКИХ ИЗМЕРЕНИЙ

*Дмитриев Матвей Александрович, студент 1-го курса
кафедры «Геодезия и аэрокосмические геотехнологии»
Белорусский национальный технический университет, г. Минск
(Научный руководитель – Будо А.Ю., старший преподаватель)*

Теория математической обработки геодезических измерений (ТМОГИ) – это дисциплина, в основе которой лежат методы математической статистике и теории вероятностей, применяемые для исследования данных, полученных в ходе геодезических работ. ТМОГИ имеет долгую историю, которая неразрывно связана с историей математической статистике. В данной работе будут рассмотрены важнейшие ее этапы и открытия.

Несмотря на важность изучения истории каждой преподаваемой дисциплины, история ТМОГИ зачастую остается для студентов неизученной. Цель данной статьи заключается в том, чтобы предоставить краткую, но в то же время целостную информацию о тех методах и понятиях, с которыми приходится работать на лекциях и практиках по ТМОГИ. Эта информация важнее, чем кажется, так как позволяет сформировать целостное представление о теории математической обработки геодезических измерений, ее прошлом, настоящем и будущем.

Математическая статистика как наука берет свое начало с работ известного немецкого математика Карла Фридриха Гаусса (1777-1855). Стремясь выработать правила решения систем, в которых неизвестных больше, чем уравнений, он разработал метод наименьших квадратов. Впоследствии данный метод был доработан такими учеными как Лаплас, Энке и Бессель. Помимо этого, среди достижений Карла Гаусса стоит выделить исследование нормального закона распределения, график которого и сейчас иногда называют гауссианой.

Применительно к геодезии, метод наименьших квадратов применяется в уравнивании измерений. На его основе можно строить линию тренда, тем самым проводя аппроксимацию. Также он используется при введении в измерения поправок. Нормальный закон – самый распространенный закон распределения в геодезии. При проведении практически любого вида геодезических работ, полученные измерения будут подчиняться нормальному закону и обрабатываться в соответствии с ним.

Следующим выдающимся деятелем в области математической статистики стал французский математик Пьер-Симон де Лаплас (1749-1827). Он известен своими работами по усовершенствованию метода наименьших квадратов. Разработанная им вместе с другим ученым теорема Муавра-Лапласа подтолкнула дальнейшее развитие этого раздела математики. Среди его работ также можно выделить преобразование Лапласа и уравнение Лапласа в частных производных.

Из его исследований в геодезии широко используется следствие локальной теоремы Муавра Лапласа. Оно гласит, что при увеличении числа измерений и уменьшении длины промежутка, форма биномиальной фигуры приближается к плавной кривой нормального распределения Гаусса. Это позволяет сказать, подчиняются ли измерения нормальному закону распределения, построив их график. Также это позволяет выяснить приблизительную вероятность попадания измерения в тот или иной промежуток на графике.

Следующим среди сделавших вклад в развитие математической статистики можно отметить немецкого ученого Фридриха Вильгельма Бесселя (1784-1846). Бессель являлся учеником Карла Гаусса и продолжил развитие многих его исследований. Несмотря на то, что в основном он был астрономом, Бессель также продолжил математические изыскания Гаусса. Его авторству принадлежит знаменитая формула среднеквадратичной погрешности (СКП).

Формула Бесселя для СКП отличается от формулы Гаусса своим применением. Она используется в тех случаях, когда неизвестен эталон измеряемой величины. Тогда отклонение считается от наиболее вероятного, а не от истинного значения. При большом количестве измерений, обе формулы начинают давать практически одинаковый результат. В геодезии невозможно себе представить обработку и уравнивание измерений без использования одной из этих формул.

Еще одной ключевой фигурой в истории математической статистики является британский математик Карл Пирсон (1857-1936). Его можно по праву называть основателем современной математической статистики. Среди его открытий можно выделить критерий согласия Пирсона, коэффициент корреляции Пирсона и начала корреляционного анализа. Также он вывел коэффициент вариации, поработал над изучением нормального распределения и даже открыл новый вид распределения – распределение Пирсона.

В геодезии широко используется критерий согласия Пирсона, так как его использование позволяет установить, какому закону распределения подчиняется полученный ряд измерений. Коэффициент корреляции, в свою очередь, позволяет выявить наличие корреляции между измерениями в ряду. Если

измерения коррелированы, их нельзя обрабатывать в качестве независимых друг от друга и необходимо провести дальнейший анализ ряда.

Большой вклад в математическую статистику внес еще один британский математик Роналд Фишер (1890-1962). Ему принадлежит разработка оценок статистической значимости, открытие статистических параметров и правил их оценки. Также он впервые ввел в статистику фундаментальное понятие дисперсии. Ему также удалось открыть новый закон двухпараметрического распределения – распределение Фишера.

Современная геодезия не может существовать без дисперсии. Она показывает среднее отклонение измерения от математического ожидания. Это позволяет анализировать величину ошибок и исключать грубые измерения из дальнейшей обработки. Таблицы Фишера используются для оценки статистической значимости ошибок в измерениях. Их использование с хорошей точностью проверять истинность статистический гипотез для данного ряда измерений.

Немного позже свои внес свой вклад в математическую статистику польский и американский ученый Ежи Нейман (1894-1981). Именно он впервые ввел концепцию доверительного интервала и предложил его использование. Также он помогал развивать теорию проверки статистических гипотез и продолжил исследования в этой области, начатые Рональдом Фишером.

Доверительный интервал используется в обработке геодезических измерений с целью понимания того, можно ли считать отдельное измерение достаточно точным или его необходимо отнести к грубым и исключать из дальнейшей обработки. Статистические гипотезы, в свою очередь, проверяются согласно статистическим критериям, используемым при непараметрической обработке измерений.

Еще одним выдающимся деятелем в области математической статистики является венгерский математик Абрахам Вальд (1902-1950). Он по праву считается основателем последовательного статистического анализа. Среди его заслуг также фигурирует открытие нового закона распределения, тест Вальда для проверки статистических моделей на наличие ограничений и критерий Вальда для оценки непараметрических измерений. Также была доказана теорема Манна–Вальда для предела непрерывной функции.

В современной геодезии статистический анализ позволяет установить общие для всех измерений параметры. Тест Вальда, как и другие тесты этого рода, используется для тех рядов измерений, в которых неизвестен закон распределения. Несмотря на то, что геодезические данные чаще всего относятся к нормальному закону распределения, иногда встречаются и другие, например, распределение Пуассона.

Среди советских математиков, внесших вклад в развитие дисциплины, особо выделяется Андрей Колмогоров (1903-1987). Он впервые ввел в теорию вероятностей аксиоматику, приведя ее к стандарту других разделов математики. Им было открыто распределение Колмогорова, одно из многих видов распределения в статистике. Также его именем назван критерий Колмогорова, позволяющий сравнивать два вида распределения на предмет наличия у них общего закона.

Результаты его исследований используются в более сложных статистических моделях, например, в случае если полученные измерения подчиняются разным законам распределения. Распределение Колмогорова является абсолютно непрерывным, поэтому позволяет оценивать распределение отдельной выборки. Критерий согласия Колмогорова используется для проверки соответствия закона распределения принятой модели.

Развитие математической статистики за три столетия с конца XVIII века и до наших дней позволило появиться на свет такому разделу геодезии, как ТМОГИ. Вклад в эту дисциплину внесли такие знаменитые ученые как Гаусс, Лаплас, Бессель, Пирсон и Фишер, Нейман и Вальд, Колмогоров. Благодаря их трудам, сегодня в арсенале геодезистов есть множество методов для обработки измерений, которые позволяют получить наиболее точные и достоверные результаты. Это привело к значительному расширению геодезических сетей и улучшению их качества.