

## КИНЕМАТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПЛАНЕТАРНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Протасеня О. Н. – к.т.н., доцент  
*Белорусский национальный технический университет, Минск*  
*e-mail: mparts@bntu.by*

## KINEMATIC STUDIES OF PLANETARY MECHANISMS

*Belarusian National Technical University, Minsk, Republic of Belarus*

**Аннотация:** Рассмотрен концептуальный подход к цифровым и буквенным обозначениям в планетарных механизмах. Предложены универсальные формулы определения передаточных отношений различных схем планетарных механизмов: классических планетарных, планетарно-кривошипных, планетарно-волновых.

**Ключевые слова:** планетарный механизм, буквенные и цифровые обозначения в планетарных механизмах, передаточное отношение.

**Abstract:** A conceptual approach to numerical and letter designations in planetary mechanisms is considered. Universal formulas for calculating the gear ratios of various schemes of planetary mechanisms are proposed: classical planetary, planetary-crank, planetary-wave.

**Key words:** planetary mechanism, alphabetic and numeric designations in planetary mechanisms, gear ratio.

Для обозначений звеньев планетарных механизмов используют в настоящее время следующие варианты:

- цифровая последовательность;
- буквенные обозначения.

Пример цифрового обозначения в планетарных механизмах представлен на рис. 1.

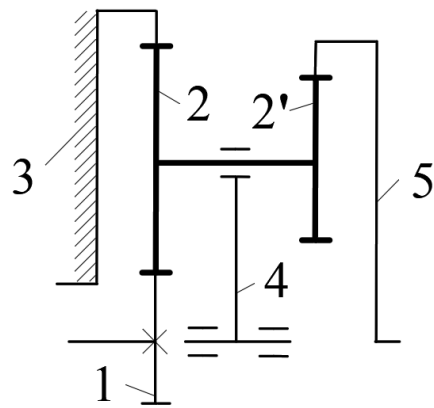


Рис. 1. Схема четырехзвенного планетарного механизма

Данная методика обозначений является нерациональной и не эффективной, так как через некоторое время вряд ли и студент и преподаватель вспомнят какой цифрой обозначается то или иное звено планетарного механизма. Необходимо исключить данное **цифровое последовательное** обозначение звеньев планетарного механизма из лекционного материала и научных исследований. Но, оставить некоторые цифры, созвучные с обозначениями в классических механических передачах:

- 1-ведущее звено;
- 2- ведомое звено;

Эти цифры имеют **физический** смысл, а не некоторое хаотичное перечисление элементов, более того, эти цифры 1 и 2 используются в формулах прочностных расчетов (рис. 2).

$$a_w = K_a(u \pm 1)^3 \sqrt{\frac{T_2 K_{H\beta}}{(u[\sigma_H])^2 \Psi_{ba}}}, \parallel$$

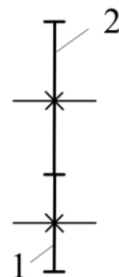


Рис. 2. К вопросу о числовых обозначениях в планетарных механизмах

Кроме того, в планетарных механизмах добавляется цифра **3**, физический смысл которой -остановленное звено (заторможенное). Также, необходимо

указывать стрелками направление потока мощности от источника энергии к исполнительному органу, независимо от того редуктором или мультипликатором является исследуемый планетарный механизм (рис. 3).

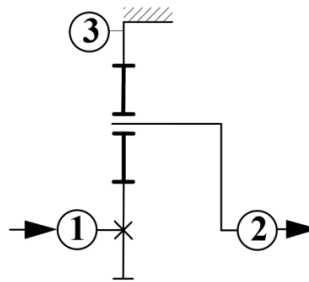


Рис. 3. К вопросу о числовых обозначениях в планетарных механизмах

Перейдем к буквенным обозначениям. Здесь также просматривается некоторая непоследовательность в научной и методической литературе (рис. 4).

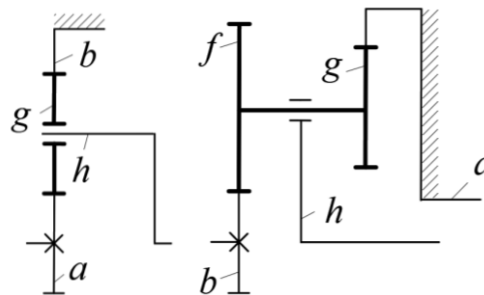


Рис. 4. Буквенные обозначения в планетарных механизмах

Некоторая "вольность" в буквенном обозначении приводит к расхождениям между расчетными формулами и кинематическими схемами, так как для каждой конкретной схемы планетарного механизма с индивидуальными обозначениями необходимо всегда корректировать расчетные формулы кинематического и силового расчета, что создает неизбежную путаницу в исследованиях.

Предлагается единая система буквенного обозначения, когда каждое звено планетарного механизма имеет свое "имя" и оно неизменно (рис.5).

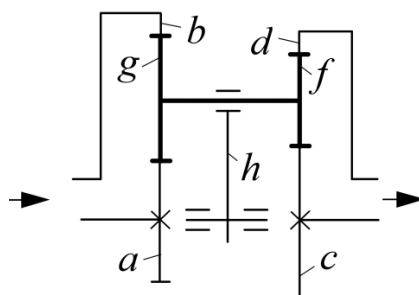


Рис. 5. Схема условного пятизвенного планетарного механизма

Создав единый подход к цифровым и буквенным обозначениям, схемы планетарных механизмов становятся осмысленными и информативными. Рассмотрим единый подход к расчету передаточных отношений планетарных передач как к **базовому расчету**, так как данный расчет влияет на точность последующих расчетов: силового, мощностного, к. п. д.

Передаточное отношение планетарного механизма  $i_{пл}$  зависит от статуса основного звена **водила**– $h$  (остановленное, ведущее или ведомое

Передаточное отношение планетарного механизма  $i_{пл}$  при **остановленном водиле** (рис. 6) определяется как для классической передачи с неподвижными осями:

$$i_{пл} = i_{12}^3 = i_{12}^h = \left( \pm \frac{z_2}{z_1} \right)$$

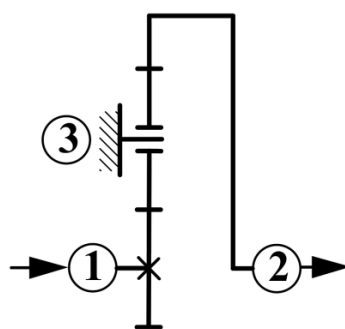


Рис. 6. Схема планетарного механизма с остановленным водилом

Передаточное отношение планетарного механизма  $i_{пл}$  при **ведомом водиле** (рис. 7) определяется с учетом формулы Виллиса:

$$i_{пл} = i_{12}^3 = i_{1h}^3 = 1 - i_{13}^h = 1 - \left( \pm \frac{z_3}{z_1} \right)$$

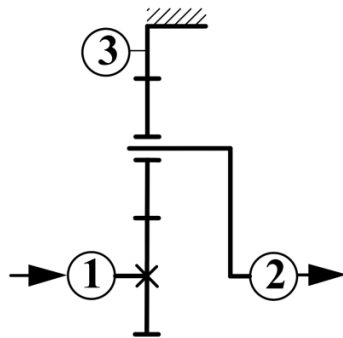


Рис. 7. . Схема планетарного механизма с ведомым водилом

Передаточное отношение планетарного механизма  $i_{пл}$  при **ведущем** водиле (рис. 8) определяется с учетом принципа реверса:

$$i_{пл} = i_{12}^3 = i_{h2}^3 = \frac{1}{i_{2h}^3} = \frac{1}{1 - i_{23}^h} = \frac{1}{1 - \left( \pm \frac{z_3}{z_2} \right)}$$

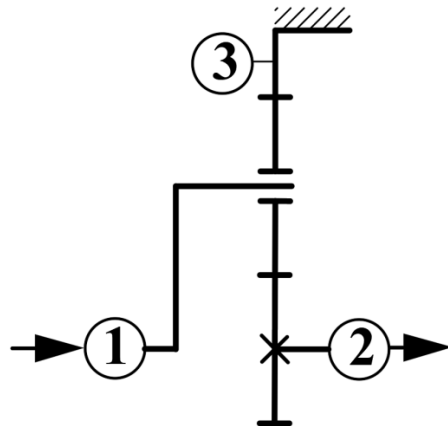


Рис. 8. . Схема планетарного механизма с ведущим водилом

Получаем систему уравнений для любой функциональной конфигурации планетарных механизмов

$$i_{\text{пл}} = f(i^h) = i_{12}^3 = \begin{cases} i_{12}^h = \left( \pm \frac{z_2}{z_1} \right); \\ i_{1h}^3 = 1 - i_{13}^h = 1 - \left( \pm \frac{z_3}{z_1} \right); \\ i_{h2}^3 = \frac{1}{i_{2h}^3} = \frac{1}{1 - i_{23}^h} = \frac{1}{1 - \left( \pm \frac{z_3}{z_2} \right)}. \end{cases}$$

В системе уравнений приняты следующие обозначения: индекс **1**—ведущее звено; индекс **2**—ведомое звено; индекс **3**—остановленное звено;  $z_1, z_2, z_3$ —числа зубьев соответственно ведущего, ведомого и остановленного зубчатых колес.

Следовательно, цифровые и буквенные обозначения органически связаны между собой и позволяют корректно определять передаточные отношения планетарных механизмов.

Рассмотрим примеры расчета.

**Пример 1.** Определить передаточное отношение планетарного механизма (рис. 9).

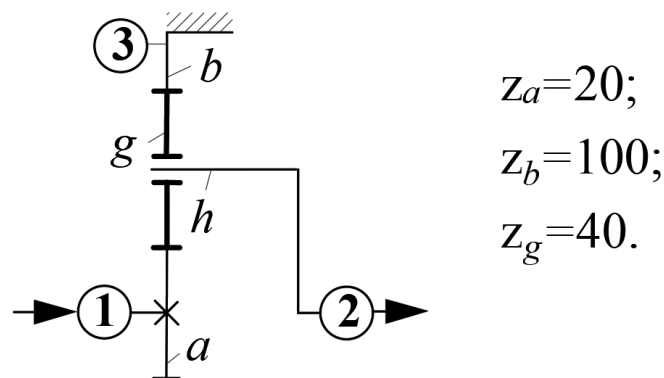


Рис. 9. Схема планетарного механизма с однозвеновым сателлитом

Передаточное отношение:

$$i_{\text{пл}} = i_{12}^3 = i_{ah}^b = 1 - i_{ab}^h = 1 - \left( -\frac{z_b}{z_a} \right) = 1 + \frac{z_b}{z_a} = 1 + \frac{100}{20} = 6.$$

**Пример 2.** Определить передаточное отношение планетарного механизма (рис. 10).

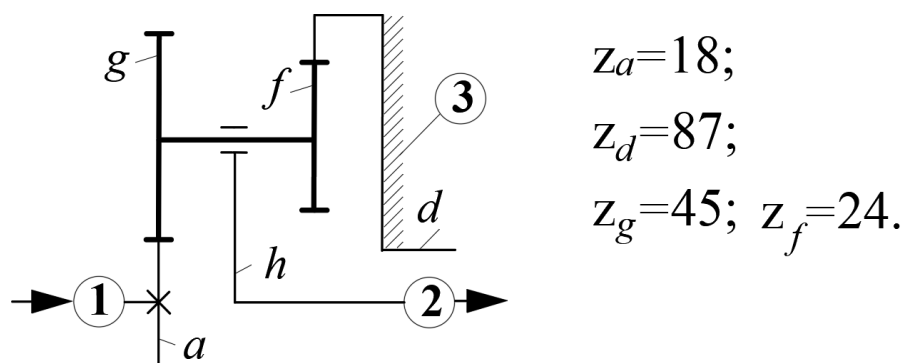


Рис. 10. Схема трехзвенного планетарного механизма смешанного зацепления

Передаточное отношение:

$$i_{12}^3 = i_{ah}^d = 1 - i_{ad}^h = 1 - \left( -\frac{z_d \cdot z_g}{z_f \cdot z_a} \right) = 1 + \frac{z_d \cdot z_g}{z_f \cdot z_a} = 1 + \frac{87 \cdot 45}{24 \cdot 18} = 10,06.$$

**Пример 3.** Определить передаточное отношение планетарно-кривошипного механизма с двухвенцовым сателлитом (рис. 11).

$$z_b = 42; \quad z_d = 35; \quad z_g = 40; \quad z_f = 33.$$

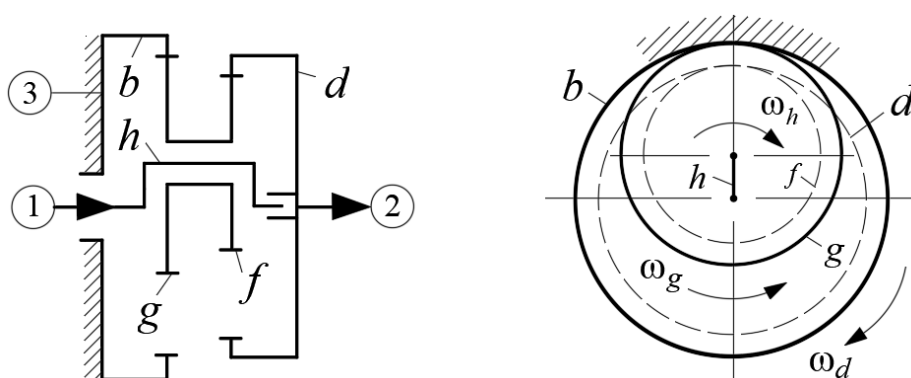


Рис. 11. Планетарно-кривошипный механизм с двухвенцовым сателлитом и ведущим кривошипом 1

Передаточное отношение:

$$i_{12}^3 = i_{hd}^b = \frac{1}{i_{dh}^b} = \frac{1}{1 - i_{db}^h} = \frac{1}{1 - \left( + \frac{z_b \cdot z_f}{z_g \cdot z_d} \right)} = \frac{1}{1 - \frac{42 \cdot 33}{40 \cdot 35}} = 100.$$

**Пример 4.** Определить передаточное отношение планетарно-волнового механизма (рис. 12).

$$z_g = 160; \quad z_b = 162.$$

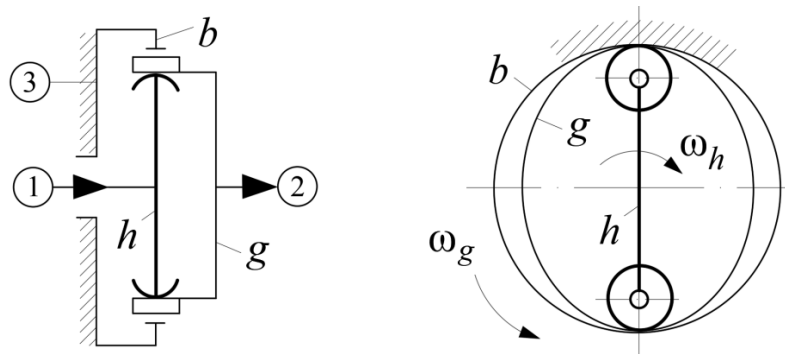


Рис. 12. Планетарно-волновой механизм с ведомым гибким колесом  $g$  и ведущим генератором волн  $h$

Передаточное отношение:

$$\begin{aligned} i_{12}^3 = i_{hg}^b &= \frac{1}{i_{gh}^b} = \frac{1}{1 - i_{gb}^h} = \frac{1}{1 - \left( + \frac{z_b}{z_g} \right)} = \frac{1}{\frac{z_g - z_b}{z_g}} = \\ &= -\frac{z_g}{z_b - z_g} = -\frac{160}{162 - 160} = -80. \end{aligned}$$

**Пример 5.** Выполнить кинематический расчет (рис. 13) планетарно-кривошипного механизма с цевочным зацеплением:

$$z_{g1} = z_{g2} = 21; \quad z_b = 22.$$



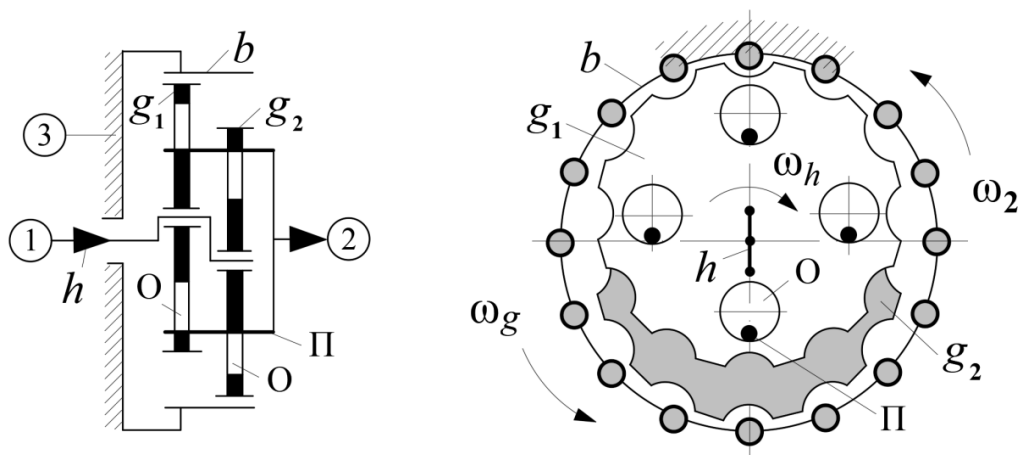


Рис. 13. Планетарно-кривошипный механизм цветочного зацепления с двумя оппозитными сателлитами (звездочками)

Передача крутящего момента от сателлитов (звездочек  $g_1, g_2$ ) к выходному валу **2** производится посредством втулочных пальцев **П**, жестко связанных с выходным валом и контактирующих с отверстиями **О** в сателлитах. Следовательно, и направления вращения и частоты вращения звездочек  $g_1, g_2$  и выходного вала **2** будут равны.

Передаточное отношение:

$$\begin{aligned}
 i_{12}^3 = i_{hg}^{b} &= \frac{1}{i_{gh}^{b}} = \frac{1}{1 - i_{gb}^h} = \frac{1}{1 - \left( + \frac{z_b}{z_g} \right)} = \frac{1}{\frac{z_g - z_b}{z_g}} = \frac{z_g}{z_g - z_b} = \\
 &= -\frac{z_g}{z_b - z_g} = -z_g = -21.
 \end{aligned}$$

**Выводы:**

Предложенный концептуальный подход к цифровым и буквенным обозначениям в планетарных механизмах, и к созданию универсальных формул передаточных отношений, позволяет отойти от безликих кинематических схем и абстрактных формул, пугающих своей неопределенностью, и создать для студентов и молодых ученых интуитивно понятный алгоритм кинематического анализа существующих и синтеза новых схем планетарных механизмов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Планетарные передачи. Справочник/Под ред. В.Н. Кудрявцева и Ю.Н. Кирдяшева, Л.: Машиностроение, 1977, 536 с.
2. Детали машин: учебно-методическое пособие для студентов машиностроительных специальностей: в 3 ч. / А.Т. Скойбеда (и др.); под общ. ред. А.Т. Скойбеды. -Минск: БНТУ, 2019.-Ч.1 :Механические передачи.-2019.-215с. ISBN 978-985-583-168-7(Ч.1).
3. Кинематическая теория планетарных механизмов / А.Т. Скойбеда. О.Н. Протасеня, А.А. Калина // Инновации в машиностроении: 100-летний опыт в науке, производстве, образовании [Электронный ресурс]: сборник материалов 18-й МНТК «Наука – образованию, производству. экономике» / БНТУ, Машиностроительный факультет; редкол.: А.А. Калина и [и др.] – Минск: БНТУ, 2021
4. Детали машин: учебно-методическое пособие для студентов машиностроительных специальностей: в 3 ч. / А.Т. Скойбеда (и др.); -Минск: БНТУ, 2022.-Ч.2 :Соединения деталей машин.-2022.-179с. ISBN 978-985-583-349-0(Ч.2).

УДК 621.833.6

## ЗАДАЧИ ИССЛЕДОВАНИЙ ЗАМКНУТЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛОВ

Протасеня О. Н. – к.т.н., доцент,  
Долгий С. А. – магистрант

*Белорусский национальный технический университет, Минск*  
*e-mail: mparts@bntu.by*

**Аннотация:** Рассмотрены различные кинематические схемы планетарных механизмов. Предложен алгоритм исследований замкнутых дифференциалов, широко используемых в автоматических планетарных коробках передач, распределителях крутящих моментов, редукторах, мультипликаторах, бесступенчатых передачах и др.

**Ключевые слова:** планетарный механизм, замкнутый дифференциал, передаточное отношение.

**Abstract:** Various kinematic schemes of planetary mechanisms are considered. An algorithm for the study of closed differentials widely used in automatic planetary gearboxes, torque distributors, gearboxes, multipliers, continuously variable gears, etc. is proposed.

**Key words:** planetary gear, closed differential, gear ratio.