

УДК 330.4; 334.72; 336.7

JEL C01, C29, G21

<https://doi.org/10.21122/2309-6667-2024-20-152-167>**НЕЛИНЕЙНЫЕ РЕГРЕССИОННЫЕ МОДЕЛИ КРЕДИТОВАНИЯ  
БАНКАМИ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ ПРЕДПРИЯТИЙ МАЛОГО  
И СРЕДНЕГО БИЗНЕСА ЗА ПЕРИОД 2016–2022 ГОДЫ****Ю. В. Королевич**

yvkorolevich@mail.ru

соискатель

Белорусский государственный экономический университет  
г. Минск, Республика Беларусь

*В статье приводится статистический анализ объема выдачи кредитов белорусскими банками предприятиям малого и среднего бизнеса в зависимости от ставки рефинансирования Национального банка Республики Беларусь с 2016 по 2022 гг. включительно. Строятся четыре нелинейные регрессионные модели кредитования: степенная, экспоненциальная, логарифмическая и параболическая. Анализ рассмотренных моделей регрессии показывает, что параболическая регрессионная модель лучше всего описывает процесс кредитования белорусскими банками предприятий малого и среднего бизнеса. Сформулирован закон спроса на банковские кредитные ресурсы для малого и среднего бизнеса в зависимости от среднегодовой ставки рефинансирования Национального банка Республики Беларусь.*

**Ключевые слова:** регрессионные модели, индекс детерминации, индекс корреляции, кредитование предприятий малого и среднего бизнеса.

**Цитирование:** Королевич, Ю. В. Нелинейные регрессионные модели кредитования банками Республики Беларусь предприятий малого и среднего бизнеса за период 2016–2022 годы / Ю. В. Королевич // Экономическая наука сегодня : сб. науч. ст. / БНТУ. – Минск, 2024. – Вып. 20. – С. 152–167. <https://doi.org/10.21122/2309-6667-2024-20-152-167>

**Введение.** Малый и средний бизнес является важнейшим элементом рыночной экономики, определяющим темпы социально-экономического роста государства. Среди основных проблем, препятствующих развитию малого бизнеса, особенно выделяются проблемы кредитования предприятий малых форм. Они являются актуальными на протяжении всего жизненного цикла фирм.

Ограниченный доступ к финансовым ресурсам – также одно из основных препятствий развития малого и среднего бизнеса в Республике Беларусь.

Белорусские банки рассматривают кредитование малых и средних предприятий как значительный риск. Они требуют от предприятий большое количество залога при очень высоком качестве залогового обеспечения. Новые предприятия оцениваются банками как особенно рискованные из-за отсутствия деловой репутации и обеспечения в достаточном объеме.

По информации Международной финансовой корпорации (далее – МФК), процент отказа в предоставлении кредита составляет более 35 % в секторе малого и среднего бизнеса (далее – МСБ)<sup>1</sup>. МФК предполагает, что отказывают в кредитах в основном малым предприятиям, у которых нет источников стороннего финансирования. Решение

---

<sup>1</sup> MSME Finance Gap // SME Finance Forum. – URL: <https://www.smefinanceforum.org/data-sites/msme-finance-gap> (date of access: 22.12.2023).

этой проблемы возможно в дополнительном кредитовании предприятий МСБ венчурными, лизинговыми компаниями и другими коммерческими организациями, которые дают возможность развития малого и среднего бизнеса, позволяют решить проблемы дефицита ресурсной базы этих предприятий [1–3].

**Результаты и их обсуждение.** Проведем экономико-математический анализ кредитования предприятий малого и среднего бизнеса белорусскими банками за период с 2016 г. по 2022 г. включительно, используя статистические данные Национального банка Республики Беларусь.

Как известно, проценты по кредитам увязаны со ставкой рефинансирования, поэтому чем выше ставка рефинансирования, тем дороже кредиты, предоставляемые банками предприятиям МСБ.

Ставка рефинансирования – ставка Национального банка Республики Беларусь, являющаяся базовым инструментом регулирования уровня процентных ставок на денежном рынке.

В таблице 1 приведены значения ставки рефинансирования Национального банка Республики Беларусь и объемы выдачи кредитов белорусскими банками предприятиям МСБ за период 2016–2022 гг.

Таблица 1 – Изменения ставки рефинансирования Национального банка Республики Беларусь и объемы выдачи кредитов белорусскими банками предприятиям малого и среднего бизнеса за период 2016–2022 гг.

№ п/п	Ставка рефинансирования НБ РББ, %	Период	Объем выдачи кредитов предприятиям МСБ, млн бел. руб.
1.	25	с 01.01.2016 по 31.03.2016	3 080,3
2.	24	с 01.04.2016 по 30.04.2016	1 062,0
3.	22	с 01.05.2016 по 30.06.2016	2 181,6
4.	20	с 01.07.2016 по 16.08.2016	1 622,58
5.	18	с 17.08.2016 по 31.12.2016	5 180,12
6.	18	с 01.01.2017 по 17.01.2017	604,65
7.	17	с 18.01.2017 по 14.02.2017	1 012,0
8.	16	с 15.02.2017 по 14.03.2017	1 134,97
9.	15	с 15.03.2017 по 18.04.2017	1 506,74
10.	14	с 19.04.2017 по 13.06.2017	2 413,69
11.	13	с 14.06.2017 по 18.07.2017	1 706,99
12.	12	с 19.07.2017 по 12.09.2017	2 915,88
13.	11,5	с 13.09.2017 по 17.10.2017	1 992,64
14.	11	с 18.10.2017 по 31.12.2017	5 000,74
15.	11	с 01.01.2018 по 13.02.2018	2 593,66
16.	10,5	с 14.02.2018 по 26.06.2018	9 550,81
17.	10	с 27.06.2018 по 31.12.2018	14 447,93
18.	10	с 01.01.2019 по 13.08.2019	17 715,52
19.	9,5	с 14.08.2019 по 19.11.2019	8 107,67
20.	9	с 20.11.2019 по 31.12.2019	3 739,41
21.	9	с 01.01.2020 по 18.02.2020	3 962,51
22.	8,75	с 19.02.2020 по 19.05.2020	7 731,42
23.	8	с 20.05.2020 по 30.06.2020	3 175,97
24.	7,75	с 01.07.2020 по 31.12.2020	14 735,9
25.	7,75	с 01.01.2021 по 20.04.2021	9 183,03
26.	8,5	с 21.04.2021 по 20.07.2021	8 292,51
27.	9,25	с 21.07.2021 по 31.12.2021	18 849,16

Окончание таблицы 1

№ п/п	Ставка рефинансирования НБ РББ, %	Период	Объем выдачи кредитов предприятиям МСБ, млн бел. руб.
28.	9,25	с 01.01.2022 по 28.02.2022	7 159,1
29.	12	с 01.03.2022 по 31.12.2022	27 301,3

Источник: авторская разработка на основе<sup>1</sup>.

Из таблицы 1 видно, что объем выборки составляет  $\tilde{n} = 29$ . Сделаем оценку необходимого объема выборки по формуле бесповторной выборки:

$$n = \frac{Nt^2\sigma_0^2}{N\Delta^2 + t^2\sigma_0^2}, \quad (1)$$

где  $\sigma_0^2$  – дисперсия генеральной совокупности;

$\Delta$  – точность оценки;

$t$  – аргумент функция Лапласа  $\Phi(t)$ , который находится из равенства  $\Phi(t) = \alpha$ ;

$\alpha$  – заданная доверительная вероятность<sup>2</sup>.

Поскольку дисперсия генеральной совокупности  $\sigma_0^2$  неизвестна, то берем исправленную выборочную дисперсию:

$$S^2 = \frac{n}{n-1} \sigma_{\text{в.}}^2. \quad (2)$$

Примем для нашей задачи следующие данные:  $N = 154$  (столько раз менялась ставка рефинансирования Национального банка Республики Беларусь с 1991 г. по 2022 г. включительно),  $\bar{Y} = 26851,54$  млн бел. рублей – среднее значение объема выданных кредитов за период 2016–2022 гг.,  $\sigma_{\text{в.}}^2 = 60620370,04$  (млн бел. рублей)<sup>2</sup> – выборочная дисперсия,  $\Delta = 0,1$   $\bar{Y} = 2685,154$  млн бел. рублей – ошибка выборки, доверительная вероятность  $\alpha = 90\%$ ,  $\Phi(t) = 0,9 \Rightarrow t = 1,65$ . Подставляя приведенные значения величин  $N$ ,  $\Delta$ ,  $t$ ,  $\sigma_{\text{в.}}^2$  в формулу бесповторной выборки, получим:  $\tilde{n} = 21$ . Для доверительной вероятности  $\alpha = 95\%$ ,  $t = 1,96$ , то  $\tilde{n} = 28$ . Следовательно, выборка, приведенная в таблице 1, достаточно хорошо воспроизводит генеральную совокупность, т. е. является репрезентативной. Она может быть применена для проведения статистического анализа зависимости объема выдачи кредитов от ставки рефинансирования.

Ранее в нашей статье [4] с использованием однофакторного дисперсионного анализа было показано, что ставка рефинансирования Национального банка Республики Беларусь **значимо** влияет на объемы выдачи кредитов белорусскими банками предприятиям малого и среднего бизнеса.

В общем случае на динамику выдачи кредитов банками предприятиям МСБ влияет множество других факторов и для выяснения их влияния нужно применять уже многофакторный дисперсионный анализ. Однако ставка рефинансирования Национального банка Республики Беларусь будет являться ключевым фактором при получении кредитов предприятиями малого и среднего бизнеса.

<sup>1</sup> Ставка рефинансирования // Национальный банк Республики Беларусь. – URL: <https://www.nbrb.by/statistics/monetarypolicyinstruments/refinancingrate>. (дата обращения: 12.03.2024); Статистический бюллетень. Ежемесячник // Национальный банк Республики Беларусь. – URL: <https://www.nbrb.by/publications/bulletin> (дата обращения: 12.03.2024).

<sup>2</sup> Мацкевич, И. П. Высшая математика. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / И. П. Мацкевич, Г. П. Свирид. – Минск : Вышэйшая школа. 1993. – 269 с.

Для дальнейшего статистического анализа совокупности данных таблицы 1 проведем группировку интервалов, используя формулу Стерджесса<sup>1</sup>:

$$n = 1 + 3,322 \cdot \lg \tilde{n}. \quad (3)$$

Подстановка в эту формулу  $\tilde{n} = 29$  дает число сгруппированных интервалов  $n$  не менее 6 (шести).

Разобьем всю совокупность данных таблицы 1 на  $n = 7$  (семь) сгруппированных интервалов, привязав их к годам (таблица 2).

Таблица 2 – Динамика выдачи по годам кредитов белорусскими банками предприятиям малого и среднего бизнеса и среднегодовой ставки рефинансирования Национального банка Республики Беларусь за период 2016–2022 гг., млн белорусских рублей, %.

Годы	2016	2017	2018	2019	2020	2021	2022
Выдано кредитов всего ( $y_i$ ), млн бел. рублей	13 126,6	18 288,3	26 592,4	29 562,6	29 605,8	36 324,7	34 460,4
Среднегодовая ставка рефинансирования НБ РБ ( $x_i$ ), %	21,16	13,41	10,30	9,75	8,19	8,61	11,56

Источник: авторская разработка на основе <sup>2</sup>.

Значения среднегодовых ставок рефинансирования приведены в сборнике<sup>3</sup>.

Из таблицы 2 видно, что с 2016 г. по 2021 г. включительно наблюдалось увеличение по годам объема выдачи кредитов белорусскими банками предприятиям МСБ.

Приросты объема выдачи кредитов по годам составляли:

- 5 161,7 млн белорусских рублей в 2017 г. по отношению к 2016 г.;
- 8 304,1 млн белорусских рублей в 2018 г. по отношению к 2017 г.;
- 2 970,2 млн белорусских рублей в 2019 г. по отношению к 2018 г.

Рост кредитования малых и средних предприятий в 2020 г. по отношению к 2019 г. увеличился на 43,2 млн белорусских рублей. Такой незначительный рост объема выданных кредитов можно объяснить пандемией COVID-19, которая охватила весь мир

<sup>1</sup> Основы статистики с элементами теории вероятностей для экономистов. Руководство для решения задач : учеб. пособие / Л. И. Ниворожкина, З. А. Морозова, И. А. Герасимова, И. В. Житников. – Ростов на/Д : Феникс, 1999. – 320 с.

<sup>2</sup> Ставка рефинансирования // Национальный банк Республики Беларусь. – URL: <https://www.nbrb.by/statistics/monetarypolicyinstruments/ref-inancingrate>. (дата обращения: 12.03.2024); Статистический бюллетень. Ежемесячник // Национальный банк Республики Беларусь. – URL: <https://www.nbrb.by/publications/bulletin> (дата обращения: 12.03.2024).

<sup>3</sup> Ставка рефинансирования // Национальный банк Республики Беларусь. – URL: <https://www.nbrb.by/statistics/monetarypolicyinstruments/refinancingrate> (дата обращения: 12.03.2024).

с конца 2019 г., что привело к резкому снижению деловой активности малых и средних предприятий и разрывом внешнеэкономических связей их с зарубежными партнерами.

В 2022 г. по отношению к 2021 г. объемы выдачи кредитов снизились на 1 864,3 млн белорусских рублей. Отметим, что 2021 и 2022 гг. были не благоприятные для ведения бизнеса малыми и средними предприятиями, так как экономика Республики Беларусь подверглась санкционному давлению недружественных западных стран и США. Любые сложности, ограничения и санкции, применяемые к Республике Беларусь в последнее время со стороны недружественных стран, дали толчок для развития и переориентации направлений деятельности малого и среднего бизнеса. В предпринимательской деятельности сейчас происходит перенаправление потоков движения товара, а также переход от схем посредничества и перепродажи товаров к их производству.

Общий объем выданных кредитов банками Республики Беларусь предприятиям МСБ за период 2016–2022 гг. составил 187 960,8 млн белорусских рублей (таблица 2).

Проведем статистический анализ зависимости объема выдачи кредитов белорусскими банками предприятиям малого и среднего бизнеса от среднегодовой ставки рефинансирования Национального банка Республики Беларусь за период 2016–2022 гг.

Рассматривая величины  $X$  (среднегодовая ставка рефинансирования Национального банка Республики Беларусь) и  $Y$  (объем выдачи кредитов банками предприятиям малого и среднего бизнеса по годам) как случайные величины, представим их наблюдаемые значения  $x_i$  и  $y_i$  ( $i = \overline{17}$ ) из таблицы 2 в виде следующей корреляционной таблицы (таблица 3).

Таблица 3 – Корреляционная таблица двух случайных величин  $X$  и  $Y$ .

$Y(y_i)$	29 605,8	36324,7	29 562,6	26 592,4	34 460,4	18 288,3	13 126,6
$X(x_i)$							
0,081 9	1	0	0	0	0	0	0
0,086 1	0	1	0	0	0	0	0
0,097 5	0	0	1	0	0	0	0
0,103 0	0	0	0	1	0	0	0
0,115 6	0	0	0	0	1	0	0
0,134 1	0	0	0	0	0	1	0
0,2116	0	0	0	0	0	0	1

Источник: авторская разработка.

Построим регрессионную модель кредитования предприятий малого и среднего бизнеса белорусскими банками за период 2016–2022 гг., используя данные корреляционной таблицы 3.

На корреляционном поле введем прямоугольную систему координат  $xOy$ , где по оси абсцисс  $Ox$  откладываем среднегодовую ставку рефинансирования Национального банка Республики Беларусь, а по оси ординат  $Oy$  – годовые объемы кредитов, выданных банками предприятиям малого и среднего бизнеса Республики Беларусь (рисунок 1).

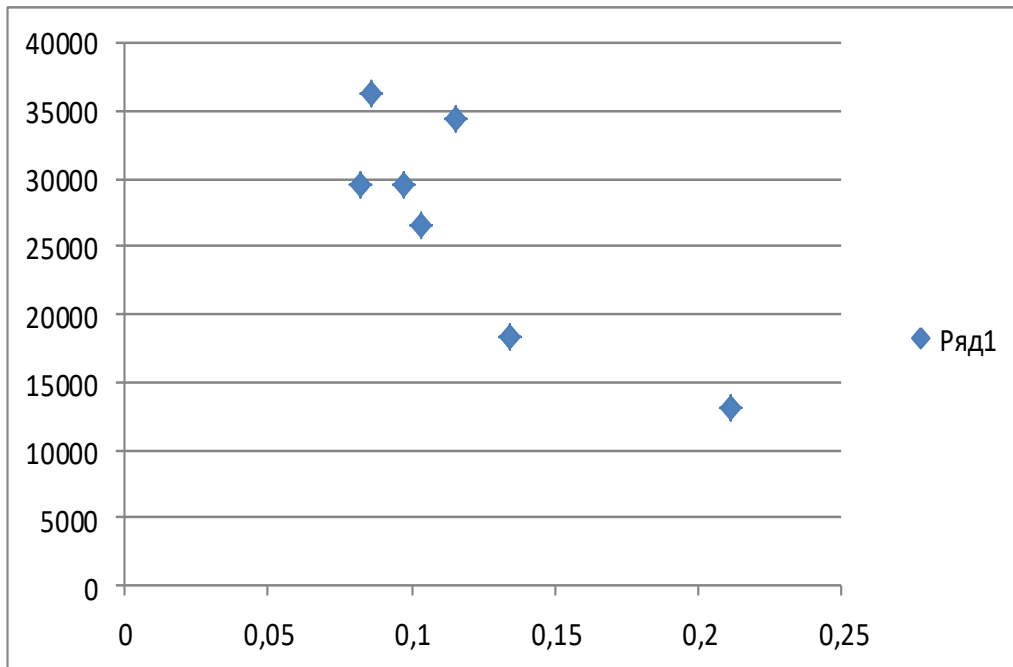


Рисунок 1 – Точечная диаграмма расположения точек наблюдения  $M_i(x_i, y_i)$  ( $i = \overline{17}$ ) на корреляционном поле  
Источник: авторская разработка.

По расположению точек  $M_i(x_i, y_i)$  ( $i = \overline{17}$ ) на корреляционном поле можно сделать вывод, что корреляционная связь между случайными величинами  $X$  и  $Y$  является нелинейной. Отметим, что точка  $M_5(0,1156; 34460,4)$  является точкой «выброса» и мы ее исключим из рассмотрения в дальнейших расчетах.

К сожалению, теория не дает ответа на вопрос, какой вид связи носит эта зависимость. Рассмотрим следующие предположения, что регрессия является: степенной, либо экспоненциальной, либо логарифмической, либо параболической.

Для нахождения теоретического уравнения регрессии  $\bar{y}_x(x, a_0, a_1, a_2, \dots, a_k)$  с  $k$  параметрами  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_k$  применяется метод наименьших квадратов<sup>1</sup>. Согласно этому методу, минимизируется функция параметров регрессии  $S(a_0, a_1, a_2, \dots, a_k)$ :

$$S(a_0, a_1, a_2, \dots, a_k) = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_x(x_i, a_0, a_1, a_2, \dots, a_k))^2 \Rightarrow \min. \quad (4)$$

Приравняв к нулю первые частные производные функции  $S(a_0, a_1, a_2, \dots, a_k)$

$$\frac{\partial S}{\partial a_0}, \frac{\partial S}{\partial a_1}, \frac{\partial S}{\partial a_2}, \dots, \frac{\partial S}{\partial a_k},$$

по параметрам  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_k$ , получаем систему алгебраических уравнений относительно неизвестных параметров  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_k$ . Найденные из решения системы уравнений параметры  $a_0, a_1, a_2, \dots, a_k$  затем подставляются в искомое теоретическое уравнение регрессии  $\bar{y}_x(x, a_0, a_1, a_2, \dots, a_k)$ .

<sup>1</sup> Мацкевич, И. П. Высшая математика. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / И. П. Мацкевич, Г. П. Свирид – Минск : Вышэйшая школа, 1993. – 269 с.

Рассмотрим 4 нелинейные регрессионные модели кредитования белорусскими банками предприятий малого и среднего бизнеса: степенную, экспоненциальную, логарифмическую и параболическую.

а) Модель *степенной регрессии*  $Y$  на  $X$  имеет вид:

$$y(x) = \bar{y}_x^{(a)}(x) \cdot \varepsilon = a_1 x^{b_1} \cdot \varepsilon, \quad (5)$$

где  $y_x^{(a)}(x) = a_1 \cdot x^{b_1}$  – теоретическое уравнение степенной регрессии;

$\varepsilon$  – случайные отклонения, значения которых неизвестны, и отражающие влияние неучтенных факторов, неточностей выбора переменных и вида зависимостей между ними, погрешностей нахождения значений переменных и другое;

$a_1, b_1$  – параметры степенной функции.

С помощью табличного процессора Microsoft Excel 2010, найдем значения параметров  $a_1, b_1$  и выборочный индекс детерминации  $R_a^2$ :

$$a_1 = 2587,8; \quad b_1 = -1,023; \quad R_a^2 = 0,8831 \text{ (88,31 \%)}.$$

Теоретическое уравнение степенной регрессии для нашей задачи примет вид:

$$\bar{y}_x^{(a)}(x) = 2587,8 \cdot x^{-1,023} . \quad (6)$$

Выборочный индекс детерминации  $R_a^2$  находится по формуле<sup>1</sup>:

$$R_a^2 = 1 - \frac{Q_e}{Q}, \quad (7)$$

где  $Q = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{Y})^2$  – общая дисперсия результативного признака  $Y$ ;

$Q_e = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_x(x_i))^2$  – остаточная дисперсия.

В рамках построенной модели степенной регрессии результат  $Y$  на 88,31 % объяснено фактором  $X$ . Остальные 11,69 % вариации признака-результата  $Y$  обусловлены другими, не учтенными в степенной модели факторами.

Вычислим выборочный индекс корреляции  $R_a = \sqrt{R_a^2}$ :

$$R_a = \sqrt{0,8831} \approx 0,9397.$$

Следовательно, существует сильная корреляционная зависимость объема выдачи кредитов белорусскими банками предприятиям МСБ от ставки рефинансирования Национального банка Республики Беларусь.

Определим среднюю ошибку аппроксимации  $\bar{\varepsilon}^{(a)}$ , разделив сумму ошибок аппроксимации:

$$\sum_{i=1}^n \varepsilon_i^{(a)} = \sum_{i=1}^n \frac{|y_i - \bar{y}_x^{(a)}(x_i)|}{y_i} \text{ на } n \text{ (} n = 6 \text{):}$$

$$\bar{\varepsilon}^{(a)} = \frac{0,450986883}{6} = 0,07516448 \approx 0,0752 \text{ (7,52 \%)}.$$

<sup>1</sup> Агабекова, Н. В. Статистика : учебное пособие / под ред. Н. В. Агабековой [и др.]; – Минск : БГЭУ, 2020 – 303 с.

Это значение  $\bar{\varepsilon}^{(a)}$  меньше предельной средней ошибки погрешности аппроксимации  $\bar{\varepsilon}_{\max}^{(a)} = 0,10$  (10 %), применяемой в экономических исследованиях.

На рисунке 2 показана кривая степенной регрессии, построенная по уравнению (6), и величина выборочного индекса детерминации  $R_a^2$ .

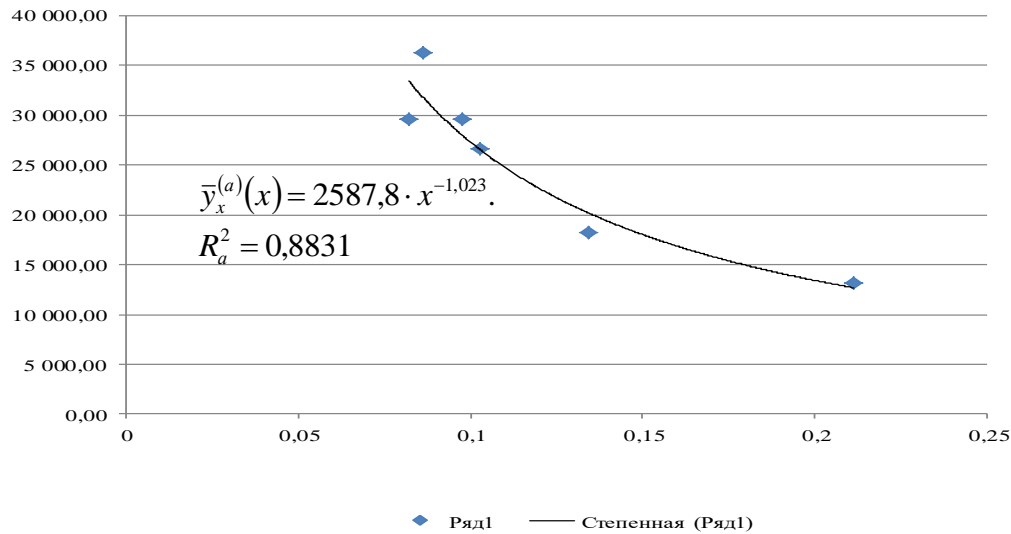


Рисунок 2 – Кривая степенной регрессии и величина выборочного индекса детерминации  $R_a^2$  для степенной регрессионной модели  
Источник: авторская разработка.

Проверим статистическую значимость построенной степенной модели регрессии.

На уровне значимости  $\alpha = 0,05$  проверим нулевую гипотезу  $H_0: R_F^2 = 0$  – о том, что генеральный индекс детерминации равен нулю, против конкурирующей гипотезы  $H_1: R_F^2 > 0$ .

Для этого используем статистический критерий Фишера:

$$F = \frac{R_a^2(n-2)}{1-R_a^2}, \quad (8)$$

где  $R_a^2$  – значение выборочного индекса детерминации. Вычислим наблюдаемое значение критерия Фишера:

$$F_{\text{набл.}}^{(a)} = \frac{0,8831 \cdot 4}{1 - 0,8831} = 30,22.$$

Для уровня значимости  $\alpha = 0,05$  и количества степеней свободы  $\nu_1 = m - 1 = 2 - 1 = 1$ ,  $\nu_2 = n - 2 = 6 - 2 = 4$ , где  $m = 2$  – число параметров в двухпараметрических уравнениях регрессии,  $n = 6$  – объем выборки, из таблицы 8 книги<sup>1</sup> определим критическое значение критерия Фишера:

<sup>1</sup> Мацкевич, И. П. Высшая математика. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / И. П. Мацкевич, Г. П. Свирид – Минск : Вышэйшая школа. 1993. – 269 с.



$$F_{\text{кр.}}^{(1)} = F_{\text{кр.}}^{(1)}(\alpha; \nu_1; \nu_2) = F_{\text{кр.}}^{(1)}(0,05; 1; 4) = 7,71.$$

Наблюдаемое значение критерия Фишера  $F_{\text{набл}}^a$  попадает в критическую область  $F_{\text{набл}}^a = 30,22 > F_{\text{кр.}}^{(1)} = 7,71$ . Поэтому на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  гипотезу  $H_0: R_{\Gamma}^2 = 0$  отвергаем в пользу гипотезы  $H_1: R_{\Gamma}^2 > 0$ .

Таким образом, полученное значение выборочного индекса детерминации  $R_a^2 = 0,8831$  статистически значимо, следовательно, статистически значимо и теоретическое уравнение степенной регрессии  $y_x^{(a)}(x) = 2587,8x^{-1,023}$ . Это уравнение может быть с успехом применено в исследовании данного экономического процесса.

б) Модель экспоненциальной регрессии  $Y$  на  $X$  имеет вид:

$$y(x) = \bar{y}_x^{(6)}(x) \cdot \varepsilon = a_2 e^{b_2 x} \cdot \varepsilon, \quad (9)$$

где  $\bar{y}_x^{(6)}(x) = a_2 \cdot e^{b_2 x}$  – теоретическое уравнение экспоненциальной регрессии;

$\varepsilon$  – случайные отклонения;

$a_2, b_2$  – параметры экспоненциальной функции.

Используя табличный процессор Microsoft Excel 2010, найдем значения параметра  $a_2, b_2$  и выборочный индекс детерминации  $R_6^2$ :

$$a_2 = 57843; b_2 = -7,306; R_6^2 = 0,8622 \text{ (86,22 \%)}.$$

Теоретическое уравнение экспоненциальной регрессии для нашей задачи имеет вид:

$$\bar{y}_x^{(6)}(x) = 57843 e^{-7,306x}. \quad (10)$$

В рамках построенной модели экспоненциальной регрессии результат  $Y$  на 86,22 % объяснено фактором  $X$ . Остальные 13,78 % вариации признака-результата  $Y$  обусловлены другими, не учтенными в экспоненциальной модели факторами.

Вычислим выборочный индекс корреляции  $R_6 = \sqrt{R_6^2}$ :

$$R_6 = \sqrt{0,8622} \approx 0,9286.$$

Таким образом, существует сильная корреляционная зависимость объема выдачи кредитов белорусскими банками предприятиям МСБ от ставки рефинансирования Национального банка Республики Беларусь.

Найдем среднюю ошибку аппроксимации  $\bar{\varepsilon}^{(6)}$  для уравнения экспоненциальной регрессии:

$$\bar{\varepsilon}^{(6)} = \frac{0,513676769}{6} = 0,085612794 \approx 0,0856 \text{ (8,56 \%)}.$$

Это значение  $\bar{\varepsilon}^{(6)}$  меньше предельной средней ошибки погрешности аппроксимации  $\bar{\varepsilon}_{\text{max}}^{(6)} = 0,10$  (10 %).

На рисунке 3 показана кривая экспоненциальной регрессии, построенная по уравнению (10), и величина выборочного индекса детерминации  $R_6^2$ .

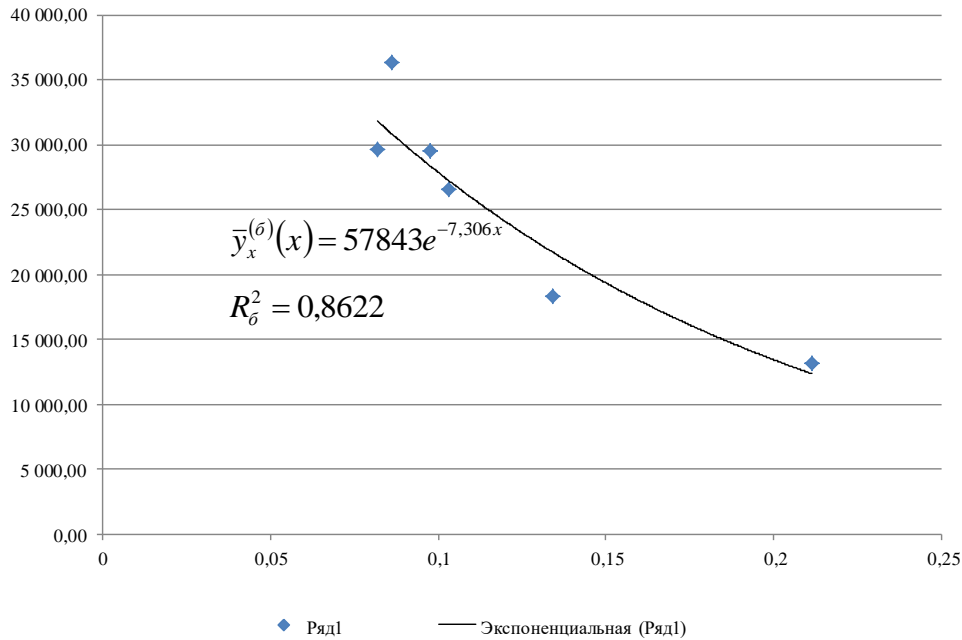


Рисунок 3 – Кривая экспоненциальной регрессии и величина выборочного индекса детерминации  $R_6^2$  для экспоненциальной регрессионной модели  
 Источник: авторская разработка.

Проверим статистическую значимость построенной экспоненциальной модели регрессии. Вычислим наблюдаемое значение критерия Фишера:

$$F_{\text{набл.}}^{(6)} = \frac{0,8622 \cdot 4}{1 - 0,8622} = 25,03,$$

которое попадает в критическую область  $F_{\text{набл.}}^{(6)} = 25,03 > F_{\text{кр.}}^{(1)} = 7,71$ . Поэтому на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  гипотезу  $H_0: R_1^2 = 0$  отвергаем в пользу конкурирующей гипотезы  $H_1: R_1^2 > 0$ .

Таким образом, полученное значение выборочного индекса детерминации  $R_6^2 = 0,8622$  статистически значимо, следовательно, статистически значимо и теоретическое уравнение экспоненциальной регрессии  $\bar{y}_x^{(6)}(x) = 57843 \cdot e^{-7,306x}$ . Это уравнение тоже может быть применено в исследовании данного экономического процесса.

в) Модель логарифмической регрессии  $Y$  на  $X$  имеет вид:

$$y(x) = \bar{y}_x^{(b)}(x) + \varepsilon = a_3 \cdot \ln x + b_3 + \varepsilon, \quad (11)$$

где  $\bar{y}_x^{(b)}(x) = a_2 \cdot \ln x + b_3$  – теоретическое уравнение логарифмической регрессии;  
 $\varepsilon$  – случайные отклонения;

$a_3, b_3$  – параметры логарифмической функции.

Применяя табличный процессор Microsoft Excel 2010, найдем значения параметров  $a_3, b_3$  и выборочный индекс детерминации  $R_b^2$ :

$$a_3 = -22139,0; \quad b_3 = -22819,3; \quad R_b^2 = 0,8661 \text{ (86,61 \%)}.$$

Теоретическое уравнение логарифмической регрессии для нашей задачи имеет вид:

$$\bar{y}_x^{(B)}(x) = -22139,0 \cdot \ln x - 22819,3. \quad (12)$$

В рамках построенной модели логарифмической регрессии результат  $Y$  на 86,61 % объяснено фактором  $X$ . Остальные 13,39 % вариации признака-результата  $Y$  обусловлены другими, не учтенными в логарифмической модели факторами.

Вычислим выборочный индекс корреляции  $R_B = \sqrt{R_B^2}$ :

$$R_B = \sqrt{0,8661} \approx 0,9306.$$

Таким образом, существует сильная корреляционная зависимость объема выдачи кредитов белорусскими банками предприятиям МСБ от ставки рефинансирования Национального банка Республики Беларусь.

Найдем среднюю ошибку аппроксимации  $\bar{\varepsilon}^{(B)}$  для уравнения логарифмической регрессии:

$$\bar{\varepsilon}^{(B)} = \frac{0,600344475}{6} = 0,100057412 \approx 0,10 \text{ (10,0 \%)}.$$

Это значение  $\bar{\varepsilon}^{(B)}$  равно предельной средней ошибки погрешности аппроксимации  $\bar{\varepsilon}_{\max}^{(B)} = 0,10$  (10 %).

На рисунке 4 показана кривая логарифмической регрессии, построенная по уравнению (12) и величина выборочного индекса детерминации  $R_B^2$ .

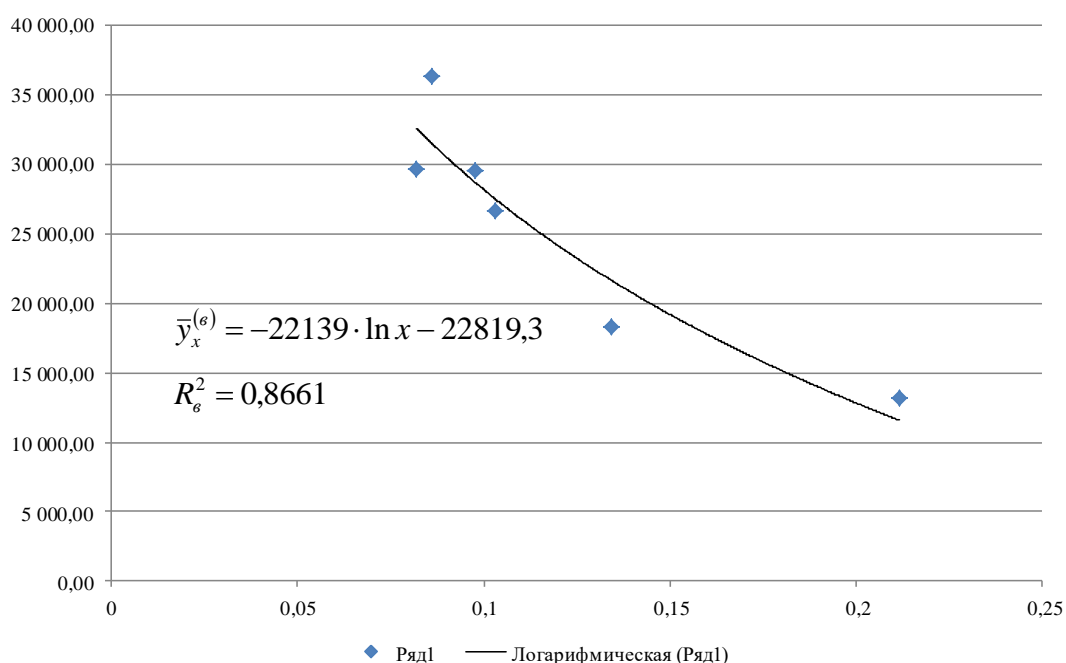


Рисунок 4 – Кривая логарифмической регрессии и величина выборочного индекса детерминации  $R_B^2$  для логарифмической регрессионной модели

Источник: авторская разработка.

Проверим статистическую значимость построенной логарифмической модели регрессии. Вычислим наблюдаемое значение критерия Фишера:

$$F_{\text{набл.}}^{(в)} = \frac{0,8661 \cdot 4}{1 - 0,8661} = 25,87,$$

которое попадает в критическую область  $F_{\text{набл.}}^{(в)} = 25,87 > F_{\text{кр.}}^{(1)} = 7,71$ . Поэтому на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  гипотезу  $H_0: R_{\Gamma}^2 = 0$  отвергаем в пользу гипотезы  $H_1: R_{\Gamma}^2 > 0$ .

Таким образом, полученное значение выборочного индекса детерминации  $R_{\text{в}}^2 = 0,8661$  статистически значимо, следовательно, статистически значимо и теоретическое уравнение логарифмической регрессии  $\bar{y}_x^{(в)}(x) = -22139 \cdot \ln x - 22819,3$ . Это уравнение тоже может быть применено в исследовании данного экономического процесса.

г) Модель параболической регрессии  $Y$  на  $X$ , как частный случай полиномиальной регрессии при степени полинома  $n = 2$ , имеет вид:

$$y(x) = \bar{y}_x^{(r)}(x) + \varepsilon = a_4 x^2 + b_4 x + c + \varepsilon, \quad (13)$$

где  $\bar{y}_x^{(r)}(x) = a_4 x^2 + b_4 x + c$  – теоретическое уравнение параболической регрессии;

$\varepsilon$  – случайные отклонения;

$a_4, b_4, c$  – параметры параболической функции.

Определим значения параметров  $a_4, b_4, c$  и выборочный индекс детерминации  $R_{\Gamma}^2$  с помощью табличного процессора Microsoft Excel 2010:

$$a_4 = 1545878; b_4 = -613703; c = 73645; R_{\Gamma}^2 = 0,9002 \text{ (90,02 \%)}.$$

Теоретическое уравнение параболической регрессии для нашей задачи имеет вид:

$$\bar{y}_x^{(r)}(x) = 1545878 \cdot x^2 - 613703 \cdot x + 73645. \quad (14)$$

В рамках построенной модели параболической регрессии результат  $Y$  на 90,02 % объяснено фактором  $X$ . Остальные 9,98 % вариации признака-результата  $Y$  обусловлены другими, не учтенными в параболической модели факторами.

Вычислим выборочный индекс корреляции  $R_{\Gamma} = \sqrt{R_{\Gamma}^2}$ :

$$R_{\Gamma} = \sqrt{0,9002} \approx 0,9488.$$

Таким образом, существует сильная корреляционная зависимость объема выдачи кредитов белорусскими банками предприятиям МСБ от ставки рефинансирования Национального банка Республики Беларусь.

Найдем среднюю ошибку аппроксимации  $\bar{\varepsilon}^{(r)}$  для уравнения параболической регрессии:

$$\bar{\varepsilon}^{(r)} = \frac{0,353141549}{6} = 0,058856924 \approx 0,0589 \text{ (5,89 \%)}.$$

Это значение  $\bar{\varepsilon}^{(r)}$  меньше предельной средней ошибки погрешности аппроксимации  $\bar{\varepsilon}_{\max}^{(r)} = 0,10$  (10 %).

На рисунке 5 показана кривая параболической регрессии, построенная по уравнению (14), и величина выборочного индекса детерминации  $R_{\Gamma}^2$ .

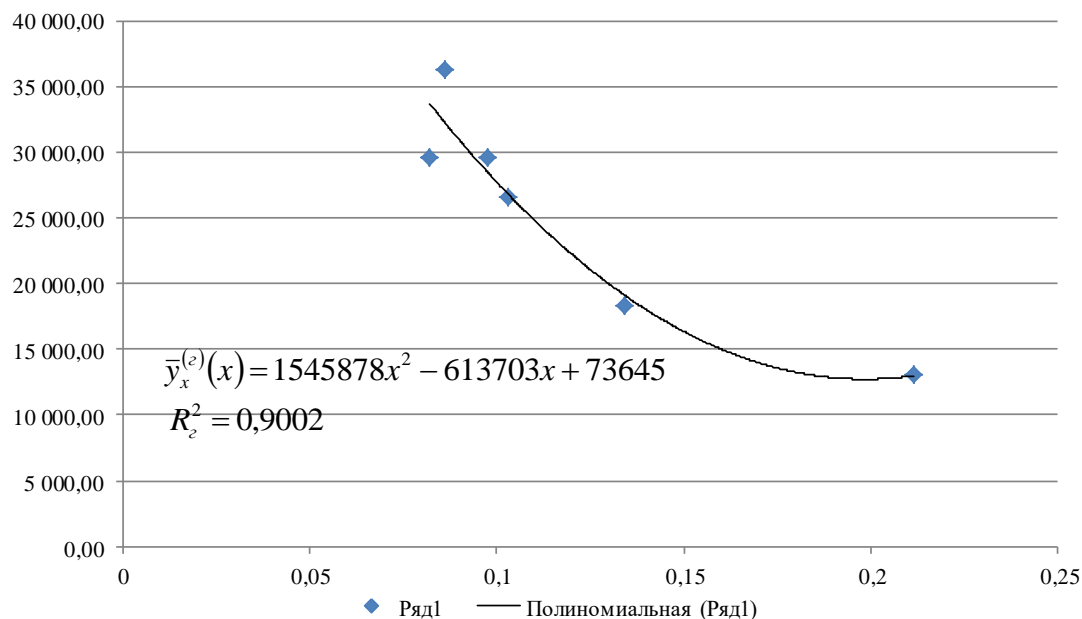


Рисунок 5 – Кривая параболической регрессии и величина выборочного индекса детерминации  $R_{\Gamma}^2$  для параболической регрессионной модели

Источник: авторская разработка.

Проверим статистическую значимость построенной параболической модели регрессии. Для уровня значимости  $\alpha = 0,05$  и количества степеней свободы  $\nu_1 = m - 1 = 3 - 1 = 2$ ,  $\nu_2 = n - 2 = 6 - 2 = 4$ , где  $m = 3$  – число параметров в уравнении параболической регрессии,  $n = 6$  – объем выборки, по таблице 8 книги<sup>1</sup> определим критическое значение критерия Фишера  $F_{\text{кр.}}^{(2)} = F_{\text{кр.}}^{(2)}(\alpha; \nu_1; \nu_2) = F_{\text{кр.}}^{(2)}(0,05; 2; 4) = 6,94$ . Вычислим наблюдаемое значение критерия Фишера:

$$F_{\text{набл.}}^{(r)} = \frac{0,9002 \cdot 4}{1 - 0,9002} = 36,08,$$

которое попадает в критическую область  $F_{\text{набл.}}^{(r)} = 36,08 > F_{\text{кр.}}^{(2)} = 6,94$ . Поэтому на уровне значимости  $\alpha = 0,05$  гипотезу  $H_0: R_{\Gamma}^2 = 0$  отвергаем в пользу гипотезы  $H_1: R_{\Gamma}^2 > 0$ .

Таким образом, полученное значение выборочного индекса детерминации  $R_{\Gamma}^2 = 0,9002$  статистически значимо, следовательно, статистически значимо и

<sup>1</sup> Мацкевич, И. П. Высшая математика. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / И. П. Мацкевич, Г. П. Свирид – Минск : Вышэйшая школа. 1993. – 269 с.

<sup>2</sup> Хацкевич, Г. А. Эконометрика : учебник / Г. А. Хацкевич, Т. В. Русилко. – Минск : РИВШ, 2021. – 452 с.

теоретическое уравнение параболической регрессии  $\bar{y}_x^{(r)}(x) = 1545878 \cdot x^2 - 613703 \cdot x + 73645$ . Это уравнение с успехом может быть применено к исследованию данного экономического процесса.

Анализируя рассмотренные нелинейные модели регрессии, описывающие зависимости объема выдачи кредитов белорусскими банками предприятиям малого и среднего бизнеса от среднегодовой ставки рефинансирования Национального банка Республики Беларусь, можно сделать вывод, что параболическая регрессионная модель лучше всего описывает рассматриваемый экономический процесс. Действительно, среди всех регрессионных моделей у параболической модели регрессии самый высокий индекс детерминации  $R_r^2 = 0,9002$  (90,02 %) и самая низкая средняя ошибка аппроксимации  $\bar{\varepsilon}^{(r)} = 0,0589$  (5,89 %). Кроме того, на рисунке 5 видно, что четыре точки наблюдения из шести  $M_i(x_i, y_i)$  ( $i = \overline{1,6}$ ) лежат практически на кривой параболы.

Поскольку модель параболической регрессии (13) содержит неизвестные случайные отклонения  $\varepsilon$ , то нужно проверить некоррелированность их оценок – соседних отклонений  $e_i = (y_i - \bar{y}_x^{(r)}(x_i))$  ( $i = \overline{1; n}$ ). Для этого используем статистику Дарбина-Уотсона  $DW$ , рассчитываемую по формуле [9]:

$$DW = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2}. \quad (15)$$

Используя вычисленные с помощью табличного процессора Microsoft Excel 2010 отклонения  $e_i$  ( $i = \overline{1; n}$ ), получим:

$$DW = \frac{79378764,6}{35600718,09} = 2,23.$$

Из приложения в книге [9] при данном числе наблюдений  $n = 6$ , количестве объясняющих переменных  $m = 1$  и заданном уровне значимости  $\alpha = 0,05$  определим границы приемлемости (критические точки) наблюдаемой статистики  $DW$ :

$$d_1 = 0,610, d_u = 1,4.$$

Так как наблюдаемое значение статистики  $DW$  попадает в интервал  $d_u < DW < 4 - d_u \Rightarrow 1,4 < 2,23 < 2,6$ , то гипотеза об отсутствии автокорреляции остатков в параболической регрессионной модели принимается. При наличии автокорреляции остатков полученное уравнение регрессии считается неудовлетворительным.

Вычислим средний коэффициент эластичности  $\bar{\Theta}$  для параболической функции<sup>1</sup>:

$$\bar{\Theta} = \frac{(b_4 + 2a_4 \cdot \bar{X}) \cdot \bar{X}}{(a_4 \bar{X}^2 + b_4 \bar{X} + c)}. \quad (16)$$

Используя данные таблицы 2, найдем средние значения случайных величин  $X$  и  $Y$  за период 2016–2021 гг.

<sup>1</sup> Чалганова, А. А. Построение нелинейных моделей парной регрессии с использованием табличного процессора Excel для студентов всех форм обучения: учеб. пособие по дисциплине «Эконометрика» / А. А. Чалганова – СПб : изд-во РГГМУ, 2022. – 90 с.

$$\bar{X} = \frac{1}{6}(21,16 + 13,41 + 10,30 + 9,75 + 8,19 + 8,61) = \frac{1}{6} \cdot 71,42 = 11,9 \%$$

$$\begin{aligned} \bar{Y} &= \frac{1}{6} \cdot (13126,6 + 18288,3 + 26592,4 + 29562,6 + 29605,8 + 36324,7) = \\ &= \frac{1}{6} \cdot 153500,4 = 25583,4 (\text{млн бел. рублей}). \end{aligned}$$

Подстановка величин  $a_4, b_4, c, \bar{X}$  в формулу (9) дает значение среднего коэффициента эластичности:

$$\bar{\epsilon} = \frac{(-613703 + 2 \cdot 1545878 \cdot 0,119) \cdot 0,119}{(1545878 \cdot (0,119)^2 - 613703 \cdot 0,119 + 73645)} = \frac{-29248,30}{22505,52} \approx -1,30.$$

**Выводы.** Подробный анализ нелинейных моделей регрессии позволяет сказать, что закон спроса на банковские кредитные ресурсы белорусских банков для предприятий малого и среднего бизнеса в зависимости от среднегодовой ставки рефинансирования Национального Банка Республики Беларусь носит параболический характер и описывается функцией (14).

На основе расчета среднего коэффициента эластичности  $\bar{\epsilon}$  для параболической функции (14) можем дать другую формулировку закона спроса на банковские кредитные ресурсы белорусских банков в зависимости от среднегодовой ставки рефинансирования Национального Банка Республики Беларусь:

а) при увеличении среднегодовой ставки рефинансирования на 1 % от среднего значения ставки рефинансирования  $\bar{X}$  объем выдачи кредитов в среднем уменьшится на 1,3 % от среднего значения объема выдачи кредитов  $\bar{Y}$ ;

б) при уменьшении среднегодовой ставки рефинансирования на 1 % от среднего значения ставки рефинансирования  $\bar{X}$  объем выдачи кредитов в среднем увеличится на 1,3 % от среднего значения объема выдачи кредитов  $\bar{Y}$ .

Предложенная параболическая регрессионная модель кредитования предприятий малого и среднего бизнеса с успехом может быть применена в практической деятельности банков Республики Беларусь. Разумеется, что параметры параболической модели регрессии будут разные для каждого банка. Практическая польза от использования предложенной параболической регрессионной модели будет состоять в оптимизации кредитных ресурсов, выдаваемых банками юридическим и физическим лицам.

#### Список использованных источников

1. Костирева, В. С. Проблемы и перспективы кредитования малого и среднего бизнеса / В. С. Костирева, Н. О. Швец // НИРС БГЭУ : сб. науч. ст., 2019. – Вып. 8. – С. 54–57.

2. Жерносек, Н. С. Анализ состояния банковского кредитования малого бизнеса на примере ОАО «Белагропромбанк» / Н. С. Жерносек // Банковский бизнес и финансовая экономика: глобальные тренды и перспективы развития : материалы VI Междунар. науч.-практ. конф. молодых ученых, магистрантов и аспирантов, Минск, 21 мая 2021 г. / Белорус. гос. ун-т ; редкол.: А. А. Королева (гл. ред.) [и др.]. – Минск : БГУ, 2021. – С. 96–101.

3. Короткевич, А. И. Малый и средний бизнес Республики Беларусь: проблемы и перспективы развития / А. И. Короткевич, А. И. Стефанович // Экономика и управление народным хозяйством – 2022. – Вып. 15. – С. 57–72.

4. Королевич, Ю. В. Экономико-математический анализ кредитования субъектов малого и среднего бизнеса коммерческими банками в Республике Беларусь за 2016–2020 годы. / Ю. В. Королевич // Россия и Европа: связь культуры и экономики: материалы XXXI Международной науч.-практ. конф., Прага, Чешская республика, 26 ноября 2021 г. / Изд-во WORLD PRESS s.r.o.; редкол.: В. А. Наумов. – Прага, Чешская республика, 2021. – С. 150–154.

*Статья поступила в редакцию 5 июня 2024 года*

**NONLINEAR REGRESSION MODELS OF LENDING  
BANKS OF THE REPUBLIC OF BELARUS ENTERPRISES  
SMALL AND MEDIUM BUSINESSES  
FOR THE PERIOD 2016–2022**

**Yu. V. Karalevich**  
postgraduate student  
Belarusian State University of Economics  
Minsk, Republic of Belarus

*The article provides a statistical analysis of the volume of loans issued by Belarusian banks to small and medium-sized businesses depending on the refinancing rate of the National Bank of the Republic of Belarus from 2016 to 2022, inclusive. Four nonlinear regression lending models are constructed: power, exponential, logarithmic and parabolic. Analysis of the considered regression models shows that the parabolic regression model best describes the process of lending by Belarusian banks to small and medium-sized businesses. The law of demand for bank credit resources for small and medium-sized businesses is formulated depending on the average annual refinancing rate of the National Bank of the Republic of Belarus.*

**Keywords:** regression models; determination index; correlation index; lending to small and medium-sized businesses.

**References**

1. Kostireva, V. S. (2019) Problems and prospects for lending to small and medium-sized businesses. *NIRS BGEHU* publ. (8), 54-57. (In Russian).
2. Zhernosek, N. S. (2021) Analiz sostoyaniya bankovskogo kreditovaniya malogo biznesa na primere OAO "Belagroprombank" [Analysis of the state of bank lending to small businesses using the example of OJSC Belagroprombank]: Banking business and financial economics: global trends and development prospects: materials of the VI International. scientific-practical conf. young scientists, undergraduates and graduate students, Minsk, May 21, 2021. Minsk, BGU, 96-101. (In Russian).
3. Korotkevich, A. I. (2022) Small and medium business of the Republic of Belarus: problems and development prospects. *Ekonomika i upravleniye narodnym khozyaystvom* (15), 57-72. (In Russian).
4. Korolevich, Yu. V. (2021) Ekonomiko-matematicheskiy analiz kreditovaniya sub'yektov malogo i srednego biznesa kommercheskimi bankami v Respublike Belarus' za 2016–2020 gody [Economic and mathematical analysis of lending to small and medium-sized businesses by commercial banks in the Republic of Belarus for 2016–2020]: Russia and Europe: the connection between culture and economics: materials of the XXXI International Scientific and Practical. Conf., Prague, Czech Republic, November 26, 2021 / WORLD PRESS s.r.o. Publishing House; Editorial Board: V. A. Naumov. Prague, Cheshskaya respublika, 150-154. (In Russian).