

ЖУК А.А., БУЛОЙЧИК В.М.

ФОРМАЛИЗАЦИЯ ЗАДАЧИ ПОИСКА С НЕИЗВЕСТНЫМ МЕСТОПОЛОЖЕНИЕМ СУБЪЕКТА НА МЕСТНОСТИ

Военная академия Республики Беларусь
г. Минск, Республика Беларусь

Материал статьи посвящен вопросу принятия управленческого решения на организацию поиска некоторого субъекта, способного применить деструктивные действия по отношению к объекту особого внимания. Характерной чертой подобной задачи является необходимость принятия решения по управлению подразделениями, назначенными для поиска в условиях отсутствия достоверной исходной информации о местонахождении субъекта, ограниченных имеющихся сил и резкого дефицита времени.

Ключевые слова: задача поиска, математическое программирование, квазиоптимальное распределение, оценка эффективности

Введение

Одной из актуальных военно-прикладных задач, решаемых на практике, является поддержка принятия решений на эффективное применение подразделений, предназначенных для борьбы с субъектом противника (СП), имеющего целью выполнение деструктивных действий по отношению к некоторым объектам нашего внимания на местности, расположенным в районе ответственности.

Как правило, в начальной постановке такой задачи поиска о местоположении СП не известно, а известен лишь сам факт его наличия в некотором районе местности R . Также может быть указано множество его предполагаемых целевых установок, направленных на выполнение каких-то деструктивных действий по отношению к предполагаемым объектам внимания O_j .

Будем считать, что эффективное управление процессом решения задачи поиска предполагает такую организацию действий подчиненных подразделений, которая обеспечивает наименьшее время установления точного местоположения СП при рациональном использовании выделяемых ресурсов.

С учетом сформированных условий о неизвестном местоположении СП можно предположить, что его координаты являются случайными величинами, равномерно распределенными в некоторой области Y района R ($Y \subset R$). Для упрощения последующих рассуждений область Y аппроксимируем прямоугольником. Обратим внимание, что все другие возможные законы распределения местоположения СП будут вносить определенность в условия задачи и способствовать успешному ее решению. Это означает, что всякое возможное последующее уточнение исходной информации будет способствовать повышению эффективности решения поставленной задачи.

Оценка предполагаемого времени движения субъекта до объекта внимания

В соответствии с равновероятным распределением координат СП предварительно принимается решение о том, что исходной для последующих расчетов выбирается координата y_D центра прямоугольника. Эта координата также может быть задана, например, исходя из субъективного представления командиром возможного ее местонахождения.

От этой точки на местности до предполагаемого объекта внимания (пусть это будет O_1) с помощью алгоритма [1] находится путь l , время движения по которому наименьшее, т. е. $l(t_{\min})$. При его построении учитываются свойства каждой дискреты местности и допустимая скорость передвижения СП, являющаяся функцией проходимости местности.

С точки зрения наиболее быстрого предотвращения вредоносных действий СП это самый «неприятный» для нас путь. В принятых условиях он требует быстрых и эффективных наших решений, чтобы успеть предотвратить выход СП к объекту O_1 . И, наоборот, для СП он является наиболее выгодным, так как минимизирует время выполнения им своей боевой задачи.

С учетом неизвестных нам намерений СП и предполагаемых скрытых от окружающего наблюдателя его действий, следует принять, что при движении СП к объекту, скорее всего, оно будет обходить населенные пункты и просматриваемые зоны визуального наблюдения, возможные места расположения наших воинских формирований, учитывать защитные свойства местности, и т. п. Вероятно, оно будет учитывать множество и других свойств местности и факторов, которые либо препятствуют, либо способствуют выполнению ему своей боевой задачи и которые за противника трудно предсказать. Это позволяет считать, что время движения СП по выбранному им (предполагаемым нами и реализуемом

им) пути можно принять случайной величиной t , распределенной в некотором интервале $[t_{\min}, t_{\max}]$ по некоторому закону $f(t)$ с параметрами $M(t)$ и $\delta(t)$. Если принять на интервале $[t_{\min}, t_{\max}]$ закон распределения $f(t)$ равномерным, то в соответствии с [2] математическое ожидание рассчитывается по формуле:

$$M(t) = \frac{(t_{\max} + t_{\min})}{2}. \quad (1)$$

В этом случае среднеквадратическое отклонение времени движения СП к объекту O_1 записывается по формуле:

$$\delta(t) = \frac{(t_{\max} - t_{\min})}{2\sqrt{3}}. \quad (2)$$

Знания закона распределения предполагаемого времени движения и его параметров позволит оценить наиболее вероятный резерв времени $M(t)$ (от момента), имеющийся для предотвращения деструктивных действий СП по выбранному объекту O_1 . При известной средней скорости передвижения эти величины позволяют оценить возможное его местоположение на текущий момент времени t при заданной исходной системе предположений (т. е. что в момент времени t_0 группа находилась в точке D и движется к выбранному объекту). Подобные оценки необходимо иметь для остальных объектов внимания $O_j, j = 1, n$. С учетом того, что их может быть несколько, интерес представляет оценка степени опасности возможного текущего местоположения СП по отношению к каждому из них.

Оценка степени опасности текущего местоположения СП по отношению к объекту

Оценки степени опасности СП должны выполняться также с учетом влияния информации о местности и ее свойств. Подход к их получению рассмотрим на примере двух объектов O_1 и O_2 , рисунок 1.

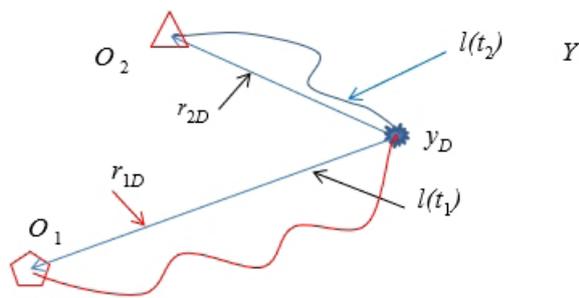


Рисунок 1. Пример оценки степени опасности возможного местоположения субъекта для двух объектов внимания

Интуитивно следует, что при неизвестном местоположении СП более значимую опасность для каждого из объектов внимания представляет то пред-

полагаемое его местоположение (т. е. координата на местности), которое ближе.

Так из рисунка 1 следует, что $r_{1D} > r_{2D}$. Для сложившихся условий это означает, что координата y_D (при условии, что именно там находится СП) представляет большую опасность для объекта O_2 , чем для O_1 . Однако в случае равной удаленности объектов от предполагаемого местоположения время движения к ним может быть различным, что определяется проходимость местности, способом передвижения и используемым транспортным средством (если СП его использует).

Поэтому решение о степени опасности координаты y_D для каждого из объектов примем исходя из компромиссного соотношения этих двух частных показателей, получаемого с помощью аддитивной свертки значений расстояния и времени. Для первого объекта O_1 значение этого показателя рассчитывается по выражению:

$$\rho_D = \alpha \cdot t_{1D} + \beta \cdot r_{1D}, \quad (3)$$

где t_{1D} – прогнозируемое время движения СП от точки y_D до объекта O_1 ; r_{1D} – расстояние от точки y_D до объекта O_1 ; α и β – коэффициенты, характеризующие уровень предпочтительности показателей времени t и расстояния r друг относительно друга (при этом большее значение соответствует большей предпочтительности), где $\alpha + \beta = 1$. Конкретные значения этих коэффициентов могут задаваться экспертно или из субъективного представления поведения СП в конкретной сложившейся обстановке.

Значение показателя опасности предполагаемых текущих координат СП для объекта O_1 рассчитывается по формуле:

$$\pi_{1D} = \frac{1}{\rho_D}, \rho_D > 0. \quad (4)$$

Пример расчета и построения изолиний (линий разных значений) показателя опасности $\pi(\rho) = \pi(r, t)$ для объекта приведен на рисунке 2. Здесь для возможного пути движения СП и различных значений $\rho = \rho(r, t)$ построена совокупность изолиний $\pi(\rho_3) > \pi(\rho_2) > \pi(\rho_1)$ для условий $\rho_3 < \rho_2 < \rho_1$.

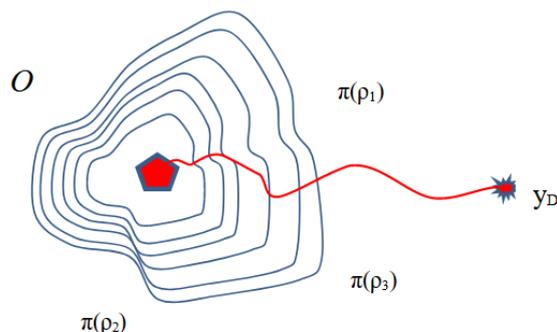


Рисунок 2. Пример построения линий разных значений показателя опасности

Из рисунка 2 следует, что чем больше значение показателя π (т. е. чем ближе по расстоянию и меньше по времени передвижения находится рассматриваемая координата к объекту), тем предполагаемое текущее местоположение будет более опасно для данного объекта O .

С точки зрения возможных целевых установок СП множество объектов внимания $O_j, j = 1, n$, находящихся в зоне R , как правило, имеют различную важность, которую следует учитывать при организации противодействия.

Будем считать известными (заданными) компоненты вектора $W = \{w_1, w_2, \dots, w_n\}$, характеризующие распределение важности объектов внимания

$O_j, j = 1, n$, друг относительно друга, при этом $\sum_{j=1}^n w_j = 1$.

Тогда векторный показатель опасности Π_o каждого из объектов внимания O_j , определяемый для всего множества окружающих его координат g , оценивается с помощью выражения:

$$\Pi_o = \{\Pi_1(r, t), \Pi_2(r, t) \dots \Pi_n(r, t)\},$$

где $\Pi_j(r, t) = w_j \cdot \pi_i(r, t), j = 1, 2 \dots n, i = 1, 2 \dots g$. (5)

На рисунке 3 для принятой системы предположений по результатам прогностического моделирования на основе цифровой карты местности представлен «портрет» местонахождения СП в заданные моменты времени (t_0, t_1, t_2).

Как видно из рисунка 3, в начальный момент времени t_0 СП находится в точке y_D .

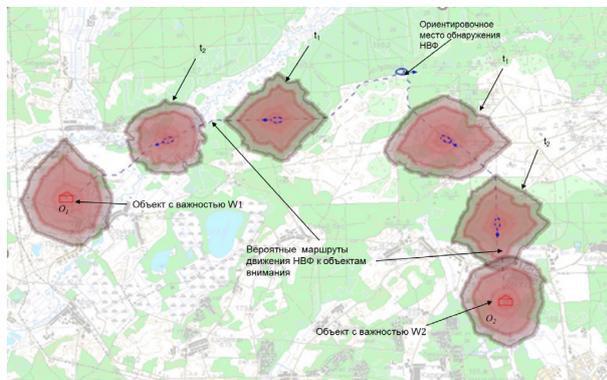


Рисунок 3. Построение вероятностного портрета местонахождения субъекта для принятой системы предположений

Его целью является выполнение деструктивного действия по отношению к объекту внимания O_1 или O_2 (в общем случае: предположительно СП может перемещаться к одному из объектов $O_j, j = 1, n$). Объекты имеют значимость (важность) друг относительно друга w_1 и w_2 (в общем случае – $w_j (j = 1, n)$). Траектория движения СП зависит от его модели поведения, которая определяет: будет оно двигаться по открытой местности либо лесными тропами, использовать транспортные средства или нет, и т. д. и т. п.

(все это учитывается с помощью методики, изложенной в [1]). При этом скорость движения определяется проходимость каждой дискреты местности, представленной цифровой картой. Вероятное местонахождение СП на рисунке 3 обозначено выделенной областью. Такая же область для объектов показывает степень их опасности.

Рассмотрим, как в заданных условиях полученная информация может служить основанием для принятия решения на организацию поиска СП.

Математическая формулировка показателя качества решения задачи поиска субъекта на местности

Пусть в нашем распоряжении имеются определенные силы и средства (группы военнослужащих-разведчиков, самолет разведчик, БПЛА, автожир и т. д.) для проведения поисковых мероприятий. Для конкретизации рассматриваемой задачи поиска СП примем, что каждая поисковая единица (ПЕ), находящаяся в момент времени t_0 на участке местности d_j заданного размера и просматривающая его, способна к обнаружению вооруженных воинских формирований с вероятностью p_{ij} . Оценка показатель p_{ij} является нетривиальной задачей, зависит от многих свойств объекта и средств обнаружения и требует проведение дополнительных исследований, поэтому в рамках данной статьи не рассматривается.

Поставим целью построение такого распределения поисковых единиц по предполагаемым и предварительно рассчитанным с помощью выше предложенной формализации зонам местонахождения СП (районам d_1, d_2, \dots, d_k), проведение там поисковых мероприятий (т. е. проведение там разведки), которое могло бы оптимизировать выбранный показатель эффективности.

В качестве критерия эффективности примем максимум полной вероятности обнаружения СП при просмотре всех зон d_1, d_2, \dots, d_k , т. е.

$$P(x) = \sum_{i=1}^m w_i \cdot \Pi_i(r, t) \cdot \left[1 - \prod_{j=1}^k (1 - p_{ij} x_{ij}) \right] \rightarrow \max, \quad (6)$$

где m – количество поисковых единиц; k – количество районов для поиска СП; p_{ij} – значение вероятности обнаружения СП i -м поисковым средством в j -м районе; x_{ij} – параметр, принимающий значение 1, если i -е поисковое средство назначается для выполнения поиска СП в j -м районе, и 0, если i -е средство не назначается; w_i – априорная вероятность нахождения СП в каждом j -м районе поиска.

При этом необходимо учесть ограничения по времени T необходимого для перемещения в район поиска СП (рисунок 4). Оно должно быть меньше прогнозного времени движения $M(t)$ СП к выбранному объекту $O_1(O_2)$. Для поисковых единиц, зависящих от запаса топлива (например, БПЛА) требуется

учесть максимальное расстояние S^* , преодоление которого позволяет обеспечить выполнение задачи поиска СП. Данное расстояние должно быть минимум равным расстоянию S – расстояние от исходного местоположения поисковой единицы до района поиска (рисунок 4). Например, в случае получения информации о результатах разведки только после возвращения ПЕ на исходное местоположение, запас топлива у ПЕ должен быть такой, чтобы обеспечивалось бы прохождение расстояния не менее $2 \cdot S$ ($S^* = 2 \cdot S$).

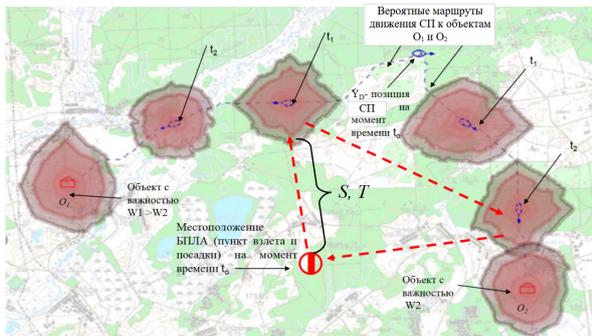


Рисунок 4. Параметры распределения поисковых единиц по предполагаемым зонам местонахождения субъекта

С учетом вышеуказанных ограничений выражение для целевой функции $P(x)$ запишется следующим образом

$$P(x) = \sum_{i=1}^m w_i \cdot \Pi_i(r, t) \cdot \left[1 - \prod_{j=1}^k (1 - u_{ij} A_{ij} p_{ij} x_{ij}) \right] \rightarrow \max, \quad (7)$$

где u_{ij} – целочисленная переменная, равная 1, при выполнении условия $T_{ij} < M_{ij}(t)$ между i -ой поисковой единицей и j -м районом поиска и равная 0 в противном случае; c_{ij} – целочисленная переменная, равная 1, при выполнении условия $S^*_{ij} \geq S_{ij}$ между i -ой поисковой единицей и j -м районом поиска и равная 0 в противном случае.

Искомое распределение должно обеспечить максимизацию целевой функции $P(x)$ при условии, что каждая из поисковых единиц обязательно назначается на какой-либо из районов поиска. Суммарное значение компонент вектора x_j ($j = 1, 2 \dots k$) для этого условия должно быть равным единице, т. е.:

$$\sum_{j=1}^k x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (8)$$

Выражения (7) и (8) представляют собой нелинейную оптимизационную задачу выбора лучшего

распределения разнородных поисковых единиц по всем динамически изменяющимся во времени районам вероятного местоположения СП.

Анализ сформированной оптимизационной задачи показывает, что с увеличением текущего времени (что в принятых условиях равносильно приближению СП к одному из объектов) большее влияние на выбор последовательности просмотра зон приобретают значения показателя Π (степени опасности приближения к объектам) что соответствует необходимости проводить поиск именно там. При малых значениях текущего времени (прошедшего после обнаружения СП) большее влияние на выбор последовательности приобретает близость ПЕ к предполагаемой траектории.

Не останавливаясь на способе ее решения (он основан на построении итерационной процедуры уточнения начального частного решения) обратим внимание, что каждый новый расчет перераспределения ПЕ приводит к улучшению решения задачи по показателю p_{ij} . Это связано с возможностью задействовать ПЕ из районов, в которых поиск СП был завершен. При этом, для того чтобы оценить, насколько повысится оперативность поиска и во сколько раз возрастет значение функции $P(x)$ потребуется исследовать предлагаемую формализацию на конкретных примерах.

Заключение

Таким образом, предложенная математическая формализация позволит руководителю обоснованно выбрать вариант организации поисковых мероприятий на основе принятых предположений о поведении СП и допустимого применения своих поисковых сил и средств. В условиях отсутствия какой-либо достоверной информации о местонахождении и предполагаемых действиях СП, это будет способствовать оперативному обнаружению местоположения СП и, соответственно, эффективному решению задач противодействия. Наиболее подходящим методом решения сформированной оптимизационной задачи является нейросетевой. В этом случае отсутствует необходимость сведения задачи к известному (аналитическому, статистическому или какому-то эвристическому) методу ее решения. А достаточно записать целевую функцию и систему ограничений через функцию энергии нейронной сети [3] (как это принято для сети Хопфилда [4]). Эти теоретические и практические вопросы предполагается рассмотреть отдельно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Булойчик В. М. Решение задачи перехвата и блокирования вооруженного незаконного формирования с использованием цифровой карты местности / В. М. Булойчик [и др.] // Наука и воен. безопасность. – 2016. – № 3 (50). – С. 23–29.
2. Вентцель Е. С. Исследование операций / Е. С. Вентцель. – М. : Советское радио, 1972. – 430 с.
3. Жук А. А. Нейросетевой метод решения нелинейной задачи оптимального распределения неоднородного ресурса / А. А. Жук, В. М. Булойчик // Системный анализ и прикладная информатика. – 2021. – № 1. – С. 45–52.
4. J. J. Hopfield, D. W. Tank. «Neural» Computation of Decisions in Optimization Problems // Biological Cybernetics. – 1985. – № 52. – P. 141–152.

REFERENCES

1. Buloichik V. M. Reshenie zadachi perehvata i blokirovaniya vooruzhennogo nezakonnogo formirovaniya s ispol'zovaniem tsifrovoi karty mestnosti / V. M. Buloichik [i dr.] // Nauka i voen. bezopasnost'. – 2016. – № 3 (50). – S. 23–29.
2. Venttsel' E. S. Issledovanie operatsii / E. S. Venttsel'. – M. : Sovetskoe radio, 1972. – 430 s.
3. Zhuk A. A. Neurosetevoi metod resheniya nelineinoi zadachi optimal'nogo raspredeleniya neodnorodnogo resursa / A. A. Zhuk, V. M. Buloichik // Sistemyi analiz i prikladnaya informatika. – 2021. – № 1. – S. 45–52.
4. J. J. Hopfield, D. W. Tank. «Neural» Computation of Decisions in Optimization Problems // Biological Cybernetics. – 1985. – № 52. – P. 141–152.

ZHUK A.A., BULOICHYK V.M.

FORMALIZATION OF THE PROBLEM OF SEARCH WITH THE UNKNOWN SITE OF THE SUBJECT ON DISTRICT

*Military academy Republic of Belarus
Minsk, Republic of Belarus*

Article material is devoted a question of acceptance of the administrative decision on the organisation of search of some subject, capable to apply destructive actions in relation to object of special attention. Characteristic line of a similar problem is necessity of decision-making on management of the divisions appointed for search in the conditions of absence of the authentic initial information on a site of the subject, the limited available forces and sharp deficiency of time.

Keywords: *a search problem, mathematical programming, quasi-optimal distribution, an efficiency estimation*



Жук Андрей Александрович, доцент, кандидат технических наук, область научных интересов – системный анализ, методы математического программирования, методы и алгоритмы нейросетевой технологии обработки информации.

Zhuk A.A., PhD, associate professor, deputy head of the Department of Information and computing systems, Military academy Republic of Belarus.

E-mail: k210@tut.by



Булойчик Василий Михайлович, профессор, доктор технических наук, основное направление научной деятельности – разработка специального математического и программного обеспечения для автоматизированных систем управления, компьютерных военных игр и тренажных систем; разработка методов нейросетевой обработки информации и их применение в системах военного назначения.

Buloichyk V.M., Doctor of technical sciences, professor, head of Research laboratory of modeling military actions, Military academy Republic of Belarus.

E-mail: vas-mih@tut.by