

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Физика»

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ

Учебно-методическое пособие
для студентов специальностей
7-07-0732-01 «Строительство зданий и сооружений»,
7-07-0732-02 «Инженерные сети, оборудование зданий и сооружений»,
6-05-0732-02 «Экспертиза и управление недвижимостью»

*Рекомендовано учебно-методическим объединением
по образованию в области строительства и архитектуры*

Минск
БНТУ
2024

УДК 537.31 (075.6)

ББК 22.33я7

И88

А в т о р ы :

*А. К. Есман, Н. П. Юркевич, Г. К. Савчук, А. И. Бибик,
Г. Л. Зыков, С. В. Попко, В. А. Потачиц*

Р е ц е н з е н т ы :

*А. И. Слободянюк
И. Ф. Медведева*

И88 Методы определения показателя адиабаты : учебно-методическое пособие для студентов специальностей 7-07-0732-01 «Строительство зданий и сооружений», 7-07-0732-02 «Инженерные сети, оборудование зданий и сооружений», 6-05-0732-02 «Экспертиза и управление недвижимостью» / А. К. Есман [и др.]. – Минск : БНТУ, 2024. – 44 с.
ISBN 978-985-31-0034-1

В пособии представлены материалы для проведения лабораторного практикума по изучению адиабатного процесса и первого начала термодинамики. На основе первого начала термодинамики изложена классическая теория теплоемкости идеальных газов. Рассмотрен политропный процесс, включающий в себя все изопроцессы и, в частности, адиабатный процесс.

Подробно описаны экспериментальные методы определения показателя адиабаты акустическим методом и методом Клемана-Дезорма. Студентам предлагается сравнить полученное значение показателя адиабаты для воздуха с его теоретическим значением, рассматривая воздух как двухатомный газ, и сделать вывод о точности проведенных измерений и достоверности использованных методов.

УДК 537.31 (075.6)

ББК 22.33я7

ISBN 978-985-31-0034-1

© Белорусский национальный
технический университет, 2024

СОДЕРЖАНИЕ

Лабораторная работа 1 (№ 11). ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ	4
1.1. Состояние термодинамической системы. Термодинамический процесс	4
1.2. Внутренняя энергия термодинамической системы. Работа газа при изменении его объема. Первое начало термодинамики.....	5
1.3. Внутренняя энергия идеального газа	8
1.4. Теплоемкость многоатомных газов. Недостаточность классической теории теплоемкостей.....	12
1.5. Адиабатический процесс	15
1.6. Определение отношения молярных теплоемкостей воздуха при постоянном давлении и постоянном объеме методом адиабатического расширения	19
1.7. Порядок выполнения лабораторной работы	22
1.8. Контрольные вопросы.....	25
Лабораторная работа 2 (№ 34). ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА В ВОЗДУХЕ И ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ АКУСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ	26
2.1. Первое начало термодинамики. Теплоемкости газов	26
2.2. Политропный процесс.....	32
2.3. Определение скорости звука в воздухе.....	36
2.4. Определение показателя адиабаты акустическим методом.....	37
2.5. Описание установки	39
2.6. Порядок выполнения лабораторной работы	40
2.7. Контрольные вопросы.....	43
Литература	44

Лабораторная работа 1 (№ 11)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ МЕТОДОМ АДИАБАТНОГО РАСШИРЕНИЯ

Цель работы: изучить теорию теплоемкостей многоатомных газов; методом адиабатического расширения (методом Клемана-Дезорма) экспериментально определить показатель адиабаты воздуха; определить число степеней свободы молекул воздуха.

Приборы и принадлежности: баллон с двумя кранами, соединенный с насосом и манометром; две линейки; секундомер.

1.1. Состояние термодинамической системы. Термодинамический процесс

Термодинамика – это раздел физики, изучающий наиболее общие свойства макроскопических систем и способы передачи и превращения энергии в таких системах.

Совокупность взаимодействующих между собой физических тел, выделенная из окружающего пространства реальной или мысленной границей, называется **термодинамической системой**. Остальная часть пространства является внешней средой. Примером термодинамической системы может служить жидкость и находящийся с ней в соприкосновении пар. В частности, система может состоять из одного твердого, жидкого или газообразного тела.

Термодинамическая система может находиться в разных состояниях, отличающихся температурой, давлением, объемом, плотностью и т. д. Величины, характеризующие состояние системы, называются **параметрами состояния**. Два состояния называются разными, если для них неодинаковы значения хотя бы одного термодинамического параметра.

Если значения всех термодинамических параметров постоянны во времени, то такое состояние называется **стационарным**. Стационарное состояние является **равновесным**, если его неизменность во времени не обусловлена протеканием каких-либо процессов во внешних по отношению к данной системе телах.

Состояние, в котором хотя бы один из параметров не имеет определенного значения, называется **неравновесным**.

Переход системы из одного состояния в другое называется **термодинамическим процессом**. Такой переход всегда связан с нарушением равновесия системы. Поясним сказанное примером. Пусть в теплоизолированном сосуде, закрытом поршнем, находится газ в равновесном состоянии. При сжатии газа повышается давление в первую очередь вблизи поршня. Нарушение равновесия будет тем значительнее, чем быстрее двигается поршень. Если двигать поршень очень медленно, то равновесие нарушается незначительно; в пределе при бесконечно медленном сжатии давление газа будет иметь в каждый момент времени определенное значение. Следовательно, очень медленный (квазистатический) процесс является равновесным.

Равновесное состояние на диаграмме изображают точкой, а равновесный процесс – непрерывной кривой.

1.2. Внутренняя энергия термодинамической системы.

Работа газа при изменении его объема.

Первое начало термодинамики

Внутренней энергией системы называется сумма кинетической энергии движения и потенциальной энергии взаимодействия частиц, образующих систему.

Внутренняя энергия, как и потенциальная энергия в механике, определяется с точностью до постоянной, зависящей от выбора состояния, в котором внутренняя энергия системы принимается равной нулю. Поэтому под внутренней энергией системы понимают только такие ее составляющие, которые изменяются в рассматриваемых термодинамических процессах. Так, для идеального газа его внутренняя энергия равна сумме кинетических энергий теплового движения молекул, а энергии взаимодействия атомов в молекулах, электронов между собой и с ядрами атомов, а также энергии взаимодействия нуклонов в ядрах не учитываются, так как в тепловых процессах энергия упомянутых выше процессов не изменяется. При определении внутренней энергии системы не учитывается кинетическая энергия движения системы и потенциальная энергия системы во внешнем силовом поле.

Внутренняя энергия является **функцией состояния системы**. Это значит, что система в заданном состоянии принимает единственное значение внутренней энергии. Приращение внутренней энергии при переходе из одного состояния в другое равно разности значений ΔU в конечном и начальном состояниях независимо от пути, по которому совершался переход.

Внутреннюю энергию системы можно изменить либо **путем совершения над системой работы A'** , либо **путем сообщения ей количества теплоты Q** . Количество энергии, переданной системе внешними телами при силовом взаимодействии между ними, называется **работой, совершенной над системой**. В соответствии с третьим законом Ньютона система совершает над внешними телами работу $A = -A'$.

Совокупность микроскопических процессов, приводящих к передаче энергии от одной термодинамической системы к другой, носит название **теплопередачи**.

Теплопередача осуществляется путем конвекции теплопроводности и излучения. Количество энергии, переданное от системы к системе путем теплопередачи, определяется **количеством теплоты Q** .

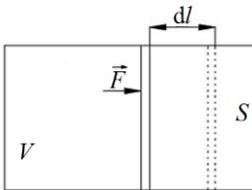


Рис. 1.1. Расширение газа под поршнем

Рассмотрим газ, находящийся под поршнем в цилиндрическом сосуде (рис. 1.1). Газ, расширяясь, передвигает поршень на бесконечно малое расстояние dl , производя над ним элементарную работу:

$$\delta A = Fdl = pSdl = pdV,$$

где S – площадь поршня;

dV – бесконечно малое изменение объема системы;

p – давление газа.

Итак,

$$\delta A = pdV. \quad (1.1)$$

Полную работу A , совершаемую газом при изменении его объема от V_1 до V_2 , находим путем интегрирования равенства (1.1):

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV. \quad (1.2)$$

Из уравнения состояния идеального газа Клапейрона-Менделеева

$$pV = \frac{m}{M} RT, \quad (1.3)$$

где m – масса газа;

T – температура газа;

M – молярная масса газа;

$R = 8,31$ Дж / (моль · К) – универсальная газовая постоянная, следует, что давление p газа зависит не только от объема V , но и от абсолютной температуры T газа.

Меняя в ходе процесса различным образом температуру, можно перевести систему из начального состояния в конечное бесчисленным множеством способов. Каждому из этих способов будет соответствовать свое значение полной работы (1.2).

Таким образом, работа A не определяется заданием начального и конечного состояний системы, ее величина зависит от способа перехода системы из начального состояния в конечное. Поэтому работа газа является **функцией процесса**.

Малые количества теплоты и работы обозначают через δQ и δA .

Из закона сохранения энергии следует, что при переходе термодинамической системы из состояния 1 в состояние 2 изменение внутренней энергии системы $\Delta U = U_2 - U_1$ должно быть равно сумме работы A' , совершаемой над системой внешними силами, и количества теплоты Q , сообщаемой системе:

$$\Delta U = A' + Q. \quad (1.4)$$

Учитывая, что $A = -A'$, формулу (1.4) перепишем в виде:

$$Q = \Delta U + A. \quad (1.5)$$

Это уравнение является математической записью **первого начала термодинамики**, которое можно сформулировать так: **теплота Q , сообщаемая системе, расходуется на приращение внутренней энергии ΔU системы и на совершение системой работы A над внешними телами.**

Для малого изменения состояния системы первое начало термодинамики (1.5) можно представить в виде:

$$\delta Q = dU + \delta A. \quad (1.6)$$

Выражение (1.6) представляет собой **первое начало термодинамики в дифференциальной форме.**

В выражении (1.6) все три слагаемых могут быть положительными, отрицательными либо равными нулю. При $\delta A > 0$ система совершает работу над внешними телами, при $\delta A < 0$ внешние тела совершают работу над системой, при $\delta A = 0$ работа не совершается. Если $\delta Q > 0$ – система получает теплоту, если $\delta Q < 0$ – система теплоту отдает.

Если в результате термодинамического процесса система возвращается в исходное состояние, то $\Delta U = 0$. Тогда, согласно (1.5), $A = Q$.

Если $\Delta U = 0$ и $Q = 0$, то $A = 0$. Это значит, что **невозможен процесс, единственным результатом которого является совершение работы без каких бы то ни было изменений в других телах.** Механизм, в котором осуществлялся бы такой процесс, называется **вечным двигателем первого рода.** Таким образом, из первого начала термодинамики следует **невозможность создания вечного двигателя первого рода.**

1.3. Внутренняя энергия идеального газа

Газ называется **идеальным**, если взаимодействие между молекулами пренебрежимо мало, молекулы лишь упруго сталкиваются друг с другом и собственным объемом молекул можно пренебречь. Для идеального газа внутренняя энергия сводится только к сумме кинетических энергий всех молекул.

Всякий реальный газ при достаточном разрежении близок по своим свойствам к идеальному. Например, водород и гелий

при комнатной температуре и атмосферном давлении очень мало отличаются от идеального газа.

Среднюю кинетическую энергию молекул идеального газа определим из сравнения основного уравнения молекулярно-кинетической теории с уравнением Клапейрона-Менделеева.

Основное уравнение молекулярно-кинетической теории устанавливает связь между давлением газа p и средней величиной кинетической энергии поступательного движения одной молекулы $\langle \varepsilon \rangle$:

$$p = \frac{2}{3} n \langle \varepsilon \rangle, \quad (1.7)$$

где n – концентрация (число молекул в единице объема газа).

Универсальную газовую постоянную R в **уравнении Клапейрона-Менделеева** (1.3) выразим через постоянную Больцмана k :

$$R = kN_A,$$

где $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹ – постоянная Авогадро.

Число молей газа можно вычислить как

$$\nu = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_A} = \frac{Nk}{R},$$

где N – число молекул.

Подставим число молей ν в уравнение $pV = \frac{m}{M} RT$, найдем давление p газа на стенки сосуда:

$$p = \frac{\nu RT}{V} = \frac{Nk}{R} \frac{RT}{V} = \frac{N}{V} kT = nkT. \quad (1.8)$$

Сопоставляя уравнения (1.7) и (1.8), находим:

$$\frac{2}{3} n \langle \varepsilon \rangle = nkT.$$

Откуда

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2} kT. \quad (1.9)$$

Согласно (1.9), абсолютная температура пропорциональна средней кинетической энергии поступательного движения молекул. Соотношение (1.9) раскрывает **молекулярно-кинетический смысл абсолютной температуры T : температура тела есть количественная мера энергии теплового движения молекул.**

Кроме средней кинетической энергии поступательного движения, молекулы идеального газа обладают также средней кинетической энергией вращательного движения.

Для учета средней кинетической энергии вращательного движения следует ввести число степеней свободы.

Число степеней свободы молекулы называется число независимых переменных, полностью определяющих положение молекулы в пространстве. В общем случае положение молекулы в пространстве (рис. 1.2) определяется шестью независимыми координатами: тремя линейными (x , y , z) и тремя угловыми (α , β , γ). Следовательно, число степеней свободы произвольно движущейся в пространстве молекулы равно шести, из которых три поступательных и три вращательных.

Ввиду полной хаотичности движения молекул все виды их движения одинаково вероятны. Поэтому **на каждую степень свободы молекулы приходится в среднем одинаковая энергия.** Это положение получило название **теоремы Больцмана.**

Молекулу одноатомного газа, например гелия, можно представить как материальную точку, вращение которой вокруг собственных осей не изменит ее положения в пространстве. Поэтому на вращательное движение такой молекулы приходится бесконечно малая энергия. Следова-

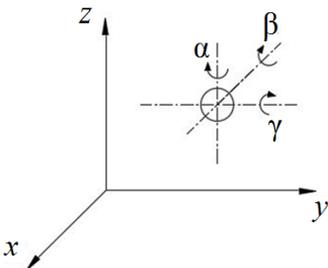


Рис. 1.2. Координаты, определяющие положение молекулы в пространстве

тельно, одноатомной молекуле соответствуют три поступательных степени свободы:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{3}{2}kT = \frac{mv_x^2}{2} + \frac{mv_y^2}{2} + \frac{mv_z^2}{2},$$

где v_x , v_y и v_z – скорости поступательного движения молекулы вдоль соответствующих координат.

Так как

$$\frac{mv_x^2}{2} = \frac{mv_y^2}{2} = \frac{mv_z^2}{2} = \frac{1}{2}kT,$$

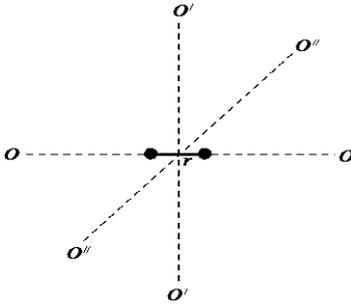


Рис. 1.3. Вращательные степени свободы двухатомной молекулы

то на каждую степень свободы молекулы приходится в среднем одинаковая энергия, равная $\frac{1}{2}kT$.

Эта формулировка получила название закона равномерного распределения энергии по степеням свободы молекул.

Молекулу двухатомного газа типа кислорода можно представить как систему жестко связанных атомов с постоянным расстоянием r между ними (рис. 1.3). Вращательные степени свободы соответствуют вращениям вокруг осей $0'0'$ и $0''0''$, вращение же вокруг оси 00 не приводит к изменению положения молекулы в пространстве. Поэтому имеем:

$$\langle \varepsilon \rangle = \langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle + \langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle = 3 \cdot \frac{1}{2}kT + 2 \cdot \frac{1}{2}kT = \frac{5}{2}kT.$$

В действительности расстояние r не является постоянным и двухатомная молекула может иметь дополнительные степени свободы, обусловленные внутренним колебательным движением:

$$\langle \varepsilon_{\text{кол}} \rangle = \langle \varepsilon_{\text{кин}} \rangle + \langle \varepsilon_{\text{потен}} \rangle = \frac{1}{2}kT + \frac{1}{2}kT = kT.$$

Следовательно,

$$\langle \varepsilon \rangle = \langle \varepsilon_{\text{п}} \rangle + \langle \varepsilon_{\text{вр}} \rangle + \langle \varepsilon_{\text{кол}} \rangle = 3 \cdot \frac{1}{2} kT + 2 \cdot \frac{1}{2} kT + 2 \cdot \frac{1}{2} kT = \frac{7}{2} kT.$$

Таким образом, средняя энергия молекулы равна:

$$\langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} kT, \quad (1.10)$$

где i – сумма числа поступательных, вращательных и удвоенного числа колебательных степеней свободы молекулы.

Теперь можно определить внутреннюю энергию одного моля идеального газа, учитывая (1.10):

$$U_M = N_A \cdot \langle \varepsilon \rangle = \frac{i}{2} N_A kT,$$

и в соответствии с равенством $R = kN_A$ получаем:

$$U_M = \frac{i}{2} RT.$$

Для любого числа моль идеального газа внутренняя энергия:

$$U = \frac{m}{M} \cdot \frac{i}{2} RT. \quad (1.11)$$

Из (1.11) следует, что внутренняя энергия идеального газа зависит только от температуры T газа.

1.4. Теплоемкость многоатомных газов.

Недостаточность классической теории теплоемкостей

Удельной теплоемкостью называется количество теплоты, которое нужно сообщить единице массы вещества для нагревания его на 1 К, т. е.

$$C_{\text{уд}} = \frac{1}{m} \cdot \frac{\delta Q}{dT}, [C_{\text{уд}}] = \text{Дж} / (\text{кг} \cdot \text{К}). \quad (1.12)$$

Молярной теплоемкостью называется количество теплоты, необходимое для нагревания одного моля вещества на 1 К, т. е.

$$C = \frac{m}{M} \cdot \frac{\delta Q}{dT}, [C] = \text{Дж} / (\text{моль} \cdot \text{К}). \quad (1.13)$$

Величины $C_{\text{уд}}$ и C связаны соотношением $C = MC_{\text{уд}}$.

Так как теплота Q не является функцией состояния, то теплоемкость зависит от вида процесса, при котором нагревается вещество. Для газа наибольший интерес представляют два случая, когда его нагревают при постоянном объеме или при постоянном давлении. В первом случае говорят о теплоемкости при постоянном объеме, во втором – о теплоемкости при постоянном давлении.

Если нагревание газа производится при $V = \text{const}$, газ не совершает работу над внешними телами (см. формулу (1.1)) и вся сообщаемая газу теплота идет на увеличение внутренней энергии: $\delta Q = dU$. Тогда молярная теплоемкость газа при постоянном объеме, согласно (1.11) и (1.13), равна:

$$C_V = \frac{i}{2} R. \quad (1.14)$$

Если газ нагревается при $p = \text{const}$, то

$$C_p = \frac{M}{m} \left(\frac{dU}{dT} + \frac{\delta A}{dT} \right) = \frac{M}{m} \cdot \frac{dU}{dT} + \frac{M}{m} p \frac{dV}{dT}. \quad (1.15)$$

Так как U не зависит от вида процесса, то первое слагаемое равно C_V . Второе слагаемое преобразуем, продифференцировав уравнение Менделеева-Клапейрона при $p = \text{const}$: $p dV = \frac{m}{M} R dT$.

В результате получаем, что

$$C_p = C_V + R. \quad (1.16)$$

Выражение (1.16) называется **уравнением Майера**. Из (1.15) и (1.16), вытекает, что при изобарическом нагревании газа на 1 К **универсальная газовая постоянная численно равна работе, совершаемой одним молем**.

С учетом (1.14) выражение (1.16) для C_p можно представить в виде:

$$C_p = \frac{i+2}{2} R. \quad (1.17)$$

Из приведенной выше классической теории теплоемкости, в основе которой лежит закон о равномерном распределении энергии по степеням свободы для идеального газа, вытекают следующие пункты:

1) величины C_p и C_V для газов зависят лишь от числа степеней свободы молекул независимо от рода газа и кратны $\frac{R}{2}$;

2) теплоемкости не зависят от температуры.

Анализ экспериментальных данных показывает, что для всех веществ, в том числе и для газов, теплоемкость зависит от температуры. Так, при достаточно низких температурах теплоемкость быстро убывает с понижением температуры и стремится к нулю при $T \rightarrow 0$. Лишь для **одноатомных газов** выводы классической теории теплоемкости хорошо согласуются с опытом в широком интервале температур.

На рис. 1.4 представлена экспериментальная зависимость молярной теплоемкости двухатомного водорода (H_2) от температуры. Из приведенного графика видно, что при низких температурах

$C_V = \frac{3}{2} R$, при средних темпе-

ратурах $C_V = \frac{5}{2} R$ и лишь при очень высоких температурах C_V достигает расчетного значения $C_V = \frac{7}{2} R$.

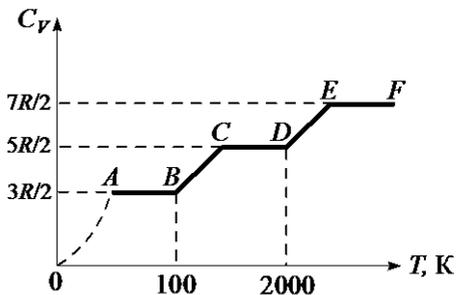


Рис. 1.4. Зависимость молярной теплоемкости C_V водорода от температуры

Полное объяснение экспериментальных данных по теплоемкости дается квантовой теорией теплоемкости газов. Согласно квантовой теории, энергия вращательного и колебательного движений молекулы квантуется: она может иметь не любые, а лишь определенные дискретные значения. Интервалы между допустимыми значениями энергии для колебательного движения много больше, чем для вращательного движения. Энергия же поступательного движения молекулы не квантуется.

подавляющая часть молекул газа обладает энергией, близкой к средней энергии $\langle \epsilon \rangle$, которая имеет значение порядка kT (см. (1.10)). Изменение энергии молекул происходит в процессе их соударения друг с другом или со стенками сосуда. В том случае, когда передаваемая в этих соударениях энергия меньше интервала между уровнями энергии вращательного движения $\Delta \epsilon_{\text{вращ}}$, вращательное движение молекул возбудиться не может и многоатомная молекула ведет себя как одноатомная. Именно такая ситуация имеет место при низких температурах (участок AB на рис. 1.4). В точке B средняя энергия молекул $\langle \epsilon \rangle$ уже достаточна для возбуждения их вращательного движения. При повышении температуры все большая часть молекул вовлекается во вращательное движение (участок BC). Участок CD соответствует ситуации, когда все молекулы участвуют во вращательном движении. При дальнейшем повышении температуры величина $\langle \epsilon \rangle$ становится сравнимой с величиной интервала между уровнями энергии колебательного движения $\Delta \epsilon_{\text{колеб}}$, и начинают возбуждаться колебания молекул (участок DE). Прямая EF соответствует тому, что все молекулы участвуют в колебательном движении.

Таким образом, при **низких температурах** теплоемкость газа обусловлена **только поступательными степенями свободы**, при **средних (комнатных) температурах** – **поступательными и вращательными степенями свободы**, при **высоких температурах** вклад в теплоемкость дают **поступательные, вращательные и колебательные степени свободы**.

1.5. Адиабатический процесс

Адиабатическим изменением состояния системы называется такое изменение, которое протекает **без обмена теплотой между системой и окружающей средой**. Для протекания адиабатического

процесса система должна быть окружена нетеплопроводящими стенками. Так как в природе таких стенок не существует, то всякий реальный процесс может происходить лишь как некоторое приближение к адиабатическому. Близкими к адиабатическим являются быстропротекающие процессы, при которых обмен теплом с внешней средой не успевает осуществиться.

Из первого начала термодинамики для адиабатического процесса следует, что $\delta A = -dU$, т. е. работа совершается за счет уменьшения внутренней энергии системы. Из соотношений $\delta A = -dU$ и формул (1.1), (1.2) и (1.14) следует, что

$$pdV = -\frac{m}{M}C_V dT. \quad (1.18)$$

Дифференцируя уравнение Менделеева-Клапейрона (1.3), получаем:

$$pdV + Vdp = \frac{m}{M}RdT.$$

Разделив левую и правую части последнего уравнения соответственно на левую и правую части уравнения (1.18) с учетом уравнения Майера (1.16), имеем:

$$\frac{pdV + Vdp}{pdV} = -\frac{R}{C_V} = -\frac{C_p - C_V}{C_V}.$$

Разделим переменные в последнем уравнении:

$$\frac{dp}{p} = -\gamma \frac{dV}{V}. \quad (1.19)$$

где $\gamma = \frac{C_p}{C_V}$ – **показатель адиабаты**.

Проинтегрировав уравнение (1.19) в пределах от p_1 до p_2 и от V_1 до V_2 , получим:

$$\ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) = -\gamma \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right).$$

Используем свойства функции логарифмов:

$$\begin{aligned}\ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) &= -\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right), \\ \gamma \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right) &= \ln\left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma.\end{aligned}$$

Учитывая, что логарифмы по одному основанию равны, если равны их подлогарифмические выражения, получим:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma$$

или

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma. \quad (1.20)$$

Так как состояния 1 и 2 выбраны произвольно, то из (1.20) следует, что

$$pV^\gamma = \text{const.} \quad (1.21)$$

Выражение (1.21) есть **уравнение адиабаты** идеального газа или **уравнение Пуассона**.

Поскольку $\gamma > 1$, то диаграмма адиабатического процесса в переменных p , V изображается кривой, похожей на изотерму, но идущей более круто (рис. 1.5, кривая 2). Это связано с тем, что при **изотермическом расширении** давление падает потому, что **уменьшается концентрация частиц** газа, в результате чего удары частиц по стенкам сосуда становятся реже. Однако интенсивность

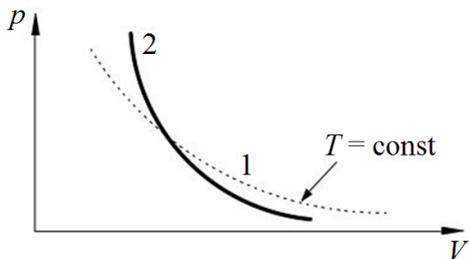


Рис. 1.5. Зависимость давления от объема для изотермического 1 и адиабатического 2 процессов

же температура газа. Удары частиц становятся не только более редкими, но и более слабыми. Поэтому адиабата убывает быстрее изотермы.

В общей теории газовых процессов изотермический, изобарический, изохорический и адиабатический процессы представляют собой частные случаи политропного процесса. **Политропным** называется процесс, протекающий при постоянной теплоемкости вещества.

Аналогично уравнению адиабаты выводится **уравнение политропы**, которое в переменных (p, V) имеет вид:

$$pV^n = \text{const.}$$

Здесь n – показатель политропы, равный

$$n = \frac{C - C_p}{C - C_v},$$

где молярная теплоемкость вещества $C = \text{const}$.

Таблица 1.1

Значение показателя политропы	Уравнение процесса	Название процесса	Молярная теплоемкость
0	$p = \text{const}$	Изобарический	$C_p = C_v + R$
1/2	$pV^{1/2} = \text{const}$	–	$C_p + R$

этих ударов остается прежней: **ведь температура газа не меняется** – значит, **не меняется и средняя кинетическая энергия** его частиц. При адиабатном расширении, наряду с уменьшением концентрации частиц газа, падает так-

Значение показателя политропы	Уравнение процесса	Название процесса	Молярная теплоемкость
1	$pV = \text{const}$	Изотермический	$\pm \infty$
$\gamma = \frac{C_p}{C_V}$	$pV^\gamma = \text{const}$	Адиабатический	0
2	$pV^2 = \text{const}$	–	$C_V - R$
∞	$V = \text{const}$	Изохорный	C_V

Важные частные случаи политропного процесса идеального газа в координатах p , V и соответствующие значения теплоемкостей приведены в табл. 1.1.

1.6. Определение отношения молярных теплоемкостей воздуха при постоянном давлении и постоянном объеме методом адиабатического расширения

Прибор для осуществления адиабатического расширения воздуха (рис. 1.6) представляет собой баллон с насосом, манометром и двумя кранами K_1 и K_2 . Первоначально воздух находится при атмосферном давлении p_0 и температуре T_0 . Выделим мысленно внутри баллона порцию воздуха, ограниченную замкнутой поверхностью. На рис. 1.6 эта поверхность изображена пунктиром. В различных процессах воздух, заключенный в эту оболочку, будет расширяться и сжиматься, совершая работу против давления окружающего воздуха и обмениваясь с ним теплом.

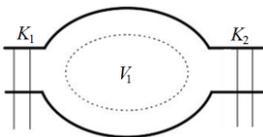


Рис. 1.6. Адиабатическое расширение воздуха

В баллон при открытом кране K_1 и закрытом кране K_2 с помощью насоса подается дополнительное количество воздуха. Далее кран K_1 закрывается. Через некоторое время температура воздуха в баллоне сравнивается с температурой окружающего воздуха T_0 (что соответствует пре-

кращению изменений показаний манометра). После этого манометром измеряется давление p_1 воздуха в баллоне. Объем выделенной порции газа обозначим через V_1 .

Затем на короткое время открывают кран K_2 , в результате чего давление воздуха в баллоне, а значит и выделенной порции газа, сравнивается с атмосферным давлением p_0 . При этом воздух рассматриваемой порции расширяется до объема V_2 , совершив работу против давления окружающего воздуха. Вследствие этого температура данной порции воздуха понизится до значения T . Такой быстрый переход можно считать адиабатическим (рис. 1.7, кривые 1–2).

Потом кран K_2 закрывают, и воздух в баллоне, а значит и рассматриваемая порция газа, постепенно нагреваются до температуры T_0 окружающей среды. Через некоторое время, когда прекратятся изменения показаний

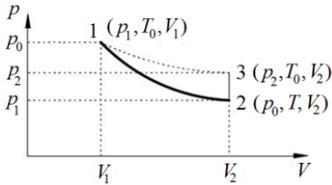


Рис. 1.7. Процессы, протекающие при адиабатическом расширении воздуха в PV -диаграмме

Состояние 1: p_1, T_0, V_1 .

Состояние 2: p_0, T, V_2 .

Состояние 3: p_2, T_0, V_2 .

Из состояния 1 в состояние 2 газ перешел адиабатически, поэтому, согласно (1.20), имеем:

$$p_1 V_1^\gamma = p_0 V_2^\gamma. \quad (1.22)$$

В состояниях 1 и 3 газ имеет одинаковую температуру, поэтому:

$$p_1 V_1 = p_2 V_2. \quad (1.23)$$

Возведем уравнение (1.23) в степень γ и разделим его по частям на уравнение (1.22). Тогда получим:

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^\gamma = \frac{p_0}{p_1}. \quad (1.24)$$

Прологарифмировав (1.24), имеем:

$$\gamma = \frac{\ln \frac{p_0}{p_1}}{\ln \frac{p_2}{p_1}}. \quad (1.25)$$

Расчетную формулу (1.25) для малых изменений давлений можно упростить.

Давление p_1 представим в виде:

$$p_1 = p_0 + \alpha h_1, \quad (1.26)$$

где p_0 – атмосферное давление;

h_1 – разность уровней жидкости в коленях манометра после накачивания воздуха в баллон;

α – коэффициент перехода от произвольных делений шкалы к единицам давления.

Аналогично имеем:

$$p_2 = p_0 + \alpha h_2, \quad (1.27)$$

где h_2 – разность уровней жидкости в коленях манометра после выпуска воздуха из баллона. Давление p_0 в выражениях (1.25)–(1.27) можно исключить.

$$p_0 = p_1 - \alpha h_1;$$

$$p_2 = p_0 + \alpha h_2 = p_1 - \alpha(h_2 - h_1). \quad (1.28)$$

Подставив (1.28) в (1.27), получим:

$$\gamma = \frac{\ln \frac{p_1 - \alpha h_1}{p_1}}{\ln \frac{p_1 - \alpha(h_1 - h_2)}{p_2}} = \frac{\ln \left(1 - \frac{\alpha h_1}{p_1} \right)}{\ln \left(1 - \frac{\alpha(h_1 - h_2)}{p_1} \right)}. \quad (1.29)$$

Из математики известно, что выражение $\ln(1 - x) \approx -x$ при малых значениях x . Величины $\frac{\alpha h_1}{p_1}$ и $\frac{\alpha(h_1 - h_2)}{p_1}$ в выражении (1.29) малы. С учетом указанного приближения из (1.29) получаем формулу

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}, \quad (1.30)$$

которая является расчетной формулой для определения **показателя адиабаты** γ в данной работе.

1.7. Порядок выполнения лабораторной работы

1. Ознакомьтесь со схемой установки и положением кранов «открыт», «закрыт» (рис. 1.8, 1.9).

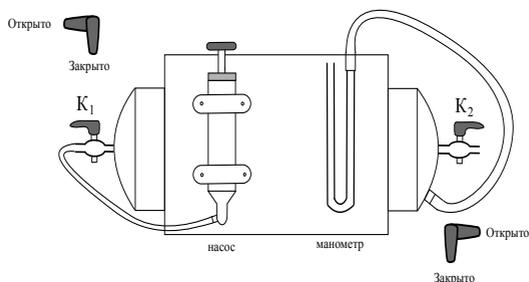


Рис. 1.8. Вид расположения кранов K_1 и K_2 в положении «открыт» и «закрыт» на схеме установки

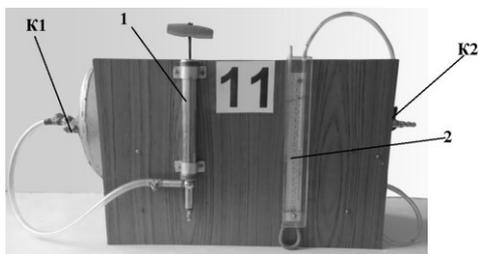


Рис. 1.9. Вид установки

2. Зарисуйте в рабочую тетрадь табл. 1.2.

Таблица 1.2

№ п/п	h_1 , мм	h_2 , мм	γ	$\gamma_{\text{ср}}$	$\Delta\gamma = \gamma_{\text{ср}} - \gamma_i $	$\gamma_{\text{ср}} \pm (\Delta\gamma)_{\text{ср}}$
1						
2						
3						
4						
5						

3. При закрытом кране K_2 и открытом кране K_1 с помощью насоса 1 накачайте воздух в баллон. Воздух накачивайте так, чтобы разность уровней жидкости в манометре 2 не превышала 15 см.

4. Закройте кран K_1 . После накачки давление и температура в баллоне повысятся. Это адиабатный процесс. Со временем давление в баллоне начнет уменьшаться вследствие того, что газ в баллоне начнет охлаждаться за счет теплообмена через стенки баллона. Это изохорный процесс.

5. Подождите 3 мин (время следует засекают по секундомеру). Когда температура воздуха внутри баллона сравнится с температурой окружающего воздуха, измерьте величину давления h_1 , которая определяется по разности уровней жидкости в U-образном манометре 2 (рис. 1.8, 1.9).

6. Полученные данные занесите в табл. 1.2.

7. Откройте кран K_2 на 2 с, за это время воздух в баллоне будет адиабатно расширяться до атмосферного давления. При этом температура в баллоне понизится. Закройте кран K_2 .

8. Давление в баллоне будет увеличиваться вследствие того, что газ в баллоне начнет нагреваться за счет теплообмена через стенки баллона. **Это изохорный процесс. Подождите 3 мин.** В течение этого времени температура воздуха внутри баллона сравняется с температурой окружающего баллон воздуха.

9. Измерьте по **разности уровней жидкости в U-образном манометре 2** величину давления h_2 .

10. Для каждого этапа эксперимента можно написать соответствующие уравнения адиабаты и изохоры. Получится система уравнений. Решение системы дает формулу для вычисления показателя адиабаты γ в виде:

$$\gamma = \frac{h_1}{h_1 - h_2}.$$

11. Измерения произведите 5 раз, результаты заносите в табл. 1.2.

12. Определите среднее значение величины показателя адиабаты γ_{cp} для воздуха по формуле:

$$\gamma_{\text{cp}} = \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \gamma_3 + \gamma_4 + \gamma_5}{5}.$$

13. Рассчитайте среднюю абсолютную погрешность величины γ :

$$(\Delta\gamma)_{\text{cp}} = \frac{\sum_{i=1}^5 |\gamma_i - \gamma_{\text{cp}}|}{5}.$$

14. Округлите абсолютную погрешность и показатель адиабаты. Результат запишите в виде:

$$\gamma_{\text{cp}} \pm (\Delta\gamma)_{\text{cp}}.$$

15. Вычислите число степеней свободы для молекул воздуха:

$$i = 2 / (\gamma - 1).$$

16. **Сделайте выводы**, сравнивая полученное значение γ с теоретическим значением для двухатомного газа и с табличным значением для воздуха.

1.8. Контрольные вопросы

1. Что изучает термодинамика?
2. Какой газ называется идеальным?
3. Как вычисляется внутренняя энергия идеального газа?
4. Как вычисляется работа газа при изменении его объема?
5. Сформулируйте первое начало термодинамики.
6. Что такое вечный двигатель первого рода?
7. Запишите основное уравнение молекулярно-кинетической теории и поясните величины, входящие в это уравнение.
8. Каков физический смысл абсолютной температуры?
9. Что такое степени свободы и как они определяются для одноатомного и двухатомного газов?
10. Сформулируйте закон распределения энергии по степеням свободы.
11. Дайте определения удельной и молярной теплоемкостей.
12. Выведите уравнение Майера.
13. В чем недостаточность классической теории теплоемкости?
14. Какой процесс называется адиабатным? Запишите первое начало термодинамики для этого процесса.
15. Выведите уравнение Пуассона.
16. Какой процесс называется политропным? Запишите уравнение состояния политропного процесса.
17. Выведите расчетную формулу для определения показателя адиабаты в данной работе.

Лабораторная работа № 2 (№ 34)

ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ЗВУКА В ВОЗДУХЕ И ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ АКУСТИЧЕСКИМ МЕТОДОМ

Цель работы: изучить классическую теорию теплоемкости и политропный процесс для идеального газа; для адиабатного процесса с помощью звуковой стоячей волны в трубке-резонаторе (методом акустического резонанса) определить скорость звука в воздухе и показатель адиабаты воздуха.

Приборы и принадлежности: осциллограф С1-127/1; звуковой генератор ГЗ-109; полый цилиндр (резонатор) с телефоном и микрофоном.

2.1. Первое начало термодинамики. Теплоемкости газов

Термодинамика – раздел физики, изучающий наиболее общие свойства макроскопических систем и способы передачи и превращения энергии в таких системах.

Под **макроскопической системой** понимается любая физическая система, состоящая из достаточно большого числа частиц, например атомов или молекул. Как правило, под словом «большого» подразумевается количество атомов или молекул, сравнимое с их количеством в одном моле. Число молекул в одном моле называется **числом Авогадро** N_A . Оно приблизительно равно $6,02 \cdot 10^{23}$, то есть числу атомов углерода ^{12}C , суммарная масса которых составляет 12 грамм.

Одним из основных термодинамических законов является первое начало термодинамики. **Первое начало термодинамики** есть закон сохранения энергии для термодинамических систем. В дальнейшем в качестве термодинамической системы будем рассматривать только идеальный газ.

Идеальный газ – это газ, удовлетворяющий условиям:

1) молекулы газа малы по сравнению с линейными размерами сосуда, в котором они находятся, то есть их суммарный объем принимается равным нулю;

2) взаимодействие молекул между собой и со стенками сосуда происходит по законам абсолютно упругого удара;

3) молекулы не взаимодействуют между собой на расстоянии;

4) между столкновениями молекулы движутся по инерции.

Состояние идеального газа описывается **уравнением Клапейрона-Менделеева**:

$$PV = \frac{m}{\mu} RT, \quad (2.1)$$

где m – масса газа;

μ – молярная масса;

T – абсолютная температура по шкале Кельвина ($T = t (^{\circ}C) + 273$);

$R = 8,31$ Дж/(моль·К) – универсальная газовая постоянная.

Таким образом, состояние идеального газа описывается термодинамическими параметрами: **при нормальных условиях ($P = 101,325$ кПа, $T = 273,15$ К) воздух близок к идеальному газу.**

Реальные процессы зачастую разбивают на элементарные процессы, тогда первое начало термодинамики записывается в дифференциальной форме:

$$\delta Q = dU + \delta A. \quad (2.2)$$

Первое начало термодинамики в интегральной форме гласит: **теплота Q , сообщаемая системе, расходуется на изменение внутренней энергии системы ΔU и на совершение системой работы A против внешних сил:**

$$Q = \Delta U + A.$$

Теплота – мера теплового энергетического воздействия тел, возникающая при наличии разности их температур.

Внутренняя энергия для идеального газа складывается только из кинетической энергии поступательного, вращательного и колебательного хаотического (теплового) движений молекул газа. В модели идеального газа не учитывают потенциальную энергию взаимодействия молекул.

Символ **dU** означает **бесконечно малое изменение внутренней энергии** и показывает, что внутренняя энергия газа есть полный диф-

ференциал, т. е. функция состояния системы. Это означает, что после совершения системой кругового процесса и возвращения ее в исходное состояние, полное изменение внутренней энергии равно нулю.

Символом δ обозначается **бесконечно малое значение величин**, которые не являются полными дифференциалами, например, бесконечно малое значение теплоты δQ и бесконечно малое значение работы δA . Это означает, что количество теплоты и работа есть функции процесса, т. е. они зависят от вида процесса, который совершается над системой.

Работа газа характеризует изменение его энергии в результате макроскопического воздействия (например, давления на поршень). Работа газа при изменении его объема от V_1 до V_2 определяется выражением:

$$A = \int_1^2 \delta A, \quad (2.3)$$

где $\delta A = PdV$.

Способность тела накапливать тепловую энергию характеризуется величиной, называемой теплоемкостью.

Теплоемкость тела C численно равна количеству теплоты, которое необходимо сообщить телу или отнять от него, чтобы изменить его температуру на 1 градус, т. е.

$$C = \frac{\delta Q}{dT}. \quad (2.4)$$

Единица измерения $[C] = \text{Дж} / \text{К}$.

Удельная теплоемкость c численно равна количеству теплоты, которое необходимо сообщить 1 кг вещества, чтобы изменить его температуру на 1 градус, т. е.

$$c = \frac{\delta Q}{mdT}. \quad (2.5)$$

Здесь m – масса вещества. Единица измерения $[c] = \text{Дж} / (\text{кг} \cdot \text{К})$.

Молярная теплоемкость C_μ численно равна количеству теплоты, которое нужно сообщить 1 молью вещества для изменения температуры на 1 градус, т. е.

$$C_\mu = \frac{\delta Q}{\nu dT}. \quad (2.6)$$

Здесь ν – число молей вещества. Единица измерения $[C_\mu] = \text{Дж} / (\text{моль} \cdot \text{К})$. Из выражений (2.5) и (2.6) следует, что удельная теплоемкость связана с молярной теплоемкостью соотношением

$$c = \frac{C_\mu}{\mu}.$$

Теплоемкость газа зависит от вида процесса. Найдем молярные теплоемкости при постоянном объеме C_V и постоянном давлении C_p . Для вычисления этих теплоемкостей необходимо ввести понятие о числе степеней свободы молекулы вещества.

Числом степеней свободы i молекулы вещества называется число независимых параметров (координат), однозначно определяющих положение молекулы в пространстве.

Для одноатомного газа, например гелия He, число степеней свободы атома $i = 3$, т. к. три координаты (x, y, z) задают положение атома (который принимается аналогом материальной точки) в пространстве.

Молекулы двухатомного газа, например кислорода O_2 , можно рассматривать как гантель (пренебрегая колебаниями атомов при низких температурах), положение которой определяется тремя независимыми декартовыми координатами ее центра масс и двумя независимыми координатами, описывающими вращение вокруг центра масс (вращение «гантели» вокруг ее оси не рассматривается). Тогда число степеней свободы двухатомного газа равно $i = 3 + 2 = 5$. Для газов, молекулы которых состоят из трех и более атомов и являются трехмерными объектами, число степеней свободы равно сумме трех поступательных и трех вращательных координат, то есть $i = 3 + 3 = 6$.

При высоких температурах (порядка 1000 К и более) необходимо также учитывать степени свободы, связанные с колебательным движением атомов, образующих молекулу, относительно ее центра масс.

Термодинамическим определением температуры является выражение, связывающее среднюю кинетическую энергию теплового поступательного движения молекулы одноатомного газа с числом степеней свободы, равным 3, с абсолютной термодинамической температурой:

$$\langle E_0 \rangle = \frac{3}{2} kT,$$

где T – абсолютная температура;

$k = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К – постоянная Больцмана.

По закону о равномерном распределении энергии по степеням свободы на одну степень свободы молекулы газа в состоянии равновесия при нормальных условиях при температуре T приходится в среднем энергия, равная $\frac{1}{2} kT$.

Для одного моля идеального газа с числом степеней свободы i , содержащего $N_A = 6,02 \cdot 10^{23}$ молекул, внутренняя энергия равна:

$$U_\mu = \langle E_0 \rangle N_A = \frac{i}{2} kTN_A = \frac{i}{2} RT,$$

где $R = kN_A$ – универсальная газовая постоянная.

Тогда внутренняя энергия $\nu = \frac{m}{\mu}$ молей идеального газа:

$$U = \nu U_\mu = \frac{m}{\mu} \frac{i}{2} RT. \quad (2.7)$$

Необходимо учитывать, что не всегда подведение к системе тепла приводит к изменению ее внутренней энергии.

Например, при изотермическом расширении идеального газа подведение тепла не сопровождается увеличением внутренней энергии газа. Внутренняя энергия идеального газа зависит только от

температуры и при изотермическом процессе не меняется, но газ совершает работу, и величина этой работы равна подводимому к системе количеству тепла.

Точно так же и совершение внешними силами механической работы над системой может не сопровождаться изменением ее внутренней энергии. Если сжимать идеальный газ, принимая меры для того, чтобы его температура при этом не увеличивалась, то внутренняя энергия газа останется без изменения, а к окружающим телам перейдет некоторое количество тепла, равное совершенной над газом при его сжатии работе. Применяя первый закон термодинамики, необходимо всегда внимательно оценивать параметры термодинамической системы.

Покажем, что при увеличении температуры внутренняя энергия системы может оставаться неизменной. Кажется, что данное утверждение противоречит выражению для внутренней энергии. Однако, если, используя уравнение Клапейрона-Менделеева (2.1), мы преобразуем его к виду $U = \frac{i}{2} PV$, то легко сможем сделать вывод, что

внутренняя энергия газа, находящегося в **негерметичном** помещении с постоянным объемом, будет оставаться неизменной вследствие утечки части молекул в окружающую среду для выравнивания давления **даже при повышении температуры**.

Первое начало термодинамики (2.2) и выражение для внутренней энергии (2.7) позволяют установить связь молярных теплоемкостей для изохорного ($V = \text{const}$) и изобарного ($P = \text{const}$) процессов с числом степеней свободы молекул.

Первое начало термодинамики для $V = \text{const}$ ($\delta A = 0$) принимает вид $\delta Q = dU$. Тогда молярная теплоемкость при постоянном объеме в силу (2.6) и (2.7) равна:

$$C_V = \left(\frac{\delta Q}{\nu dT} \right)_V = \frac{dU}{\nu dT} = \frac{i}{2} R. \quad (2.8)$$

С учетом (2.8) изменение внутренней энергии (2.7) запишется как

$$dU = C_V \frac{m}{\mu} dT. \quad (2.9)$$

Первое начало термодинамики для изобарного процесса ($P = \text{const}$) будет иметь вид:

$$\delta Q = dU + \delta A = dU + PdV.$$

Молярная теплоемкость при постоянном давлении равна:

$$C_P = \left(\frac{\delta Q}{\nu dT} \right)_P = \frac{dU}{\nu dT} + \frac{PdV}{\nu dT}. \quad (2.10)$$

Последнее слагаемое в выражении (2.10) легко определяется из уравнения состояния идеального газа (Клапейрона-Менделеева): $PdV = \nu R dT$. Окончательно выражение (2.10) с учетом (2.8) примет вид:

$$C_P = C_V + R. \quad (2.11)$$

Формула (2.11) называется **формулой Майера**.

Так как $C_V = \frac{i}{2}R$, то $C_P = \frac{i+2}{2}R$.

Из выражения (2.8) и формулы Майера (2.11) следует, что молярные теплоемкости при постоянном объеме и постоянном давлении *не зависят от рода газа, а определяются только степенями свободы молекулы*, то есть для всех одноатомных газов равны: $C_V = 12,47$ Дж / (моль · К), $C_P = 20,78$ Дж / (моль · К); для двухатомных – $C_V = 20,78$ Дж / (моль · К), $C_P = 29,09$ Дж / (моль · К); для трехатомных – $C_V = 24,93$ Дж / (моль · К), $C_P = 33,24$ Дж / (моль · К).

2.2. Политропный процесс

Состояние термодинамической системы (например, сосуда с газом) характеризуется набором **термодинамических параметров**: давлением P , объемом V , абсолютной температурой T , концентрацией молекул (их числом в единице объема) и т. д.

Термодинамическим процессом называется переход системы из одного состояния в другое, когда меняется хотя бы один из термодинамических параметров.

Изопроцесс – это процесс, при котором остается постоянным один из термодинамических параметров.

Политропным называется процесс, протекающий при постоянной теплоемкости тела $C = \text{const}$.

Политропный процесс включает в себя другие процессы как частные случаи: изотермический ($T = \text{const}$), изобарный ($P = \text{const}$), изохорный ($V = \text{const}$), адиабатный (без теплообмена, $\delta Q = \text{const}$).

Получим уравнение политропы идеального газа в переменных P, V . Исходя из первого начала термодинамики, имеем:

$$\delta Q = dU + \delta A .$$

Для одного моля, исходя из выражений (2.9), (2.3) и (2.4), $dU_{\mu} = C_V dT$, $\delta A = PdV$, $\delta Q = CdT$, тогда

$$CdT = C_V dT + PdV \text{ или } (C - C_V) dT = PdV. \quad (2.12)$$

Возьмем дифференциал от обеих частей уравнения состояния идеального газа (2.1), записанного для одного моля газа $PV = RT$:

$$VdP + PdV = RdT,$$

откуда

$$dT = \frac{VdP + PdV}{R}. \quad (2.13)$$

Подставляем (2.13) в (2.12):

$$(C - C_V) \frac{(VdP + PdV)}{R} = PdV.$$

Преобразуем последнее равенство:

$$\begin{aligned} (C - C_V)VdP + (C - C_V)PdV &= RPdV, \\ (C - C_V)VdP + (C - C_V - R)PdV &= 0. \end{aligned}$$

Так как из выражения (2.11) $R = C_p - C_v$, то

$$(C - C_v)VdP + (C - C_p)PdV = 0.$$

Разделяя переменные (делим обе части выражения на произведение PV), получаем:

$$(C - C_v)\frac{dP}{P} + (C - C_p)\frac{dV}{V} = 0$$

или

$$\frac{dP}{P} + \frac{(C - C_p)}{(C - C_v)} \frac{dV}{V} = 0.$$

После интегрирования получим:

$$\ln P + \frac{C - C_p}{C - C_v} \ln V = \ln(\text{const}),$$

$$\ln P + \ln V^{\frac{C - C_p}{C - C_v}} = \ln(\text{const}),$$

$$\ln \left(PV^{\frac{C - C_p}{C - C_v}} \right) = \ln(\text{const});$$

$$PV^{\frac{C - C_p}{C - C_v}} = \text{const}. \quad (2.14)$$

Введем **показатель политропы n** :

$$n = \frac{C - C_p}{C - C_v}. \quad (2.15)$$

Подставив (2.15) в (2.14), приходим к **уравнению политропы**:

$$PV^n = \text{const}. \quad (2.16)$$

В качестве частных случаев уравнение политропы (2.16) содержит уравнения других изопроцессов.

Все изопроцессы можно представить в виде табл. 2.1.

Таблица 2.1

n	C	Уравнение изопроцесса	Название процесса
0	C_P	$P = \text{const}$	Изобарный
1	$\pm \infty$	$PV = \text{const}$	Изотермический
∞	C_V	$V = \text{const}$	Изохорный
γ	0	PV^γ	Адиабатный

Адиабатным называется процесс, протекающий без теплообмена с окружающей средой, т. е. $\delta Q = 0$. На практике адиабатными являются быстропотекающие процессы, когда не успевает произойти теплообмен системы с окружающими телами.

Теплоемкость $C = \frac{\delta Q}{dT}$ при адиабатном процессе, когда $\delta Q = 0$, равна нулю, т. е. $C = 0$. Тогда из показателя политропы: $n = \frac{C - C_P}{C - C_V} = \frac{C_P}{C_V} = \gamma$, где γ – показатель адиабаты. **Уравнение адиабаты** в переменных P, V имеет вид:

$$PV^\gamma = \text{const.}$$

Показатель адиабаты

$$\gamma = \frac{C_P}{C_V} = \frac{i + 2}{i} \quad (2.17)$$

есть отношение молярных теплоемкостей при постоянном давлении и при постоянном объеме и определяется степенями свободы молекул газа.

2.3. Определение скорости звука в воздухе

Звук, или **акустические волны**, представляет собой процесс распространения колебаний в упругой среде с частотой колебаний $16 \text{ Гц} \leq \nu \leq 20 \text{ кГц}$.

В воздухе (газе) возможны только деформации сжатия и растяжения (сдвиг невозможен), и потому наблюдаются только **продольные звуковые волны**, когда смещение частиц среды при прохождении волны происходит вдоль направления распространения волны.

Для определения скорости звука применяют акустический резонатор, представляющий собой трубку, в которой столб воздуха ограничен с обеих сторон.

Звуковая волна, идущая от источника колебаний (в данном случае от закрепленного на конце трубы микрофона, связанного со звуковым генератором), достигнув противоположного конца трубы, распространяется в обратном направлении. При наложении падающей и отраженной волн вследствие интерференции образуется стоячая волна (рис. 2.1).

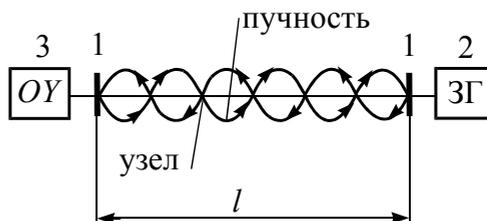


Рис. 2.1. Возникновение стоячих звуковых волн в полном цилиндре: l – микрофоны; 2 – звуковой генератор; 3 – осциллограф

В закрытом резонаторе звуковая волна отражается от среды с большей плотностью, при этом волна меняет фазу на противоположную, т. е. на π , и на концах образуются **узлы**, в которых колебания частиц воздуха отсутствуют (амплитуда равна 0).

Точки стоячей волны, в которых амплитуда колебаний максимальна, называются **пучностями**.

Так как в закрытом резонаторе укладывается целое число длин полувольт, то условие возникновения стоячей волны в закрытом резонаторе имеет вид:

$$l = \frac{\lambda}{2} k,$$

где l – длина резонатора;

λ – длина бегущей волны;

$k = 0, 1, 2, 3, \dots$

Стоячую волну можно получить либо изменяя длину резонатора (l) при постоянной частоте (ν) колебаний источника, либо изменяя ν при неизменной длине резонатора.

Пусть при некоторой частоте ν_0 возникает N стоячих полуволн, при частоте $\nu_k - (N + k)$ стоячих полуволн, при частоте $\nu_m - (N + m)$ стоячих полуволн. Тогда $l = \frac{\lambda_1}{2}(N + k)$, $l = \frac{\lambda_2}{2}(N + m)$.

Так как скорость волны в среде $v = \lambda\nu$, то для частот ν_k и ν_m имеем:

$$v = \frac{2l}{N + k} \nu_k, \quad v = \frac{2l}{N + m} \nu_m.$$

Исключая из последних уравнений величину N , получаем **рабочую формулу** для определения скорости звука в воздухе:

$$v = \frac{2l(\nu_m - \nu_k)}{m - k}. \quad (2.18)$$

Из выражения (2.18) следует, что скорость стоячей волны зависит от длины резонатора l и частот ν_k и ν_m .

2.4. Определение показателя адиабаты акустическим методом

Известно, что скорость распространения звуковой продольной волны в сплошной среде, в частности в воздухе, равна:

$$v = \sqrt{\frac{E}{\rho}},$$

где ρ – плотность среды;

E – модуль Юнга (модуль упругости).

Физический смысл модуля Юнга следует из **закона Гука** для механического напряжения:

$$\sigma = E\varepsilon = E \frac{\Delta l}{l_0}, \quad (2.19)$$

где σ – **механическое напряжение**, равное отношению силы, приложенной к телу, к площади его поперечного сечения, т. е. $\sigma = \frac{F}{S}$;

$[\sigma] = \text{Па}$;

ε – относительная деформация, равная отношению абсолютной деформации $\Delta l = l - l_0$ (l – размеры тела после деформации) к первоначальной длине тела l_0 .

Тогда из (2.19) следует: **модуль Юнга равен** такому напряжению σ , при котором относительная деформация $\varepsilon = 1$, а длина тела увеличивается в 2 раза.

При прохождении **звука в воздухе закон Гука** имеет вид:

$$dP = -E \frac{dV}{V},$$

где dP – изменение давления воздуха при прохождении звуковой волны, аналогично механическому напряжению σ из (2.19);

$\frac{dV}{V}$ – относительное изменение объема воздуха, аналогично относительной деформации ε из (2.19).

Знак минус означает, что при увеличении объема происходит уменьшение давления.

Последнее соотношение можно переписать в виде:

$$E = -V \frac{dP}{dV}. \quad (2.20)$$

Опыт показывает, что звуковые колебания протекают столь быстро, что сжатие и расширение воздуха являются адиабатными (без теплообмена). Найдем выражение $\frac{dP}{V}$, дифференцируя уравнение адиабаты $PV^\gamma = \text{const}$:

$$V^\gamma dP + \gamma V^{\gamma-1} P dV = 0.$$

Откуда получаем:

$$\frac{dP}{dV} = -\gamma \frac{P}{V}. \quad (2.21)$$

Подставляя (2.21) в (2.20), имеем

$$E = \gamma P.$$

Тогда скорость продольной звуковой волны в воздухе $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

с учетом E равна:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma P}{\rho}},$$

где P и ρ – давление и плотность невозмущенного волной воздуха.

Так как из уравнения Клапейрона-Менделеева плотность $\rho = \frac{P\mu}{RT}$, то выражение для скорости звука в воздухе принимает вид:

$$v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{\mu}},$$

откуда получаем **рабочую формулу для показателя адиабаты**:

$$\gamma = \frac{v^2 \mu}{RT}. \quad (2.22)$$

Таким образом, для вычисления **показателя адиабаты** необходимо определить скорость звука v в воздухе и абсолютную температуру T воздуха.

2.5. Описание установки

Схема лабораторной установки для определения скорости звука в воздухе и показателя адиабаты акустическим методом показана на рис. 2.2.

Мембрана телефона совершает звуковые колебания с частотой задающего звукового генератора. Эти колебания возбуждают колебания воздушного столба в цилиндре с той же частотой. При этом

в цилиндре возникает стоячая волна. Колебания принимаются через микрофон осциллографом.

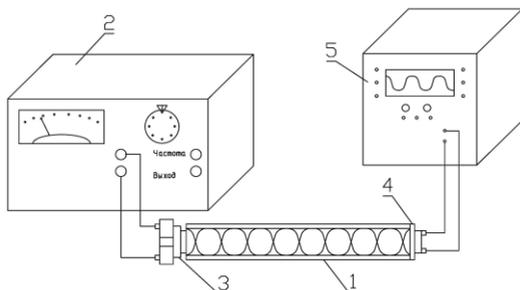


Рис. 2.2. Схема установки для определения скорости звука в воздухе:
 1 – резонатор; 2 – звуковой генератор; 3 – телефон;
 4 – микрофон; 5 – осциллограф

В работе предлагается найти максимумы амплитуды сигнала осциллографа, которые соответствуют пучностям стоячей волны. В таблицу следует записать значения частот, соответствующие этим максимумам. По формуле (2.18) вычислить скорость звука v , а затем по формуле (2.22) вычислить γ . Зная γ (из опыта), рассчитать число степеней свободы молекул воздуха по формуле (2.17).

2.6. Порядок выполнения лабораторной работы

1. Подготовьте приборы к работе. Для этого выполните переключение тумблеров **на генераторе 1** в соответствующие положения (**рис. 2.3**):



Рис. 2.3. Внешний вид звукового генератора

- тумблер **1** поставьте в положение гармонического сигнала «~»;
- множитель частоты **3** переключите в положение **10²**;
- ручка регулировки напряжения **2** должна находиться в крайнем левом положении.

2. Проверьте соединение входа **а** осциллографа **3** с микрофоном (рис. 2.4).

3. Проверьте соединение входа генератора **б** с телефоном.

4. Включите вилки приборов в сеть, включите тумблер **1** «Сеть» на генераторе и тумблер «Сеть» на осциллографе.

5. Ручками «←→», «↑↓» расположите линию развертки в центре экрана осциллографа (рис. 2.4).

6. Подайте напряжение на генераторе (рис. 2.3). Для этого поверните ручку **2** в крайнее правое положение.

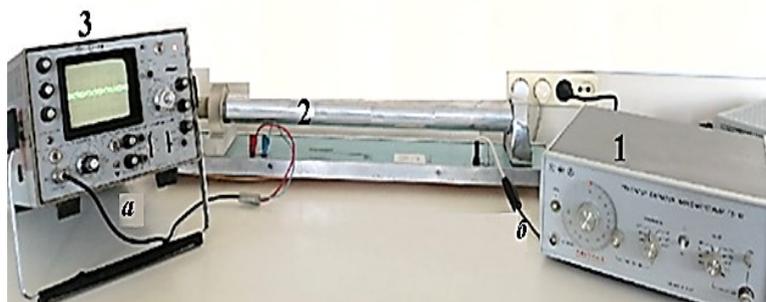


Рис. 2.4. Внешний вид установки

7. Изменяя ручкой **б** частоту на генераторе, начиная с **1000 Гц**, найдите **семь частот, соответствующих максимумам амплитуды сигнала**, то есть пучностям волны.

8. Результаты измерений занесите в табл. 2.2.

Таблица 2.2

ν_1 , Гц	ν_2 , Гц	ν_3 , Гц	ν_4 , Гц	ν_5 , Гц	ν_6 , Гц	ν_7 , Гц

9. Определите четыре значения скорости звуковой стоячей волны по формуле:

$$v = \frac{2l(v_m - v_k)}{m - k},$$

где $l = 0,52$ м – длина акустического резонатора;

m и k – порядковые номера измеряемых частот, при которых на концах резонатора образуются пучности. **Значения m и k желательно выбирать таким образом, чтобы их разность была не менее 3.**

10. Вычислите среднее значение скорости по формуле:

$$v_{\text{ср}} = \frac{v_1 + v_2 + v_3 + v_4}{4}.$$

11. Измерьте температуру воздуха в комнате и переведите ее значение в градусы Кельвина по формуле $T = t (\text{C}^\circ) + 273$.

12. Вычислите показатель адиабаты для воздуха по формуле:

$$\gamma = \frac{v_{\text{ср}}^2 \mu}{RT},$$

где $R = 8,31$ Дж / (моль · К), $\mu = 29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

13. Рассчитайте число степеней свободы молекул воздуха:

$$i = 2 / (\gamma - 1).$$

14. Определите абсолютные погрешности для скоростей: v_1, v_2, v_3, v_4 :

$$\Delta v_i = |v_{\text{ср}} - v_i|; \quad i = 1, 2, 3, 4;$$

15. Вычислите среднюю абсолютную погрешность для скорости:

$$\Delta v = \frac{\Delta v_1 + \Delta v_2 + \Delta v_3 + \Delta v_4}{4}.$$

16. Определите относительную погрешности для скорости:

$$\varepsilon_v = \frac{\Delta v}{v_{\text{cp}}} \cdot 100 \%.$$

17. Произведите округления и запишите результат в виде $v = v_{\text{cp}} \pm \Delta v$.

18. Сделайте выводы.

2.7. Контрольные вопросы

1. Сформулируйте первое начало термодинамики.
2. Какой газ можно считать идеальным?
3. Определите понятия внутренней энергии и работы идеального газа.
4. Дайте определение теплоемкости тела, удельной и молярной теплоемкостей.
5. Что такое число степеней свободы молекулы газа и как оно связано с ее энергией?
6. Получите формулу Майера.
7. Поясните качественно (без формулы Майера), почему C_p больше, чем C_v .
8. Запишите теплоемкости для адиабатного и изотермического процессов.
9. Дайте определение политропного процесса и выведите его уравнение в переменных P, V .
10. Какой процесс называется адиабатным? Получите уравнения изопроцессов, используя уравнение политропы.
11. Выведите формулу для определения скорости звука в воздухе.
12. Выведите формулу для определения показателя адиабаты акустическим методом.

Литература

1. Савельев, И. В. Курс общей физики : учеб. пособие для студентов вузов по техническим направлениям и специальностям: в 4 т. / под общ. ред. В. И. Савельева. – 2-е изд. – М. : Кнорус, 2012. – Т. 1 : Механика. Молекулярная физика и термодинамика. – 528 с.
2. Кужир, П. Г. Сборник задач по общему курсу физики : учеб. пособие для высших учебных заведений: в 2 ч. / П. Г. Кужир, Н. П. Юркевич, Г. К. Савчук. – 3-е изд., испр. и доп. – Минск : БНТУ, 2014. – Ч. 1: Механика. Статистическая физика и термодинамика. – 220 с.
3. Иродов, И. Е. Физика макросистем. Основные законы : учеб. пособие / И. Е. Иродов. – 7-е изд. – М : Лаборатория знаний, 2018. – 207 с.
4. Детлаф, А. А. Курс физики : учеб. пособие для вузов / А. А. Детлаф, Б. М. Яворский. – 7-е изд. – М. : Академия, 2008. – 720 с.
5. Механические волны : пособие для студентов специальностей 1-70 02 02 «Промышленное и гражданское строительство», 1-70 04 02 «Теплогасоснабжение, вентиляция и охрана воздушного бассейна», 1-70 04 03 «Водоснабжение, водоотведение и охрана водных ресурсов», 1-70 03 02 «Мосты, транспортные тоннели и метрополитены» / сост.: А. К. Есман [и др.]. – Минск : БНТУ, 2020. – 50 с.

Учебное издание

ЕСМАН Александр Константинович
ЮРКЕВИЧ Наталья Петровна
САВЧУК Галина Казимировна и др.

МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ПОКАЗАТЕЛЯ АДИАБАТЫ

Учебно-методическое пособие
для студентов специальностей
7-07-0732-01 «Строительство зданий и сооружений»,
7-07-0732-02 «Инженерные сети, оборудование зданий и сооружений»,
6-05-0732-02 «Экспертиза и управление недвижимостью»

Редактор *Н. Д. Будкин*
Компьютерная верстка *А. В. Степанкиной*

Подписано в печать 01.08.2024. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 2,62. Уч.-изд. л. 1,37. Тираж 100. Заказ 135.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.