УДК 627.533.2:51.001.57

В.А.ХАВИЧ, канд. техн. наук (ЦНИИКИВР)

МЕТОД РАСЧЕТА НЕУСТАНОВИВШЕГОСЯ ДВИЖЕНИЯ ВОДЫ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ К МАТЕМАТИЧЕСКОМУ МОДЕЛИРОВАНИЮ ПОЛОВОДИЙ

Процесс неустановившегося движения воды описывается следующими уравнениями:

$$-\frac{\partial Z}{\partial s}+\frac{\alpha v}{g}\,\frac{\partial v}{\partial s}+\frac{\alpha_0}{g}\,\frac{\partial v}{\partial t}+\frac{Q|Q|}{K^2}=0; \tag{1}$$

$$\frac{\partial Q}{\partial s}+\frac{\partial \omega}{\partial t}=0, \tag{2}$$

где Z – отметка уровня свободной поверхности воды; v – средняя скорость течения; α –коэффициент Кориолиса; α_0 – коэффициент Буссинеска; K – модуль расхода; Q – расход; ω – площадь поперечного сечения потока; g – ускорение свободного падения; s – продольная координата; t – время.

В общей постановке задача решения уравнений неустановившегося движения заключается в определении зависимостей $Z = Z(s, t)$ и $Q = Q(s, t)$ при задании условий

$$Q(s,0) = Q(s), \qquad 0 \leqslant s \leqslant l; \tag{3}$$

$$Z(s,0) = Z(s), \qquad 0 \leqslant s \leqslant l; \tag{4}$$

$$Q(0,t) = Q(t), \qquad t_0 \leqslant t \leqslant T; \tag{5}$$

$$Z(l) = Z(Q) \quad \text{или} \quad Z(l,t) = Z(t). \tag{6}$$

Большинство из известных способов решения системы (1–6) основано на использовании конечно-разностных методов. При этом применяются явные или неявные разностные схемы. Использование явных схем связано с введением чрезвычайно мелких шагов по времени для обеспечения устойчивости решения, что требует больших затрат машинного времени.

Неявные схемы применительно к линейным уравнениям устойчивы при любых шагах по времени. В большинстве случаев для нелинейных и квазилинейных задач вида (1–6) нет доказательств сходимости или хотя бы устойчивости разностных схем. Поэтому прибегают к предварительной линеаризации задачи и на основании анализа выдвигают соображения об устойчивости и сходимости. Однако такой способ не является строго обоснованным и в некоторых случаях может привести к неверным результатам [1].

Нами использован способ, в основе которого лежит разложение сложного процесса неустановившегося движения воды на составляющие его элементы. В соответствии с теорией волновых процессов, параметры потока в заданном створе реки формируются в результате взаимодействия прямой и обратной волн. При этом прямая волна переносит основную часть паводка, которая перемещается под действием силы тяжести со скоростью кинематической волны [2]. Таким образом, можно предположить, что прямая волна перемещает водные массы по направлению течения, в то время как обратная волна, возникающая в результате действия сил трения и сопротивления, определяет положение свободной поверхности потока. Для расчета расходов использована модель кинематической волны, в состав которой входят уравнение неразрывности (2) и однозначная связь расходов воды и площадей живого сечения

$$Q = Q(\omega, s). \tag{7}$$

Для замыкания система (2), (7) дополняется начальным (3) и граничным (5) условиями. Для численного интегрирования уравнений кинематической волны использован метод конечных разностей. При этом производные в уравнении (2) заменены конечными разностями, составленными по трехточечной разностной схеме бегущего счета:

$$\frac{Q_n^m - Q_{n-1}^m}{\Delta s} + \frac{\omega_n^m - \omega_n^{m-1}}{\Delta t} = 0. \tag{8}$$

Конечно-разностный аналог зависимости (7) принимает вид

$$\frac{Q_{n-1} + Q_n}{2} = f\left(\frac{\omega_{n-1} + \omega_n}{2} \Delta s\right). \tag{9}$$

Разностная схема (бегущего счета) имеет первый порядок аппроксимации, устойчива и надежна в расчете [1]. Хотя формально эта схема считается неявной, фактически при расчете она ведет себя как явная. Значения Q_n^m в схемах (8) и (9) выражаются через Q_{n-1}^m, ω_n^m и ω_n^{m-1}. Значение решения на нулевом слое $Q_0^n = Q(S_n)$ известно из начального условия. На следующем (первом) слое $Q_0^1 = Q(t_1)$ в силу граничного условия вычисляется Q_1^1. Затем, зная решение на первом слое, точно так же вычисляем его на втором слое (Q_1^2) и так для всех слоев первой ячейки. Используя полученные значения Q_1^m для узлов первой ячейки в качестве граничного условия, находим решение для всех слоев второй ячейки (Q_2^m). Так вычисляются расходы во всех узлах разностной сетки.

Модель кинематической волны широко применяется при расчетах движения паводков на реках и речных системах в тех случаях, когда кривые расходов можно считать однозначными [3, 4].

Известно, что в связи с изменениями уклона водной поверхности в периоды подъема и спада паводков эта однозначность нарушается, что проявляется в виде паводочных петель на кривых расхода. Показано [5–7], что изменения уклона, вызванные неустановившимся характером движения половодий и паводков на равнинных реках, не превышают 5 %, а максимальная погрешность расчета не превышает 2,5 % [8].

Следовательно, изменение уклона не оказывает существенного влияния на расход, а неоднозначность их кривых в паводковые периоды вызвана колебаниями уровней водной поверхности при неустановившемся характере движения воды.

В связи с этим отметки уровней свободной поверхности предлагается рассчитывать по (1), (4) и (6), подставляя в (1) расходы, вычисленные по модели кинематической волны.

Разностный аналог уравнения (1), составленный по трехточечному шаблону, имеет вид

$$\frac{Z_n^m - Z_{n-1}^m}{\Delta s} + \frac{1}{2}\left(\frac{Q_n^2}{K_n^2} + \frac{Q_{n-1}^2}{K_{n-1}^2}\right)^m + \frac{v_n^m}{g}\,\frac{v_n^m - v_{n-1}^m}{\Delta s} +$$

$$+ \frac{1}{g}\,\frac{v_n^m - v_n^{m-1}}{\Delta t} = 0. \qquad (10)$$

Счет ячеек в этом случае выполняется справа налево. В остальном расчет аналогичен задаче определения расходов.

Полученное приближенное решение уточняется итерациями. При этом уравнения кинематической волны больше не используются, что соответствует отказу от допущения однозначности кривых расхода. Уточнение расходов осуществляют по уравнению неразрывности, используя вычисленные на предыдущем шаге значения уровней и соответствующие им объемы воды. Найденные расходы вновь подставляются в уравнение Сен-Венана для расчета уровней.

Осуществляя расчеты половодий для конкретных объектов, выполняют калибровку параметров математической модели по имеющимся наблюдениям за водным режимом. При моделировании половодий на конкретной реке адаптация осуществлялась по гидрологическим условиям ближайшего многоводного 1979 г. Для сопоставления расчетов с натурными измерениями использовались данные гидрометслужбы, а также измеренные в 24 створах по основной реке максимальные уровни весеннего половодья 1979 г. Статистическая обработка отклонений расчетных максимальных уровней от опытных позволила определить стандартное отклонение, которое равно ± 8,56 см при 5 %-м уровне значимости. Результаты свидетельствуют об удовлетворительной сходимости расчетов с натурными измерениями, что подтверждает допустимость основных положений.

Следует отметить абсолютную устойчивость вычислений как по длине водотока, так и во времени.

После идентификации параметров математическая модель была использована для расчета проектных уровней воды в условиях обвалования дамбами затопляемых и незатопляемых польдеров.

Рассматривалось несколько проектных вариантов размещения польдеров. Во всех случаях зона меандрирования полностью оставлялась в междамбовом пространстве, ширина которого назначалась в соответствии с шириной водоохранных зон, рекомендуемых нормативными документами для малых рек на территории БССР. Вначале был рассмотрен вариант двустороннего обвалования русла реки и устьевых участков ее притоков дамбами незатопляемых польдеров при ширине междамбовой полосы 150—1200 м. При этом варианте происходит подъем максимальных уровней по сравнению с существующими условиями до 1,5 м, что вызывает подтопление ряда мелиоративных объектов, расположенных в водосборах притоков.

В связи с этим было рассмотрено еще 4 варианта, где предусматривалось устройство незатопляемых польдеров в сочетании с затопляемыми, размещаемыми между незатопляемыми дамбами при расстоянии 210—1600 м. Узкие участки поймы ограждали только затапливаемыми дамбами, а участки, ширина которых равна водоохранной полосе, не ограждали.

В результате анализа результатов моделирования очередного варианта осуществлялась корректировка положения дамб в районах населенных пунктов, мостов и других участков, где подъем уровней оказывался недопустимым и намечался следующий вариант. Такая последовательность позволила установить наиболее приемлемое инженерное решение. Размещение в пойме реки затопляемых польдеров влияет на режим половодного стока. На фазе подъема половодья, пока уровень воды находится ниже отметок гребня, польдер представляет собой аккумулирующую емкость, затопляемую водой через специальные устройства. При этом часть общего потока задерживается и исключается из дальнейшего течения. Для остальной части польдер представляет собой препятствие, уменьшающее поперечное сечение поймы.

В связи с этим при расчете расходов этого периода в уравнения (8) и (9) включается полное сечение поймы, а при вычислении уровней по (10) часть сечения, занимаемая польдером, исключается из расчета.

Аналогично выполняются расчеты на спаде половодья, когда уровень воды опускается ниже гребня дамбы. В отличие от фазы подъема польдер в этот период возвращает в общее течение накопленную ранее часть объема стока, что учитывается при расчете расходов.

В те периоды, когда уровень воды превышает отметки гребня, характер течения изменяется. Теперь весь поток условно делится на две части, одна из которых протекает мимо, а другая — через затопленный водой польдер. При этом возникает необходимость учета местных сопротивлений, создаваемых поперечными дамбами польдера. При наличии одной поперечной дамбы подпор (Δh) может быть определен из формулы для затопленного водослива с широким порогом

$$\Delta h = \frac{Q_п^2}{2g\varphi^2 b^2 h_п^2},$$

где $Q_п$ — расход части потока воды, текущей через затопляемый польдер, φ — коэффициент скорости, b — ширина водосливного фронта, $h_п$ — глубина подтопления.

Для m поперечных дамб местные потери напора

$$\Delta Z_{мест} = \frac{Q_п^2}{2g} \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\varphi_i^2 b_i^2 h_{пi}^2}. \qquad (11)$$

Потери напора по длине польдера выражаются формулой

$$\Delta Z_{дл} = \frac{Q_п^2}{\overline{K}_п^2} l_п, \qquad (12)$$

где $l_п$ — расчетная длина польдера, $\overline{K}_п$ — средний модуль расхода на участке затопляемого польдера.

Суммируя (11) и (12), получаем расчетную формулу

$$\Delta Z_п = \Delta Z_{мест} + \Delta Z_{дл} = Q_п^2 \left(\frac{l_п}{\bar{K}_п^2} + \frac{1}{2g} \sum_{i=1}^{m} \frac{1}{\varphi_i^2 b_i^2 h_{пi}^2} \right). \quad (13)$$

При расчетах уровней формула (13) используется совместно с уравнением (10) при соблюдении условий

$$Q = Q_п + Q_м, \Delta Z = \Delta Z_п = \Delta Z_м, \quad (14)$$

где $Q_м$ — расход части потока воды, текущей мимо польдера; $\Delta Z_м$ — потери напора этой части потока, определяемые из (10).

Выполненные исследования свидетельствуют о том, что разработанный метод может успешно применяться для расчетов водного режима в сложных русловых системах с поймами при расположении на них затопляемых польдеров. Математическое моделирование половодий на реке показало, что использование затопляемых польдеров является эффективным средством регулирования уровенного режима весенних половодий. Опыт практического использования разработанного метода расчета подтвердил его достоверность, устойчивость и высокую экономичность.

ЛИТЕРАТУРА

1. Калиткин Н.Н. Численные методы. — М., 1978. — 512 с. 2. Стокер Д.Д. Волны на воде. — М., 1959. — С. 613. 3. Грушевский М.С. Неустановившееся движение воды в реках и каналах. — Л., 1982. — 288 с. 4. Кучмент Л.С. Модели процессов формирования речного стока. — Л., 1980. — 143 с. 5. Знаменский В.А. О возможности применения формулы Шези к расчетам паводков на реках // Метеорология и гидрология. — 1961. — № 6. — С. 7—9. 6. Скородумов Д.Е. Вопросы гидравлики пойменных русел в связи с задачами построения и экстраполяции кривых расходов воды // Тр. ГГИ, 1965. Вып. 128. — С. 3—96. 7. Барышников И.Б. Речные поймы. — Л., 1978. — 152 с. 8. Хавич В.А. Допустимые пределы упрощения динамического уравнения неустановившегося движения воды в реках при математическом моделировании // Вопросы гидравлики и инженерной гидрологии. — М., 1983. — С. 113—119.

УДК 627.83:532.533

П.М.БОГОСЛАВЧИК (БПИ)

ИССЛЕДОВАНИЕ КРИВЫХ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА МОДЕЛЯХ ГРУНТОВЫХ ПЛОТИН ПРИ ИХ РАЗМЫВЕ ПЕРЕЛИВОМ

Положение кривой свободной поверхности неравномерного потока в общем случае определяется следующим уравнением:

$$\frac{dh}{dx} = - \frac{i - \dfrac{Q^2}{\omega^2 C^2 R}}{1 - \dfrac{\alpha Q^2}{g} \dfrac{B}{\omega^3}},$$