

НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ БЕТОНА В ОКРЕСТНОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ПУСТОТЫ, ПОДВЕРГНУТОЙ ВНУТРЕННЕМУ ДАВЛЕНИЮ

Вербицкая Ольга Леонидовна, к.т.н., доцент

Белорусский национальный технический университет
пр-т Независимости 65, 220013, г. Минск, Республика Беларусь

***Аннотация:** Рассмотрена задача определения напряженного состояния теплоизоляционного материала в окрестности цилиндрической пустоты с внутренним давлением. Построена модель, содержащая вложенные друг в друга два цилиндра, один из которых моделирует ячейку с избыточным давлением, а второй – теплоизоляционный материал, окружающий эту ячейку. Получены выражения для радиального и тангенциального напряжений в цилиндрическом теле. Эквивалентное напряжение определяется согласно теории прочности Максвелла-Мора. Рассмотрен пример и определены эквивалентные напряжения в окрестности цилиндрической пустоты при различных ее диаметрах.*

***Ключевые слова:** напряженное состояние, цилиндрическая пустота, пора, эквивалентное напряжение*

Рассматривается задача определения напряженного состояния материала в окрестности цилиндрической пустоты с внутренним давлением. Такие пустоты имеются в большинстве теплоизоляционных материалах – керамзит, пустотный кирпич, пенобетон и др. Эта задача имеет практическое значение и появляется в случае замерзания воды, заполняющей пору. При понижении температуры ниже нуля вода внутри пустот замерзает и, образованный при этом лед, расширяется, оказывая внутреннее давление на материал, окружающий стенку такой пустоты. При определенных условиях это может привести к разрушению теплоизоляционного материала.

Для определения напряженного состояния теплоизоляционного материала в окрестности цилиндрической пустоты с внутренним

давлением выделим элементарный объем материала, содержащий одну ячейку круглой цилиндрической формы. Для расчета построим модель, содержащую вложенные друг в друга два цилиндра (рис. 1). Внутренний цилиндр моделирует ячейку с избыточным давлением, а внешний – теплоизоляционный материал, окружающий эту ячейку.

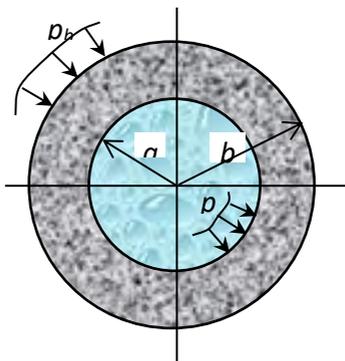


Рис. 1 – Моделирование ячейки с избыточным давлением

Для определения напряженного состояния полого цилиндра, испытывающего равномерное давление на внутреннюю p_a и на внешнюю p_b поверхности, использовано дифференциальное уравнение [1].

$$\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{du}{dr} - \frac{u}{r^2} = 0, \quad (1)$$

где u – радиальное перемещение точек полого цилиндра;

r – радиальная координата текущей точки.

Общий интеграл дифференциального уравнения (1) имеет вид [2]

$$u = Ar + \frac{B}{r}. \quad (2)$$

Коэффициенты A и B вычисляются выражениями (3) и (4), полученными из условий на поверхности полого цилиндра

$$A = \frac{p_a a^2 - p_b b^2}{b^2 - a^2} \cdot \frac{1 - \nu}{E}; \quad (3)$$

$$B = \frac{(p_a - p_b) a^2 b^2}{b^2 - a^2} \cdot \frac{1 + \nu}{E}. \quad (4)$$

Используя физические уравнения и коэффициенты A и B , в теории упругости получены выражения для радиального и тангенциального напряжений (5) и (6) в цилиндрическом теле [1], [2].

$$\sigma_\theta = \frac{p_a a^2 - p_b b^2}{b^2 - a^2} + \frac{(p_a - p_b) a^2 b^2}{(b^2 - a^2) r^2}; \quad (5)$$

$$\sigma_r = \frac{p_a a^2 - p_b b^2}{b^2 - a^2} - \frac{(p_a - p_b) a^2 b^2}{(b^2 - a^2) r^2}. \quad (6)$$

где p_a – равномерное давление на внутреннюю поверхность цилиндра;

a – радиус внутренней поверхности цилиндра, то есть пустоты;

p_b – равномерное давление на наружную поверхность цилиндра;

b – радиус внешней поверхности цилиндра.

Учитывая, что в материале, окружающем ячейку, появляются только радиальные и тангенциальные нормальные напряжения, а касательные напряжения и нормальные напряжения в перпендикулярном к плоскости среза направлении отсутствуют, эквивалентное напряжение в этом случае определяется согласно теории прочности Максвелла-Мора выражением (7).

$$\sigma_{eq} = \sigma_1 - K \sigma_3 \leq \sigma_{red}, \quad (7)$$

где σ_1, σ_3 – главные напряжения, соответственно, равные

$\sigma_1 = \sigma_\theta$ и $\sigma_3 = \sigma_r$; $K = \frac{\sigma_{op}}{\sigma_{oc}}$ – коэффициент, равный отношению

опасного напряжения на растяжение σ_{op} к опасному напряжению на сжатие $\sigma_{oc}; \sigma_{red}$ – предельное напряжение для материала. Эквивалентное напряжение (7) является скаляром и не зависит от направления. Поэтому здесь справедлив принцип суперпозиций, то есть можно суммировать эквивалентные напряжения, вызванные давлением в различных ячейках, учитывая только их удаленность от расчетной точки.

Рассмотрим пример. Исследуем напряженное состояние материала в окрестности цилиндрической пустоты, испытывающей внутреннее давление $P_a = 45$ МПа и внешнее давление $P_b = 0$. Принимаем радиусе активной области, окружающей ячейку $b = 1000$ мм и отношение пределов прочности на растяжение и на сжатие $K = 0,3$ В таблице 1 приведены значения эквивалентных напряжений в окрестности цилиндрической пустоты при разных ее размерах.

Таблица 1. Эквивалентные напряжения в окрестности цилиндрической пустоты при различных ее диаметрах

r, см	Эквивалентные напряжения, σ_{eq} , МПа		
	D=2, см	D=4, см	D=6, см
1	58,50	–	–
2	14,63	58,50	–
3	6,50	26,00	58,50
4	3,66	14,66	32,91
5	2,34	9,36	21,06
6	1,63	6,50	14,63
7	1,19	4,78	10,75
8	0,91	3,66	8,23

Выводы

При увеличении диаметра пустоты эквивалентные напряжения на ее границе превышают предельное значение напряжения и не изменяются по мере увеличения диаметра поры. С увеличением расстояния от поры до расчетной точки эквивалентное напряжение быстро уменьшается. При большом диаметре поры эквивалентное напряжение затухает гораздо медленнее, чем при малом диаметре.

Литература

1. Безухов, Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести / Н.И. Безухов. – М.: Высшая школа. – 1961. – 539 с.
2. Биргер, И.А. Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в 3-х томах. Т.1 / И.А. Биргер, Я.Г. Пановко. – М.: Машиностроение. – 1968. – 832 с.