

<https://doi.org/10.21122/2227-1031-2024-23-5-397-403>

УДК 539.384

Исследование деформаций статически неопределимой балки в промышленных и судостроительных конструкциях

С. В. Гончарова¹⁾, магистр техн. наук В. М. Хвасько¹⁾, студенты Е. А. Гончарова¹⁾, Н. А. Махнач¹⁾

¹⁾Белорусский национальный технический университет (Минск, Республика Беларусь)

© Белорусский национальный технический университет, 2024
Belarusian National Technical University, 2024

Реферат. В статье рассматривается анализ деформаций в статически неопределимой балке на примере киль судна – двутавровой балки, играющей важную роль в обеспечении устойчивости и конструкции судна. Исследование осуществляется с помощью сочетания теоретического и экспериментального подходов. Метод сил выбран для теоретического анализа как универсальный инструмент для статически неопределимых балок, позволяющий оценить деформации и напряжения в различных точках балки. Он включает в себя подбор оптимального сечения, что является преимуществом данного подхода. Метод конечных элементов, реализованный с помощью ПК Ansys 2021 R2, используется для экспериментального анализа и визуализации деформации изгиба. Он обеспечивает более гибкий и мощный инструмент для анализа сложных конструкций, учитывая разнообразные граничные условия. Результаты исследования были сопоставлены, погрешности вычислений оказались минимальными и допустимыми. В статье подчеркивается важность проведения подобных анализов для понимания поведения конструкций под нагрузками и обеспечения их надежности не только в транспортном, но и в промышленном и гражданском строительстве.

Ключевые слова: киль, статически неопределимая балка, поперечный изгиб, деформация, изгибающий момент, условие прочности, двутавр, метод сил, метод конечных элементов

Для цитирования: Исследование деформаций статически неопределимой балки в промышленных и судостроительных конструкциях / С. В. Гончарова [и др.] // *Наука и техника*. 2024. Т. 23, № 5. С. 397–403. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2024-23-5-397-403>

Study of Deformations in Statically Indeterminate Beam in Industrial and Shipbuilding Structures

S. V. Goncharova¹⁾, V. M. Khvasko¹⁾, E. A. Goncharova¹⁾, N. A. Makhnach¹⁾

¹⁾Belarusian National Technical University (Minsk, Republic of Belarus)

Abstract. The paper considers the analysis of deformations in a statically indeterminate beam using the example of a ship's keel – an I-beam that plays an important role in ensuring the stability and structure of the vessel. The research is carried out through a combination of theoretical and experimental approaches. The force method was chosen for theoretical analysis as a universal tool for statically indeterminate beams, allowing to estimate deformations and stresses at various points of the beam. It includes the selection of the optimal cross section, which is an advantage of this approach. The finite element method (FEM), implemented using Ansys 2021 R2 PC, is used for experimental analysis and visualization of bending deformation.

Адрес для переписки

Хвасько Виктория Михайловна
Белорусский национальный технический университет
пр. Независимости, 65,
220013, г. Минск, Республика Беларусь
Тел. +375 17 293-92-36
hvasko.victoriya@gmail.com

Address for correspondence

Khvasko Victoriya M.
Belarusian National Technical University
65, Nezavisimosty Ave.,
220013, Minsk, Republic of Belarus
Tel.: 375 17 293-92-36
hvasko.victoriya@gmail.com

This method provides a more flexible and powerful tool for analyzing complex structures, taking into account a variety of boundary conditions. The results of the study were compared, and the calculation errors turned out to be minimal and acceptable. The paper emphasizes the importance of conducting such analyses to understand the behavior of structures under loads and ensure their reliability not only in transport, but also in industrial and civil construction.

Keywords: keel, statically indeterminate beam, lateral bending, deformation, bending moment, strength criterion, I-beam, method of forces, finite element method

For citation: Goncharova S. V., Khvasko V. M., Goncharova E. A., Makhnach N. A. (2024) Study of Deformations in Statically Indeterminate Beam in Industrial and Shipbuilding Structures. *Science and Technique*. 23 (5), 397–403. <https://doi.org/10.21122/2227-1031-2024-23-5-397-403> (in Russian)

Введение

Основной сферой применения двутавровых балок является создание различных металлических каркасных конструкций для промышленного, транспортного и гражданского строительства. Они нашли широкое применение при возведении колонн, строительстве мостов и высотных зданий, укреплении шахтных стволов, а также в качестве конструктивных элементов набора корпуса транспортных средств. Например, в судостроении главной балкой в корпусе судна является килевая балка (киль), имеющая форму двутавра (рис. 1).

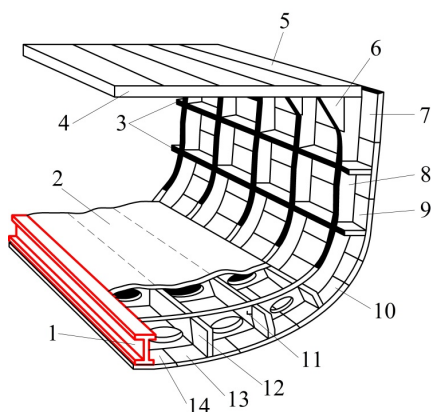


Рис. 1. Смешанный набор корпуса судна:

- 1 – киль; 2 – настил второго дна; 3 – бортовые стрингеры;
- 4 – бимс; 5 – палубный стрингер; 6 – кница; 7 – ширстрек;
- 8 – шпангоут; 9 – бортовой пояс; 10 – скуловой пояс;
- 11 – флор; 12 – днищевой стрингер; 13 – шпунтовой пояс;
- 14 – килевой пояс

Fig. 1. Mixed ship hull set: 1 – keel; 2 – flooring of the second bottom; 3 – side stringers; 4 – beam; 5 – deck stringer; 6 – knitsa; 7 – shearstrek; 8 – frame; 9 – side belt; 10 – zygomatic girdle; 11 – flor; 12 – bottom stringer; 13 – tongue and groove belt; 14 – keel belt

Киль – это конструктивный элемент, расположенный на днище судна. Он представляет собой продольную балку, проходящую от носа (передней части) до кормы (задней части) и служащую основой судна [1–2]. Назначение килля – обеспечивать устойчивость и прочность судна, предотвращать чрезмерное боковое смещение для безопасного и эффективного плавания.

Киль является статически неопределимой балкой, что придает особую сложность анализу его деформаций в области исследования прочности конструкции. Расчет деформаций в статически неопределимых балках остается одним из наиболее сложных вопросов инженерной механики.

В настоящей работе ставится целью вычисление деформаций в статически неопределимой балке путем теоретических (метод сил) и экспериментальных (метод конечных элементов) исследований, сопоставление и анализ полученных результатов.

Метод сил

В качестве исследуемой рассмотрим статически неопределимую балку с жесткой заделкой, схема нагружения которой приведена на рис. 2.

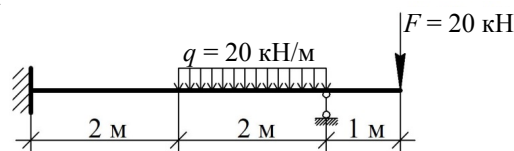


Рис. 2. Схема нагружения балки
Fig. 2. Beam loading scheme

Ранее в работе [3] данная балка рассчитана с помощью метода начальных параметров, там же приведены особенности данного способа применительно к предложенной конструкции балки.

В данной работе предлагается метод сил в качестве инструмента для вычисления деформаций статически неопределимой балки с выполнением следующих этапов расчета [4–6]:

1. Выбираем основную систему (о.с.) (рис. 3).
2. Строим единичную эпюру (\bar{M}_1) и грузовую эпюру (M_F) изгибающих моментов в основной системе (рис. 3).
3. Записываем каноническое уравнение метода сил

$$\delta_{11}X_1 + \Delta_{1F} = 0, \quad (1)$$

где X_1 – неизвестная реакция опоры В.

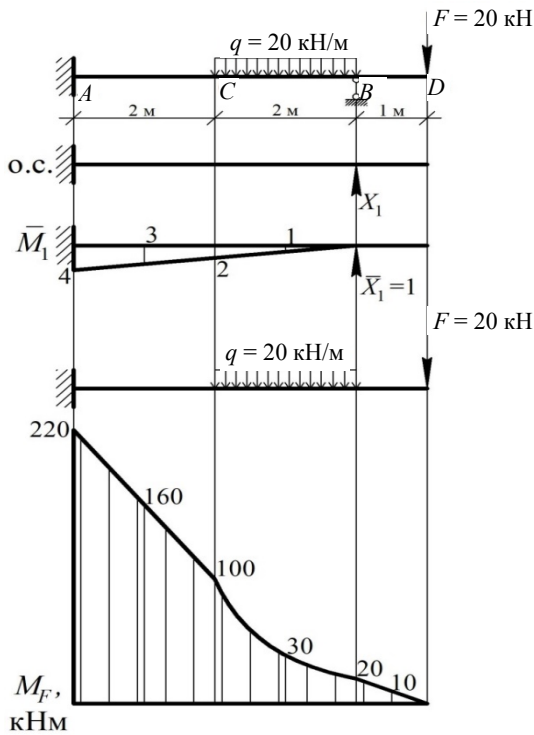


Рис. 3. Эпюры \bar{M}_1 и M_F

Fig. 3. Diagrams of \bar{M}_1 and M_F

4. Вычисляем коэффициенты уравнения (1) по методу Симпсона [4]:

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} &= \sum \int \frac{\bar{M}_1 \cdot \bar{M}_1}{EI_x} dz = \\ &= \frac{4}{6EI_x} (0 \cdot 0 + 4 \cdot 2 \cdot 2 + 4 \cdot 4) = \frac{64}{3EI_x}; \\ \Delta_{1F} &= \sum \int \frac{M_F \cdot \bar{M}_1}{EI_x} dz = \\ &= \frac{2}{6EI_x} (0 \cdot 20 - 4 \cdot 30 \cdot 1 - 2 \cdot 100) + \\ &+ \frac{2}{6EI_x} (-100 \cdot 2 - 4 \cdot 160 \cdot 3 - 4 \cdot 220) = -\frac{3400}{3EI_x} \end{aligned} \right\} (2)$$

Находим силу X_1 , подставив коэффициенты (2) в уравнение (1):

$$X_1 = -\frac{\Delta_{1F}}{\delta_{11}} = \frac{3400 \cdot 3}{3 \cdot 64} = 53,12 \text{ (кН)}. \quad (3)$$

Значит, $R_B = 53,12$ кН, следовательно, статическая неопределенность раскрыта.

5. Вычисляем реакции в заделке A из уравнений равновесия статики:

$$\begin{aligned} \sum M_A = 0; & -M_A + q \cdot 2 \cdot 3 - R_B \cdot 4 + F \cdot 5 = 0; \\ M_A &= 20 \cdot 6 - 53,12 \cdot 4 + 20 \cdot 5 = 7,5 \text{ кНм}; \\ \sum F_y = 0; & R_A - q \cdot 2 + R_B - F = 0; \\ R_A &= 20 \cdot 2 - 53,12 + 20 = 6,88 \text{ кН}. \end{aligned} \quad (4)$$

6. Строим окончательные эпюры поперечных сил Q и изгибающих моментов M (рис. 4).

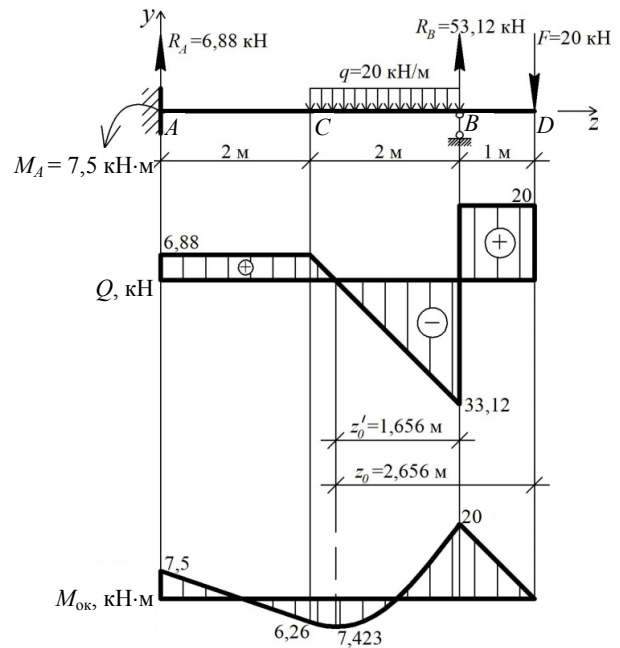


Рис. 4. Эпюры Q и M

Fig. 4. Diagrams of Q and M

7. Для построения упругой линии определим прогибы в опасных сечениях балки C, D. Построим единичные эпюры моментов в основной системе (рис. 5).

Тогда

$$\begin{aligned} y_C &= \sum \int \frac{M_{ок} \cdot \bar{M}_C}{EI_x} dz = \\ &= \frac{2}{6EI_x} (0 \cdot 6,26 + 4 \cdot 1 \cdot 0,62 + 7,5 \cdot 2) = \frac{5,826}{EI_x}; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} y_D &= \sum \int \frac{M_{ок} \cdot \bar{M}_D}{EI_x} dz = \\ &= \frac{1}{6EI_x} (0 \cdot 0 + 4 \cdot 0,5 \cdot 0,5 + 1 \cdot 20) + \frac{2}{6EI_x} \times \\ &\times (20 \cdot 1 - 4 \cdot 3,12 \cdot 2 - 6,26 \cdot 3) + \\ &+ \frac{2}{6EI_x} (-6,26 \cdot 3 + 4 \cdot 0,62 \cdot 4 + 5 \cdot 7,5) = \frac{8,273}{EI_x}. \end{aligned} \quad (6)$$

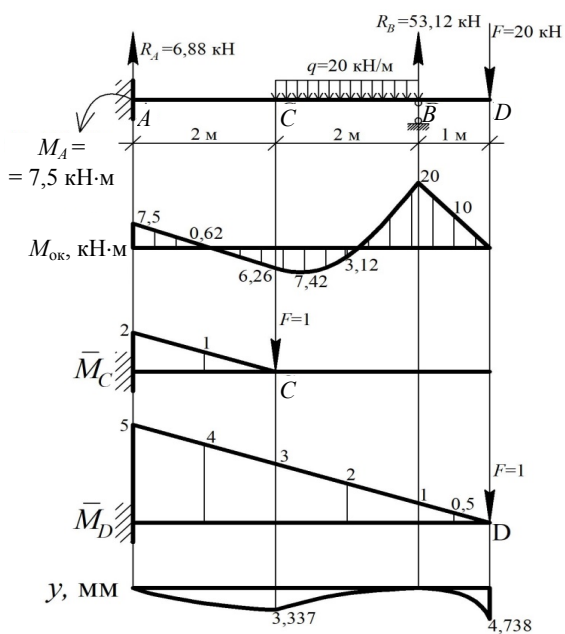


Рис. 5. Эпюры \bar{M} и \bar{M}_D , упругая линия балки

Fig. 5. Diagrams of \bar{M} and \bar{M}_D , elastic line of the beam

Примечание. Эпюры изгибающих моментов M строим со стороны растянутых волокон.

8. Из условия прочности подберем сечение двутавра, приняв $R = 210$ МПа (материал – сталь); $M_{\max} = 20$ кН·м (из эпюры M на рис. 4):

$$\sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{W_x} \leq R; \quad (7)$$

$$W_x \geq \frac{M_{\max}}{R}; \quad (8)$$

$$W_x \geq \frac{20 \cdot 10^6}{210} = 95238 \text{ мм}^3 = 95,238 \text{ см}^3.$$

Из таблиц сортамента подбираем двутавр № 16 [7]:

$$W_x = 109 \text{ см}^3; I_x = 873 \text{ см}^4; E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}.$$

9. Для подобранного, согласно формулам (7) и (8), двутавра № 16 получим величины прогибов в опасных сечениях:

$$y = \frac{5,826 \cdot 10}{2 \cdot 10 \cdot 873 \cdot 10} = 3,337 \text{ мм};$$

$$y = \frac{8,273 \cdot 10}{2 \cdot 10 \cdot 873 \cdot 10} = 4,738 \text{ мм}.$$

Построим упругую линию балки (рис. 5).

Метод конечных элементов

Применим метод конечных элементов (МКЭ) для расчета для балки с жесткой заделкой (рис. 2), реализовав его с помощью ПК Ansys 2021 R2 [8–10].

Создаем чертеж поперечного сечения балки в виде двутавра № 16, задавая все необходимые размеры и механические характеристики материала балки (Structural Steel). Выдавливает форму, устанавливаем длину балки и генерируем объемную модель (рис. 6).

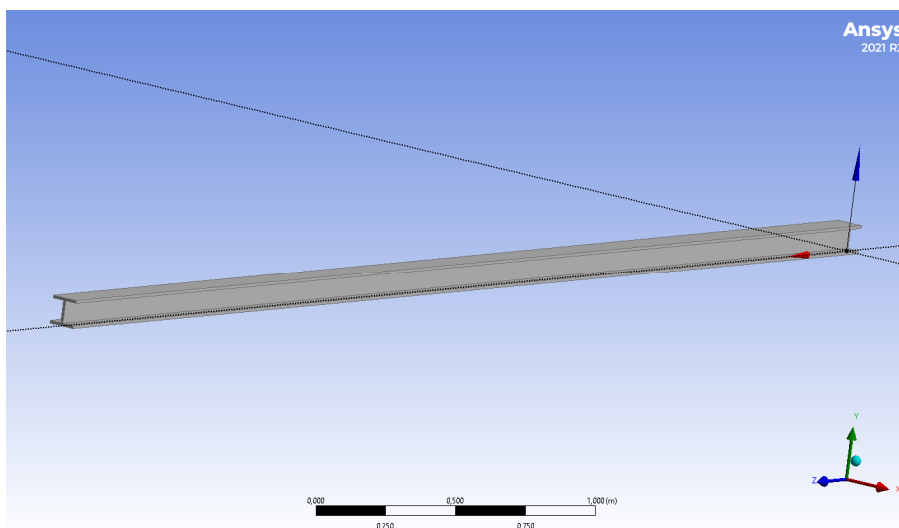


Рис. 6. Объемная модель балки

Fig. 6. Volumetric beam model

Делим балку на участки (Split), накладываем на нее связи в виде жесткой заделки в точке A (Fixed Support) и подвижной опоры в точке B (Displacement) и прикладываем заданную нагрузку согласно схеме, приведенной на рис. 2 (Static Structural): распределенную нагрузку на выделенном участке с точкой C (Force: 20000 N) и сосредоточенную силу в точке D (Force 2: -2000 N) (рис. 7).

Разбиваем балку на конечные элементы прямоугольной формы и создаем конечно-элементную сетку (рис. 8).

Генерируем решение по определению деформаций балки и получаем визуальный результат изгиба балки под заданной нагрузкой (рис. 9).

Сопоставляем значения прогибов с полученными ранее теоретическими величинами: $y_C = 0,003388 \text{ м} = 3,388 \text{ мм}$, отклонение составляет 1,5 %; $y_D = 0,004656 \text{ м} = 4,656 \text{ мм}$, отклонение составляет 1,2 %, что считаем допустимым.

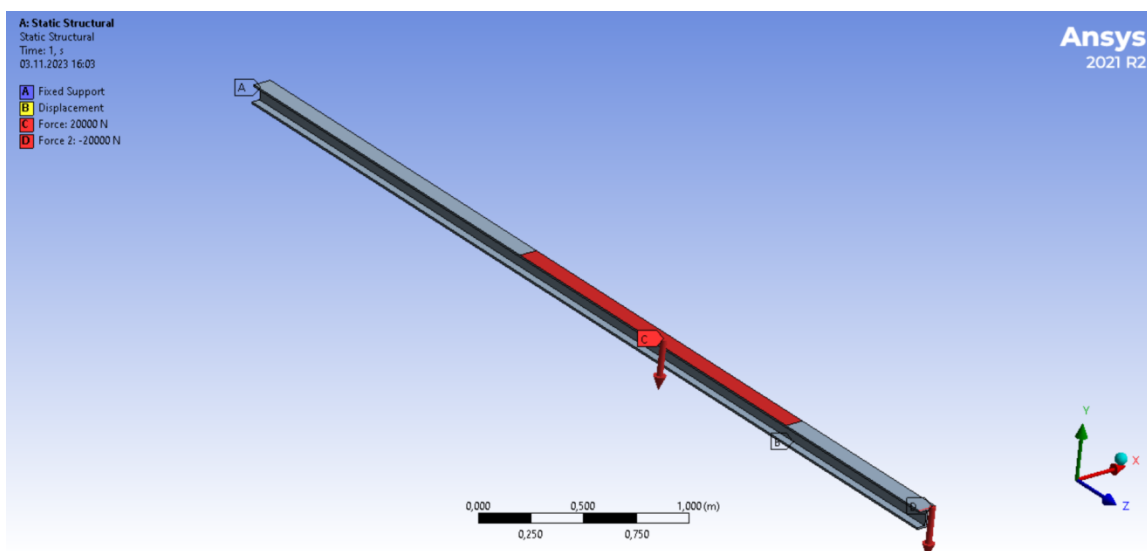


Рис. 7. Задание нагрузки в балке

Fig. 7. Specifying a load in a beam

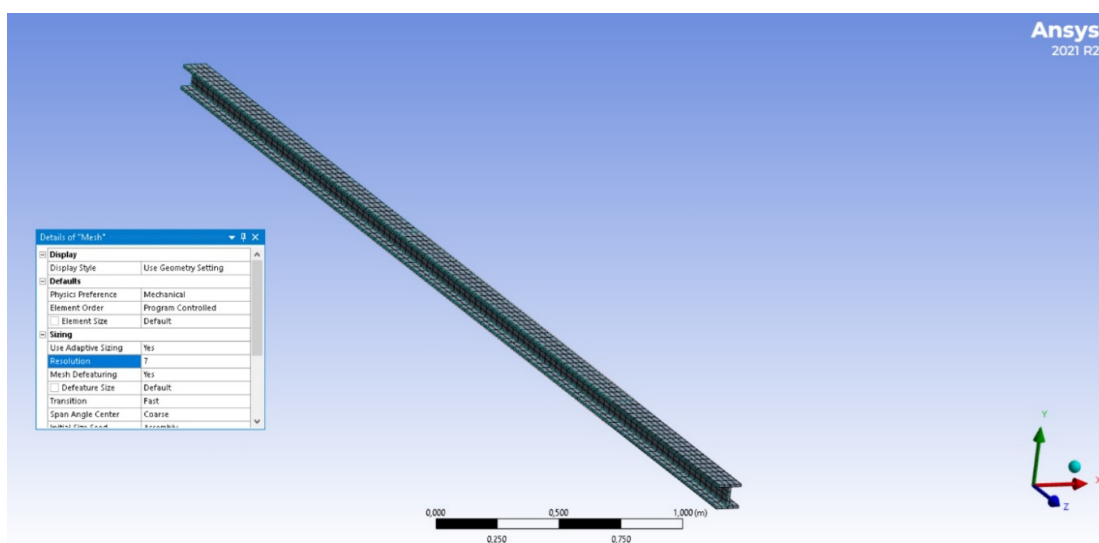


Рис. 8. Конечно-элементная сетка

Fig. 8. Finite element mesh

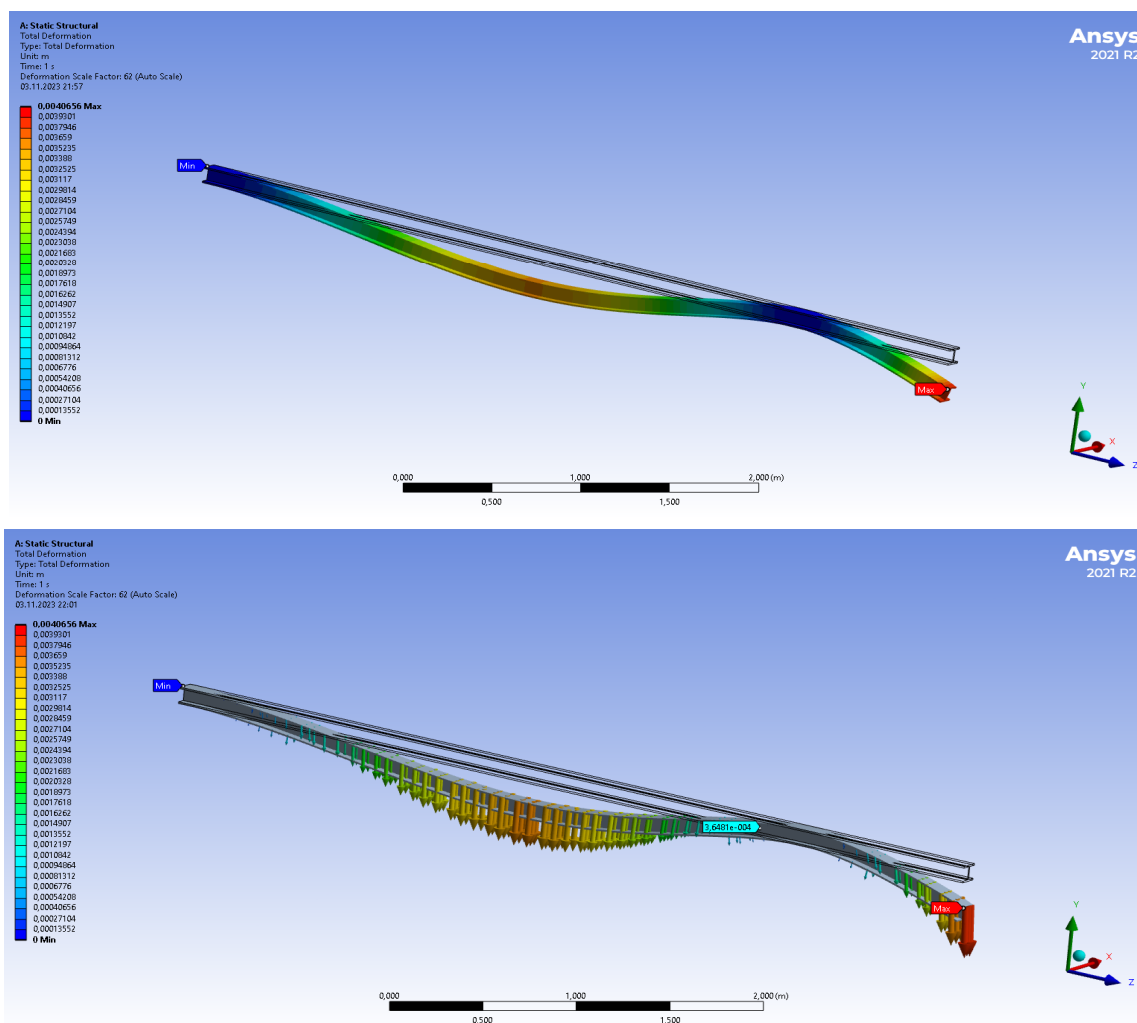


Рис. 9. Деформации в балке от заданной нагрузки
 Fig. 9. Deformations in a beam under a given load

ВЫВОДЫ

1. Исследование, проведенное в рамках данной работы, посвящено анализу деформаций в таком конструктивном элементе, как киль, представляющем собой двутавровую балку с учетом статической неопределенности.

2. В качестве теоретического исследования выбран метод сил, который представляет собой универсальный инструмент для анализа статически неопределимых балок. Он может быть успешно применен к различным типам балок с разной степенью статической неопределенности.

3. Для экспериментального анализа деформаций в балке использован метод конечных элементов, реализованный с помощью ПК Ansys 2021 R2. Он представляет более гибкий и мощный инструмент для анализа балок и по-

зволяет не только рассчитать деформации, но и визуализировать результаты анализа, что значительно облегчает понимание поведения конструкции под нагрузками. МКЭ подходит для анализа сложных конструкций и учитывает разнообразные граничные условия.

4. Результаты расчетов сопоставлены, погрешности вычислений минимальные и поэтому допустимы.

ЛИТЕРАТУРА

1. Антонов, В. А. Теоретические вопросы управления судном / В. А. Антонов, М. Н. Письменный. Владивосток: МГУ им. Невельского, 2007. 78 с.
2. Дидык, А. Д. Управление судном и его техническая эксплуатация: учеб. для мореходных училищ / А. Д. Дидык, В. Д. Усов, Р. Ю. Титов. М.: Транспорт, 1990. 319 с.

3. Гончарова, Е. А. Применение метода начальных параметров для расчета статически неопределимой балки с жёсткой заделкой [Электронный ресурс] / Е. А. Гончарова; науч. рук. Л. Н. Беляцкая // Перспективные направления развития машиностроения в области мобильных машин, технологического оборудования и энергетических систем: материалы 79-й СНТК, 17–18 мая 2023 г. / БНТУ; редкол.: А. А. Калинина [и др.]; сост.: Е. Д. Рудько, И. Г. Свиридова. Минск: БНТУ, 2023. С. 85–90. Режим доступа: <https://rep.bntu.by/handle/data/135571>.
4. Гончарова, С. В. Механика материалов. Расчет статически неопределимых балок [Электронный ресурс]: учеб. пособие / С. В. Гончарова, В. М. Хвасько; БНТУ, каф. «Теоретическая механика и механика материалов». Минск: БНТУ, 2019. 51 с. Режим доступа: <https://rep.bntu.by/handle/data/62326>.
5. Реут, Л. Е. Статически неопределимые системы при плоском поперечном изгибе [Электронный ресурс]: учеб.-метод. пособие для студ. машиностроительных специальностей / Л. Е. Реут; БНТУ, кафедра «Теоретическая механика и механика материалов». Минск: БНТУ, 2021. Деп. в БНТУ 15.10.2021, № DEPBNTU-2021-27. Режим доступа: <https://rep.bntu.by/handle/data/104396>.
6. Механика материалов: пособие / Ю. В. Василевич [и др.]; БНТУ, кафедра «Теоретическая механика и механика материалов». Минск: БНТУ, 2022. 181 с.
7. Двутавры стальные горячекатаные. Сортамент: ГОСТ 8239–89. Введ. 01.07.90. Мин-во черной металлургии СССР, 1990.
8. Moaveni, S. *Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS* / S. Moaveni. NJ: Pearson Education, 2003. 822 p.
9. Lam Thanh Quang, K. Structural Analysis of Continuous Beam using Finite Element Method and ANSYS Software / L. T. Q. Khai, D. T. M. Dung, T. V. Bang // *Materials & Constructions*. 2021. Vol. 11. № 2. P. 42–48. <https://doi.org/10.54772/jomc.v11i02.291>.
10. Khvasko, V. M. Study of Bending Deformations of a Two-Supported Beam using Ansys 22.2 [Electronic Resource] / V. M. Khvasko, H. M. S. H. Bandara // Информационные технологии в образовании, науке и производстве: материалы науч.-техн. интернет-конференции, Минск, 21–22 ноября 2022 г. / сост. М. Г. Карасёва. Минск: БНТУ, 2023. С. 191–195. Режим доступа: <https://rep.bntu.by/handle/data/127990>.

REFERENCES

1. Antonov V. A., Pismenny M. N. (2007) *Theoretical Issues of Ship Control*. Vladivostok: Maritime State University named after Admiral G. I. Nevelskoy. 78 (in Russian).
2. Didyk A. D., Usov V. D., Titov R. Yu. (1990) *Ship Management and Technical Operation*. Moscow, Transport Publ. 319 (in Russian).
3. Goncharova E. A. (2023) Application of the Initial Parameters Method for Calculating a Statically Indeterminate Beam with Rigid Embedding. *Perspektivnye napravleniya razvitiya mashinostroeniya v oblasti mobil'nykh mashin, tekhnologicheskogo oborudovaniya i energeticheskikh sistem: materialy 79-i SNTK, 17–18 maya 2023 g.* [Promising Directions for the Development of Mechanical Engineering in the Field of Mobile Machines, Technological Equipment and Energy Systems: Proceedings of 79th CHTK, May 17–18, 2023]. Minsk, Belarusian National Technical University, 85–90. Available at: <https://rep.bntu.by/handle/data/135571> (in Russian).
4. Goncharova S. V., Khvasko V. M. (2019) *Mechanics of Materials. Calculation of Statically Indeterminate Beams*. Minsk, Belarusian National Technical University. 51. Available at: <https://rep.bntu.by/handle/data/62326> (in Russian).
5. Reut L. E. (2021) *Statically Indeterminate Systems with Plane Transverse Bending*. Minsk, Belarusian National Technical University. Deposited at BNTU on 15.10.2021, No. DEPBNTU-2021-27. Available at: <https://rep.bntu.by/handle/data/104396> (in Russian).
6. Vasilevich Yu. V., Reut L. E., Goncharova S. V., Khvas'ko V. M., Chigarev V. A. (2022) *Mechanics of Materials*. Minsk, Belarusian National Technical University. 181 (in Russian).
7. State Standar 8239–89. *Hot-rolled Steel Flange Beams. Rolling Products. Assortment*. Ministry of Ferrous Metallurgy of the USSR (1990) (in Russian).
8. Moaveni S. (2003) *Finite Element Analysis: Theory and Application with ANSYS*. NJ, Pearson Education. 822.
9. Lam Thanh Quang K., Do Thi My D., Truong Van B. (2021) Structural Analysis of Continuous Beam using Finite Element Method and ANSYS software. *Materials & Constructions*, 11 (2), 42–48. <https://doi.org/10.54772/jomc.v11i02.291>.
10. Khvasko V. M., Bandara H. M. S. H. (2023) Study of Bending Deformations of a Two-Supported Beam using Ansys 22.2. *Informatsionnye tekhnologii v obrazovanii, nauke i proizvodstve: materialy nauch.-tekhn. internet-konferentsii, Minsk, 21–22 noyabrya 2022 g.* [Information Technologies in Education, Science and Production: Proceedings of Scientific and Technical Internet-Conference, Minsk, November 21–22, 2022]. Minsk, Belarusian National Technical University, 191–195. Available at: <https://rep.bntu.by/handle/data/127990> (in Russian).

Поступила 18.03.2024

Подписана к печати 21.05.2024

Опубликована онлайн 30.09.2024

Received: 18.03.2024

Accepted: 21.05.2024

Published online: 30.09.2024