

### РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ПРОДОЛЬНЫХ СКОРОСТЕЙ В РУСЛАХ НЕПРАВИЛЬНОЙ ФОРМЫ СЕЧЕНИЯ

Формулы для расчетов распределения продольных скоростей в сечениях ограниченных поперечных размеров неоднократно предлагались ранее [1–5]. В них поле продольных скоростей рассчитывалось как некоторая комбинация скоростей двух плоских потоков. Аналогичный подход использован и в данной работе.

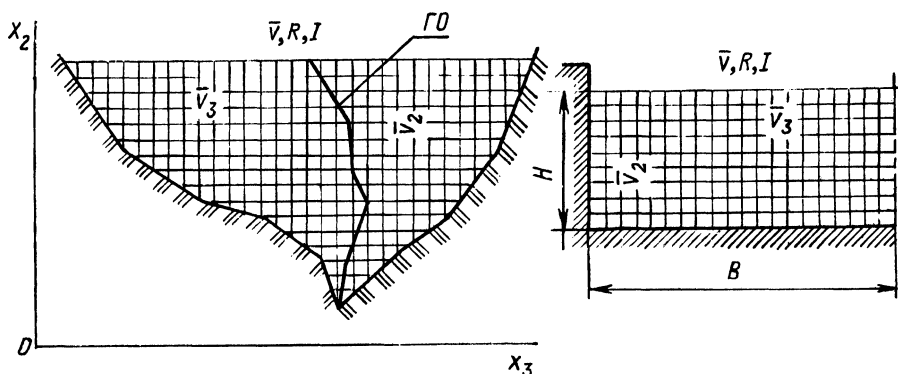


Рис. 1. Схсма к иллюстрации принятой гипотезы.

На рис. 1 представлены русла неправильной формы, а также прямоугольное, для которых принимается равенство средних в сечении скоростей  $v$ , если равны их гидравлические радиусы  $R$ , уклоны  $I$  и средние скорости плоских по вертикали  $\bar{v}_2$  и по горизонтали  $\bar{v}_3$  потоков. Вертикальной штриховкой обозначен гипотетический плоский поток в вертикальной плоскости, параллельной продольному направлению течения, т.е. поток, плоский по вертикали, горизонтальной штриховкой — по горизонтали. На сечении неправильной формы нанесена гидродинамическая ось (ГО) — линия максимальных скоростей, положение которой в первом приближении может быть найдено из распределения скоростей в плоском по горизонтали потоке. В потоке прямоугольного сечения роль ГО играет ось симметрии, так как шероховатость по периметру однородна. Принимаемые в соответствии со сказанным равенства могут быть записаны в виде системы уравнений

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{H} + \frac{1}{B} \quad \text{— из равенства } R;$$

$$\frac{1}{A} \iint_{(A)} v_2 dA = C_3 \sqrt{HI} \quad \text{— из равенства } \bar{v}_2; \quad (1)$$

$$\frac{1}{A} \iint_{(A)} v_3 dA = C_3 \sqrt{BI} - \text{из равенства } \bar{v}_3, \quad (1)$$

где  $A$  – площадь русла неправильной формы сечения;  $H, C_2$  – глубина прямоугольного сечения и скоростной коэффициент Шези, определяемые для плоского потока по вертикали в этом сечении;  $B, C_3$  – полуширина прямоугольного сечения и скоростной коэффициент Шези для плоского потока по горизонтали в прямоугольном сечении. Численные значения интегралов системы (1) по зависимостям, приведенным в литературе [5], рассчитываются с учетом шероховатости каждого участка сечения неправильной формы.

В системе (1) левые части равенств относятся к сечению неправильной формы, правые – прямоугольной. Согласно гипотезе утверждается, что при выполнении условий (1) действительные средние скорости в русле неправильной формы и соответствующем прямоугольном сечении равны.

Многие формулы для коэффициента Шези имеют логарифмический вид:  $C = N \ln R + E$ , где, например, по уточненной формуле И.И.Агроскина [6]  $N = (11,94 - 130,2 n)$ ,  $E = 1/n$ ; по И.К.Никитину [7], с учетом примечания [4],  $N = 9,32$ ,  $E = 17,72 - 9,32 \ln \delta$ .

Используя в дальнейших преобразованиях для коэффициента Шези формулу логарифмического вида, из второго уравнения системы получим

$$H = e^{\frac{\iint_{(A)} v_2 dA}{NA / HI} - \frac{E}{N}} \quad (2)$$

$$\text{Аналогично, } B = e^{\frac{\iint_{(A)} v_3 dA}{NA / RI} - \frac{E}{N}} \quad (3)$$

$$R = e^{\frac{\iint_{(A)} v dA}{NA \sqrt{RI}} - \frac{E}{N}}. \quad (4)$$

Очевидно, что  $R = f(A)$ , где  $A$  – площадь двумерной области. В выражение (2) входит двойной интеграл в области  $A$ , который в физическом смысле выражает расход плоского по вертикали потока. Поэтому он является функцией аддитивной. В дальнейшем воспользуемся тем, что производная по области от интеграла, являющегося ее аддитивной функцией, будет равна подинтегральной функции.

Как видно из использованных выражений, параметр  $N$  и параметр  $E$  в квадратичной области сопротивлений не зависят от площади. В переходной области, например при использовании формулы И.К.Никитина,  $E$  находится в зависимости от площади, что будет учтено в дальнейшем.

Выполнив дифференцирование выражения (4) по А, получим

$$\frac{\partial R}{\partial A} = e \frac{\iint_{(A)} v dA}{NA \sqrt{RI}} - \frac{E}{N} \left( \frac{vNA\sqrt{RI} - N\sqrt{RI} \iint_{(A)} v dA}{N} - NA\sqrt{I} \frac{1}{2\sqrt{R}} \frac{\partial R}{\partial A} \iint_{(A)} v dA - \frac{1}{N} \frac{\partial E}{\partial A} \right). \quad (5)$$

Производную  $\partial E/\partial A$  можно вычислить следующим образом. Для области с полным проявлением шероховатости [7]  $\ln \frac{u_{*0}\Delta}{v}$  не зависит от  $\ln \frac{\Delta}{\delta}$ . Значит,  $\partial E/\partial A = 0$ . Для переходной области можно записать, что  $\ln \frac{\Delta}{\delta} = \ln \frac{v_{*0}\Delta}{v} - C_1$ , где  $C_1$  — постоянная.

$$\text{Тогда } \frac{\partial E}{\partial A} = -N \frac{\partial \ln \delta}{\partial A} = \frac{N}{2R} \frac{\partial R}{\partial A}.$$

Учитывая изложенное, алгебраические преобразования выражения (5) позволяют получить

$$\frac{\partial R}{\partial A} = \frac{2R(v - \bar{v})}{A(KN\sqrt{RI} + \bar{v})}, \quad (6)$$

где  $K = 2$  для квадратичной области сопротивлений;  $K = 3$  — для переходной области.

$$\text{Аналогично } \frac{\partial H}{\partial A} = \frac{2H(v_2 - \bar{v}_2)}{A(KN\sqrt{HI} + \bar{v}_2)}; \quad (7)$$

$$\frac{\partial B}{\partial A} = \frac{2B(v_3 - \bar{v}_3)}{A(KN\sqrt{BI} + \bar{v}_3)}. \quad (8)$$

Подставив значения  $H, B, R$  из (2) — (4) в первое уравнение системы (1) и выполнив дифференцирование по А с учетом (6) — (8), получим

$$\frac{2R(v - \bar{v})}{R^2 A (KN\sqrt{RI} + \bar{v})} = \frac{2H(v_2 - \bar{v}_2)}{H^2 A (KN\sqrt{HI} + \bar{v}_2)} - \frac{2B(v_3 - \bar{v}_3)}{B^2 A (KN\sqrt{BI} + \bar{v}_3)}. \quad (9)$$

В результате алгебраических преобразований уравнения (9) найдем

$$v = \bar{v} + \frac{R(KN\sqrt{RI} + \bar{v})}{H(KN\sqrt{HI} + \bar{v}_2)} (v_2 - \bar{v}_2) + \frac{R(KN\sqrt{RI} + \bar{v})}{B(KN\sqrt{BI} + \bar{v}_3)} (v_3 - \bar{v}_3). \quad (10)$$

Зависимость (10) можно упростить, учитывая, что  $\bar{v} = C\sqrt{RI}$ ,  $\bar{v}_2 = C_2\sqrt{HI}$ ,  $\bar{v}_3 = C_3\sqrt{BI}$ .

Тогда

$$v = C\sqrt{RI} + \frac{R^{1,5}(KN+C)}{H^{1,5}(KN+C_2)}(v_2 - \bar{v}_2) + \frac{R^{1,5}(KN+C)}{B^{1,5}(KN+C_3)}(v_3 - \bar{v}_3). \quad (11)$$

Введем обозначения

$$L = \frac{R^{1,5}(KN+C)}{H^{1,5}(KN+C_2)}; \quad M = \frac{R^{1,5}(KN+C)}{B^{1,5}(KN+C_3)}; \quad S = L\bar{v}_2 + M\bar{v}_3.$$

Следует отметить, что  $\bar{v}$ ,  $L$ ,  $M$ ,  $S$  определяются по результатам решения системы (1).  $L$  и  $M$  имеют смысл параметров, учитывающих влияние на поле продольных скоростей границ сечения через гипотетические плоские потоки, соответственно, по вертикали и по горизонтали.

Тогда формулу (11) можно преобразовать в

$$v = \bar{v} + Lv_2 + Mv_3 - S. \quad (12)$$

Таким образом, для русел неправильной формы сечения получена зависимость между местными осредненными скоростями и распределением скоростей плоских потоков в вертикальных и горизонтальных плоскостях, параллельных направлению течения. Она позволяет расчеты поля продольных скоростей  $v$  свести к расчетам полей скоростей двух потоков в русле неправильной формы сечения – плоских по вертикали и по горизонтали.

Для распределения скоростей  $v_2$  и  $v_3$  в плоском потоке можно использовать апробированные зависимости. Если воспользоваться для расчета распределения скоростей в плоском потоке формулой Прандтля-Кармана [8], то на основе зависимости (12) для расчета распределения продольных скоростей получим формулу

$$v = \bar{v} + L\bar{v}_2(x_3) \left[ 1 + \frac{\sqrt{g}}{\chi C_2(x_3)} \left( 1 + \ln \frac{D(x_3)}{H(x_3)} \right) \right] + M\bar{v}_3(x_2) \left[ 1 + \frac{\sqrt{g}}{\chi C_3(x_2)} \left( 1 + \ln \frac{D(x_2)}{B(x_2)} \right) \right] - S, \quad (13)$$

где  $x_2$ ,  $x_3$  – ордината и абсцисса точки в сечении, для которой определяется местная продольная скорость;  $D(x_2)$ ,  $D(x_3)$  – расстояние от ближайшей границы до точки в сечении, измеренное, соответственно, по горизонтальному и вертикальному направлениям;  $B(x_2)$ ,  $H(x_3)$  – расстояние от границы соответственно до ближайшей ГО и поверхности, измеренное по горизонтали и вертикали, проходящим через точку  $(x_2, x_3)$ ;  $C_3(x_2)$ ,  $C_2(x_3)$  – коэффициенты Шези, вычисленные при использовании в качестве гидравлического радиуса  $B(x_2)$  и  $H(x_3)$ ;  $I$  – уклон;  $\chi$  – постоянная Кармана;  $g$  – ускорение силы тяжести.

При вычислении  $C_3(x_2)$  и  $C_2(x_3)$  должны использоваться локальные значения шероховатости элементов периметра в точках пересечения его с прямыми, по которым измеряются расстояния  $D(x_2)$  и  $D(x_3)$ .

Если использовать для расчета распределения скоростей в плоском потоке формулу И.К.Никитина [9, 10] с учетом примечания [4], то на основе зависи-

мости (12) для расчета распределения продольных скоростей получим формулу

$$v = \bar{v} + 2,98Lv_{*2}(x_3) \left[ \ln \frac{D(x_3)}{\delta_2} + 2,90 - \frac{\delta_2}{D(x_3)} \right] + 2,98Mv_{*3}(x_2) \left[ \ln \frac{D(x_2)}{\delta_3} + 2,90 - \frac{\delta_3}{D(x_2)} \right] - S, \quad (14)$$

где  $\bar{v}_{*2}(x_3) = \sqrt{gH(x_3)I}$ ;  $\bar{v}_{*3}(x_2) = \sqrt{gB(x_2)I}$ ;  $\delta_3$  и  $\delta_2$  — толщины пристенных слоев, определенные, по И.К.Никитину, для плоских потоков вертикального и горизонтального на элементах периметра в точках пересечения его с прямыми, по которым измеряются  $D(x_2)$  и  $D(x_3)$ .

Из (12) или (13) и (14) как частные результаты получают поля продольных скоростей в потоках прямоугольного [4] и трапециевидального [5] сечений.

В качестве примера приведем расчет местной скорости в точке с координатами 8,65; 30,98 поперечного сечения натурального канала (рис. 2) при  $I = 0,0000924$ ;  $\bar{v} = 0,999$  м/с;  $R = 4,158$  м;  $n = 0,025$ . По результатам решения системы (1) определяются значения  $L = 0,717$ ;  $M = 0,067$ ;  $S = 1,013$  м/с. Входящие в зависимость (13) параметры  $B(x_2)$ ,  $D(x_2)$ ,  $D(x_3)$ ,  $H(x_3)$  равны, соответственно, 21,108 м, 18,677, 2,05 и 5,12 м (см. рис. 2). По формуле И.И.Агроскина, после подстановки  $H(x_3)$ ,  $B(x_2)$  вместо  $R$  вычисляются  $C_2(x_3) = 52,569$  и  $C_3(x_2) = 63,470$  м<sup>0,5</sup>/с, что дает возможность по формуле Шеши определить значения  $\bar{v}_2(x_3) = 1,18$  и  $\bar{v}_3(x_2) = 2,93$  м/с.

Табл. 1. Сравнение скоростей, вычисленных по

$x_3$ , м	$x_2$ , м	$v_p$ , м/с	$v_3$ , м/с	$\chi$ , %	$x_3$ , м	$x_2$ , м	$v_p$ , м/с
	11,69	1,159	1,143	-1,4		11,69	1,183
	10,73	1,124	1,157	3,0		10,70	1,148
11,97	8,74	1,013	1,050	3,6	15,97	8,67	1,040
	7,74	0,914	0,948	3,7		7,65	0,944
	6,88	0,636	0,650	2,2		6,76	0,615
	11,69	1,235	1,245	0,8		11,69	1,199
	10,63	1,200	1,208	0,7		10,69	1,167
20,97	8,43	1,088	1,040	-4,6	30,98	8,65	1,061
	7,34	0,989	0,979	-1,02		7,62	0,966
	6,38	0,572	0,547	-4,4		6,73	0,599
	11,69	1,213	1,174	-3,4		11,69	1,194
	10,66	1,180	1,191	0,9		10,68	1,160
37,98	8,53	1,070	1,037	-3,2	39,98	8,61	1,052
	7,46	0,973	1,009	3,8		7,58	0,955
	6,53	0,578	0,602	4,2		6,67	0,621

Вычисленные величины и  $\chi = 0,4$ , подставленные в зависимость (13), дают значение  $v_p = 1,061$  м/с. Результаты вычисления скоростей в других точках живого сечения представлены в табл. 1. Там же приведены измеренные скорости  $v_3$  и относительные отклонения  $\chi$ , рассчитанные по зависимости  $\chi = (v_3 - v_p)/v_0 \cdot 100$  %, где  $v_0$  — значение, меньшее из двух —  $v_3$  и  $v_p$ .

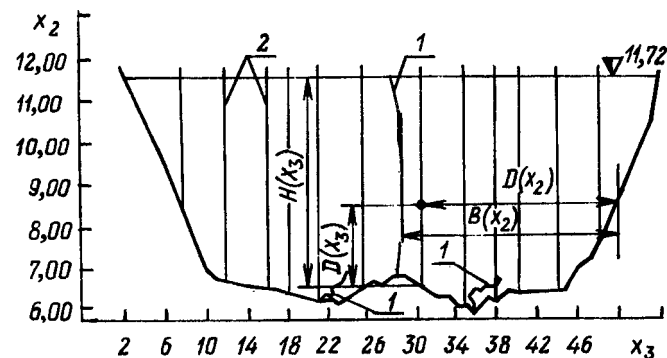


Рис. 2. Поперечное сечение натурального канала: 1 — гидродинамическая ось; 2 — скоростные вертикали.

(13) и измеренных в натурном канале

$v_3$ , м/с	$\chi$ , %	$x_3$ , м	$x_2$ , м	$v_p$ , м/с	$v_3$ , м/с	$\chi$ , %
1,150	-2,9		11,69	1,205	1,186	-1,6
1,129	-1,7		10,67	1,170	1,112	2,6
1,010	-2,9	17,97	8,57	1,061	1,038	-2,3
0,975	3,3		7,52	0,964	0,962	-0,2
0,641	4,2		6,60	0,587	0,585	-0,4
1,242	3,6		11,69	1,239	1,201	-3,2
1,201	2,9		10,62	1,204	1,242	3,1
1,085	2,3	34,98	8,42	1,093	1,088	-0,5
0,985	2,0		7,32	0,933	0,999	0,6
0,571	-4,9		6,35	0,569	0,595	4,7
1,163	-2,6		11,69	1,180	1,145	-3,06
1,177	1,4		10,69	1,146	1,153	0,6
1,037	-1,4	43,99	8,64	1,035	1,044	0,8
0,934	-2,3		7,61	0,936	0,982	4,9
0,642	3,4		6,71	0,602	0,580	-3,4

Аналогичное сравнение, выполненное более чем для 100 опытов, показывает удовлетворительное согласование расчетных и экспериментальных данных, особенно во внутренней области сечения. Имеющееся отклонение расчетных скоростей от экспериментальных на вертикалях, близких к урезам потока, и особенно у свободной поверхности, можно объяснить использованием обобщенной гипотезы, которая, хотя и позволяет создать единый подход к разработке методики расчета продольного поля скоростей в руслах различной формы сечения, не учитывает трехмерности поля осредненных скоростей в потоке некруглого сечения и других факторов. Этим во многом объясняется уже упоминавшееся отклонение вычисленных скоростей от экспериментальных. Учет влияния поперечных скоростей на продольные и уточнение на этой основе полей продольных скоростей — задача дальнейших исследований.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Г о н ч а р о в В.Н. Динамика русловых потоков. — Л., 1962. — 368 с. 2. К о в а л е н к о Э.П. Распределение скоростей в равномерном потоке жидкости. — ИФЖ, 1961, № 4, с. 55–61. 3. К о в а л е н к о Э.П. Исследование движения воды в открытых руслах. — Минск, 1963. — 224 с. 4. Р о г у н о в и ч В.П. К расчету распределения продольных скоростей в двупараметрических прямолинейных потоках. — В сб.: Водное хозяйство Белоруссии. Минск, 1971, вып. 1, с. 64–73. 5. Р о г у н о в и ч В.П., О с и п о в и ч А.А., Ц а ц у к Г.С. Распределение продольного компонента осредненной скорости в однородных по длине потоках трапецидального сечения. — В сб.: Водное хозяйство и гидротехническое строительство. Минск, 1980, вып. 10, с. 109–117. 6. А г р о с к и н И.И., Ш т е р е н л и х т Д.В. Уточненная формула для коэффициента Шези С. — Гидротехника и мелиорация, 1965, № 9, с. 32–55. 7. Н и к и т и н И.К. Турбулентные течения со сдвигом в задачах гидромеханики: Автореф. дис. ... докт. техн. наук. — Л., 1968. — 39 с. 8. Проблемы турбулентности. — В сб. пер. стат. О. Рейнольдса, Л.Прандтля, Т.Кармана и др. — М., —Л., 1936. — 332 с. 9. Н и к и т и н И.К. Турбулентный русловой поток и процессы в придонной области. — Киев, 1963. — 138 с. 10. Н и к и т и н И.К. Обобщение зависимости для расчета стабилизированных турбулентных течений по двухслойной схеме. В сб.: Исследование однородных и взвесенесущих потоков. Киев, 1967, с. 17–25.

УДК 626.824

М.И.БОГДАНОВИЧ, А.А.ОСИПОВИЧ,  
Г.С.ЦАЦУК, Ф.Д.ШНИПОВ (ЦНИИКИВР)

### ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПОЛЕЙ ОСРЕДНЕННЫХ СКОРОСТЕЙ В ЗЕМЛЯНЫХ КАНАЛАХ

При выполнении гидравлических расчетов, связанных с проектированием устойчивых сечений каналов, разработкой способов измерения расходов воды, а также при решении других технических и научных задач необходимо учитывать особенности в распределении по сечению осредненных скоростей.

Лабораторные исследования [1] показали, что в прямолинейных потоках существуют поперечные компоненты осредненной скорости, оказывающие существенное влияние на распределение скоростей, в том числе и придонных. Это подтверждается и нашими экспериментальными исследованиями в земля-