Министерство образования Республики Беларусь
БЕЛОРУССКИЙ НАЦИОНАЛЬНЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра
«Теоретическая механика и механика материалов»

Л.Е. Реут

СДВИГ. РАСЧЕТЫ НА ПРОЧНОСТЬ ПРИ СДВИГЕ

Учебно-методическое пособие
для студентов машиностроительных специальностей

Электронное учебное издание

Минск – БНТУ – 2024

Р 44

Реут Л.Е.
Сдвиг. Расчеты на прочность при сдвиге: учебно-методическое пособие для студентов машиностроительных специальностей (электронное учебное издание) / Л.Е. Реут. – Минск: БНТУ, 2024. – 109 с.

Рецензенты:

доктор технических наук, профессор, главный научный сотрудник лаборатории сверхтвердых и износостойких материалов института порошковой металлургии им. академика О.В. Романа, ***Л.Н. Дьячкова***;

кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры «Машиностроение и детали машин» Белорусского национального технического университета ***Е.М. Дубовская***

Электронное учебное издание представляет собой пособие по дисциплине «Механика материалов» и рассматривает раздел курса, посвященный изучению деформации сдвига и расчетам на прочность деталей машин и механизмов, работающих на срез — болтовых и заклепочных соединений, швов сварных конструкций, шпонок, штифтов и т.д., используемых в машиностроительных и строительных сооружениях. В пособии представлен теоретический аспект темы, а также предложен набор практических инженерных задач с решениями, анализом, пояснениями и методическими рекомендациями.

Учебное пособие предназначено для студентов всех технических специальностей дневной и заочной форм обучения высших технических учебных заведений, а также для преподавателей при подготовке к лекционным и практическим занятиям.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Исследование напряженного состояния в точках нагруженного тела показывает, что в секущих площадках, проходящих через точку, действуют нормальные и касательные напряжения, которые приводят к возникновению деформаций соответствующего вида. Нормальные напряжения вызывают удаление или приближение точек, изменяя размеры и объем элемента, касательные напряжения сдвигают точки друг относительно друга, искажая форму детали. Основная масса элементов конструкций работает в условиях, когда одновременно возникают деформации различных видов, а значит, в точках сечений действуют нормальные и касательные напряжения. Даже при простом растяжении две части стержня, разделенные наклонным сечением, могут не только отрываться друг от друга, но и сдвигаться вдоль плоскости разреза. Поэтому прочность таких деталей, в зависимости от свойств материала, оценивается либо по способности сопротивляться отрыву, либо по способности сопротивляться сдвигу. Однако на практике встречается целый ряд деталей, работающих исключительно на сдвиг, и хотя даже здесь возможно возникновение сопутствующих деформаций, сдвиг является преобладающей деформацией и основное значение приобретает расчет на прочность по касательным напряжениям. К таким деталям относятся элементы болтовых и заклепочных соединений, швы сварных конструкций, а также целый ряд других деталей – шпонки, штифты и т.д. Для расчета таких элементов применяется теория *чистого сдвига*, и хотя в чистом виде такая деформация на практике не существует, для данного класса деталей она принимается как допущение, не приводящее к большой погрешности и обеспечивающее допустимую точность расчетов.

ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

1. Общее определение деформации сдвиг

СДВИГОМ называется деформация, когда в сечении элемента действует поперечная сила Q. Если действует только поперечная сила, а остальные внутренние усилия равны нулю, такая деформация называется ЧИСТЫЙ СДВИГ.

Чистый сдвиг возникает в случае, если к элементу приложены две параллельные, противоположно направленные и равные по величине силы, линии действия которых проходят на близком расстоянии друг от друга (рис. 1, *а*). В результате сечения, в которых приложены силы, смещаются друг относительно друга, тонкий элемент между сечениями *перекашивается* и принимает форму, показанную на рис. 1, *б*. И хотя упругие деформации бесконечно малы и наблюдать такое изменение формы визуально невозможно, однако даже при бесконечно малых деформациях элемент при сдвиге принимает именно такую форму.

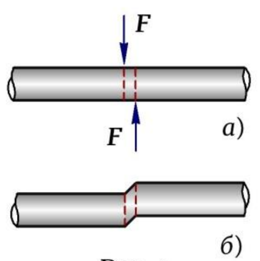


Рис. 1

Деформация сдвига, доведенная до разрушения материала, для металлов называется СРЕЗОМ, для неметаллов – СКАЛЫВАНИЕМ.

2. Внутренние силы при сдвиге

При сдвиге, исходя из определения этой деформации, в сечении действует ***поперечная сила Q***, которая, как и все внутренние усилия, определяется МЕТОДОМ СЕЧЕНИЙ —

— *элемент мысленно рассекается плоскостью, одна из частей отбрасывается и действие отброшенной части на оставшуюся заменяется внутренней силой, величина которой определяется из уравнения равновесия для оставшейся части элемента.*

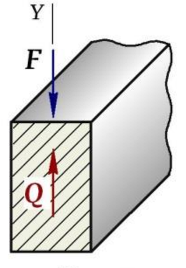


Рис. 2

И тогда для деформации сдвига получаем (рис. 2):

$$\sum Y = 0: \; Q = F,$$

т.е. поперечная сила в сечении равна внешней срезывающей силе.

3. Напряжения при сдвиге. Расчеты на прочность

Поперечная сила является равнодействующей внутренних элементарных касательных сил (напряжений) в поперечном сечении и связана с этими силами интегральной зависимостью — $\boxed{Q = \int \tau \, dA}$. Однако касательные напряжения при сдвиге неравномерно распределены по сечению и закон их распределения неизвестен, поэтому для выполнения практических расчетов принимают *допущение о равномерности распределения* (рис. 3) и получают формулу для ***напряжений при чистом сдвиге*** в виде:

$$\boxed{\tau = \frac{Q}{A} = \frac{F}{A}}, \qquad (1)$$

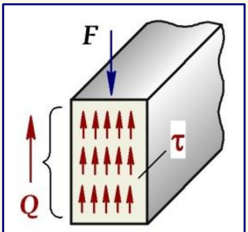


Рис. 3

где A — площадь поперечного сечения.

Тогда ***условие прочности при сдвиге*** имеет вид:

$$\boxed{\tau_{\max} = \frac{F}{A} \le [\tau]}. \qquad (2)$$

При расчете и проектировании элементов, работающих на сдвиг, используется величина допускаемого напряжения $[\tau]$ — наибольшего напряжения, безопасного для прочности детали. В расчетах на растяжение (сжатие, изгиб) такой величиной является напряжение $[\sigma]$, которое определяется опытным путем и вычисляется по значению напряжения $\sigma_{\text{опас}}$, соответствующего наступлению предельного состояния материала — текучести или хрупкого разрушения. Но если растяжение в чистом виде экспериментально реализовать можно, то опытное определение напряжений $\tau_{\text{опас}}$ и $[\tau]$ является технически сложной задачей, так как воспроизвести *чистый сдвиг* в лабораторных условиях практически не удается. Работа болтов, заклепок, шпонок, штифтов, сварных швов и других элементов, испытывающих сдвиг, осложняется целым рядом факторов — наличием в точках нормальных напряжений, изменяющих вид напряженного состояния; при кручении стержней круглых и иных сечений неоднородным распределением по объему напряжений, которые к моменту возникновения текучести, предшествующей разрушению, перераспределяются и затрудняют определение $\tau_{\text{опас}}$; при испытаниях на кручение тонкостенных стержней возможной потерей устойчивости, а также другими явлениями, искажающими чистый сдвиг.

С некоторой точностью механические характеристики материала при чистом сдвиге можно получить при испытании тонкостенной трубки круглого сечения на кручение, *условно считая*, что образец находится в состоянии чистого сдвига. В этом случае, подобно испытаниям на растяжение, получают диаграмму сдвига в координатах $"\tau - \gamma"$, которая имеет качественное сходство с диаграммой напряжений $"\sigma - \varepsilon"$ при растяжении и включает все характерные участки, свойственные поведению твердых деформируемых тел — участок упругости с зоной пропорциональности, где проявляется закон Гука, площадку текучести и участок упрочнения, завершаемый разрушением образца. По этой диаграмме определяют основные механические характеристики материала при сдвиге, и, в первую очередь, опасные напряжения, соответствующие наступлению предельного состояния: $\tau_{\text{т}}$ – предел текучести (для пластичного материала) и $\tau_{\text{в}}$ – предел прочности (для хрупкого материала). По этим значениям вычисляют допускаемое напряжение, используемое в расчетах на прочность — $\boxed{[\tau] = \dfrac{\tau_{\text{т}}}{n}}$, где n – коэффициент запаса прочности при сдвиге, рассчитанный теоретически или принятый на основании практического опыта, компенсирующий технические трудности проведения эксперимента, возможную неточность полученных результатов, условное допущение о равномерности распределения напряжений. Правильный выбор коэффициента запаса прочности перекрывает все погрешности, обеспечивая надежность расчетов на сдвиг и срез.

Однако в большинстве случаев, учитывая сложность постановки эксперимента и создания идеального чистого сдвига в лабораторных условиях, допускаемые напряжения на сдвиг $[\tau]$ определяют теоретически на основании одной из теорий прочности по величине допускаемых напряжений на растяжение $[\sigma]_{\text{раст}}$, технически просто получаемых экспериментально для любого материала.

Так как при чистом сдвиге главные нормальные напряжения в точке равны касательным напряжениям в площадках чистого сдвига —

$$\boxed{\sigma_1 = +\tau; \;\; \sigma_2 = 0; \;\; \sigma_3 = -\tau}, \tag{3}$$

получаем:

$$\sigma_{\text{экв}}^{\text{I}} = \sigma_1 = \tau \le [\sigma]_{\text{раст}} \;\rightarrow \qquad \boxed{[\tau]^{\text{I}} = [\sigma]_{\text{раст}}};$$

$$\sigma_{экв}^{II}=\sigma_1-\mu(\sigma_2+\sigma_3)=\tau-\mu(-\tau)\le[\sigma]_{раст}\to \boxed{[\tau]^{II}=\frac{[\sigma]_{раст}}{1+\mu}};$$

$$\sigma_{экв}^{III}=\sigma_1-\sigma_3=\tau-(-\tau)=2\tau\le[\sigma]_{раст}\to \boxed{[\tau]^{III}=\frac{[\sigma]_{раст}}{2}};$$

$$\sigma_{экв}^{IV}=\sqrt{\frac{1}{2}\left[(\sigma_1-\sigma_2)^2+(\sigma_2-\sigma_3)^2+(\sigma_3-\sigma_1)^2\right]}=$$

$$=\sqrt{\frac{1}{2}\left[(\tau)^2+(\tau)^2+(2\tau)^2\right]}=\tau\sqrt{3}\le[\sigma]_{раст}\to \boxed{[\tau]^{IV}=\frac{[\sigma]_{раст}}{\sqrt{3}}}.$$

Величина допускаемых напряжений для деталей, работающих на сдвиг, зависит от свойств материала, характера нагрузки и типа элементов конструкции. При назначении $[\tau]$ по одной из теорий прочности для пластичных металлов, одинаково сопротивляющихся растяжению и сжатию, наиболее достоверными являются III-я и IV-я теории прочности, по которым принимают $[\tau]=(0,5...0,6)[\sigma]_{раст}$, для хрупких материалов и материалов, имеющих разную прочность при растяжении и сжатии, используют I-ю и II-ю теории, по которым принимают $[\tau]=(0,8...1,0)[\sigma]_{раст}$. Для элементов болтовых, заклепочных и шлицевых соединений, шпонок, штифтов и др., как показывает практика, наилучшим образом работает II-я теория прочности и для металлов с $\mu=0,25...0,42$ в расчетах используют значение $[\tau]_{срез}=(0,7\div0,8)[\sigma]_{раст}$.

<u>Примечание</u>.
Современная теория пластичности позволяет теоретически построить ДИАГРАММУ СДВИГА по ДИАГРАММЕ РАСТЯЖЕНИЯ и все механические характеристики материала при сдвиге – предел пропорциональности $\tau_{пц}$, предел упругости $\tau_{упр}$, предел текучести $\tau_{т}$ и предел прочности $\tau_{в}$ – выразить через соответствующие характеристики прочности при растяжении, а затем точно таким же образом, выбрав коэффициент запаса при чистом сдвиге, определить допускаемые напряжения $[\tau]$ через соответствующие величины для простого растяжения. Согласно данному методу, учитывая, что переход материала из упругого состояния к предельному определяется на основании одной из теорий прочности, из которых

наиболее достоверной для построения соотношений пластичности является IV-я теория прочности (теория энергии формоизменения), доказано, что для перестройки ДИАГРАММЫ РАСТЯЖЕНИЯ в ДИАГРАММУ СДВИГА необходимо ординату каждой точки диаграммы растяжения разделить, а абсциссу умножить на число $\sqrt{3}$ *и получить координаты точек диаграммы сдвига* $"\tau-\gamma"$ *равными:* $\tau=\sigma/\sqrt{3}$; $\gamma=\varepsilon\sqrt{3}$.

4. Деформации при сдвиге

Исследуем характер изменения формы элемента при сдвиге.

Рассмотрим квадратный элемент, по граням которого приложены касательные напряжения $"\tau"$ (рис. 4, *а*). Элемент находится в состоянии ***чистого сдвига***, а его грани являются ***площадками чистого сдвига***.

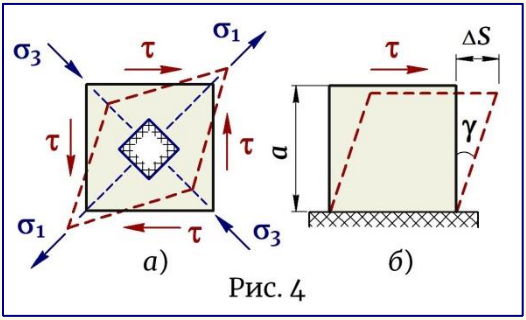


Рис. 4

Но чистый сдвиг представляет собой особый случай плоского напряженного состояния и возникает он только в тех точках нагруженного тела, в которых в главных площадках действуют главные нормальные напряжения, равные по величине, но обратные по знаку, т.е. одно растягивающее (σ_1), а другое – сжимающее (σ_3). При этом главные площадки и площадки чистого сдвига повернуты относительно друг друга под углом 45°. В результате действия главных напряжений происходит изменение длины диагоналей квадратного элемента – одна диагональ (по направлению напряжения σ_1) удлиняется, другая – укорачивается. Касательные напряжения как бы «*вытягивают*» элемент, удлиняя соответствующую диагональ, но длину граней они не изменяют, поэтому квадратная форма превращается в ромб, стороны которого равны сторонам квадрата (рис. 4, *а*). Таким образом, при сдвиге не происходит изменение размеров элемента, но искажается его форма, т.е. происходит изменение первоначально прямых углов.

Количественной мерой деформации элемента при сдвиге являются две величины (рис. 4, *б*) —

ΔS – ***абсолютный сдвиг*** и γ – ***относительный сдвиг (угол сдвига)***, которые связаны соотношением $\boxed{\operatorname{tg}\gamma = \Delta S/a}$, но принимая в силу малости деформаций $\operatorname{tg}\gamma \approx \gamma$, связь между абсолютным сдвигом и углом сдвига имеет вид:

$$\boxed{\gamma = \frac{\Delta S}{a}}, \tag{4}$$

где a – расстояние между сдвигающимися сторонами.

Подобно тому, как при растяжении удлинение элемента зависит от его длины $\left(\Delta\ell = N\ell/EA\right)$, абсолютный сдвиг зависит от расстояния между сдвигающимися сечениями и чем больше это расстояние, тем большим при прочих равных условиях будет и абсолютный сдвиг.

5. Закон Гука при сдвиге

В основе науки о сопротивлении материалов, являющейся частью теории упругости, лежит закон пропорциональности между нагрузкой и деформацией, называемый законом Гука. Исследуем этот вопрос для деформации ***сдвиг***.

Рассмотрим плоский элемент квадратной формы (рис. 5), по сторонам которого действуют касательные напряжения "τ", и определим удлинение его диагонали ε_1 в направлении главного напряжения σ_1:

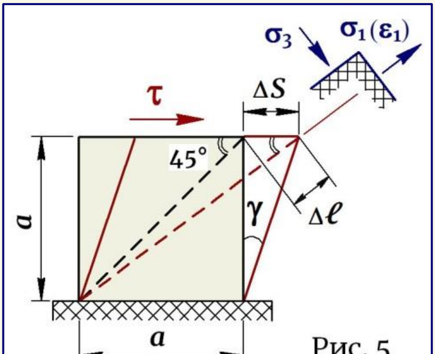


Рис. 5

★ С одной стороны, принимая —

$\boxed{\ell = a/\cos 45^\circ}$ и $\boxed{\Delta\ell = \Delta S \cos 45^\circ}$,

определяем ε_1 как $\rightarrow$

$$\boxed{\varepsilon_1} = \frac{\Delta\ell}{\ell} = \frac{\Delta S \cos^2 45^\circ}{a} = \frac{\gamma}{2}; \tag{5}$$

★ С другой стороны, линейная деформация ε_1, согласно обобщенному закону Гука, равна —

$$\boxed{\varepsilon_1 = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu\left(\sigma_2 + \sigma_3\right)\right]},$$

откуда с учетом значений (3) $\boxed{\sigma_1 = +\tau;\ \ \sigma_2 = 0;\ \ \sigma_3 = -\tau}$ получаем:

$$\boxed{\varepsilon_1} = \frac{1}{E}\left[\sigma_1 - \mu\left(\sigma_2 + \sigma_3\right)\right] = \frac{1}{E}\left[\tau - \mu(-\tau)\right] = \frac{\tau\,(1+\mu)}{E}, \qquad (6)$$

где E – модуль упругости первого рода или модуль Юнга, характеризует жесткость материала и его способность сопротивляться растяжению, сжатию, изгибу; μ – коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона).

Приравниваем правые части выражений (5) и (6) —

$$\frac{\gamma}{2} = \frac{\tau\,(1+\mu)}{E}, \text{ откуда выражаем } \boxed{\tau} = \frac{E}{2(1+\mu)}\gamma. \qquad (7)$$

Введем обозначение:

$$\boxed{G = \frac{E}{2(1+\mu)}}\ . \qquad (8)$$

Формула (8) определяет зависимость трех характеристик упругости для изотропного материала и называется ***«связь между тремя упругими постоянными»***, а $''G''$ называется ***модуль упругости второго рода*** или ***модуль сдвига***, характеризует жесткость материала и его способность сопротивляться сдвигу и кручению, измеряется в $\left[\text{МПа}\right]$. Соотношение (8) подтверждается экспериментально, а значит, может быть использовано для вычисления модуля сдвига материала $''G''$ по двум независимым постоянным упругости – $''E''$ и $''\mu''$, которые с достаточной степенью точности определяются опытным путем.

В результате на основании (7) и (8) ***закон Гука при сдвиге*** имеет вид:

$$\boxed{\tau = G\gamma}, \qquad (9)$$

откуда видно, что касательные напряжения при сдвиге прямо пропорциональны относительному сдвигу (углу сдвига).

Учитывая значения (1) и (4), закон Гука может быть представлен как:

$$\frac{Q}{A} = G\,\frac{\Delta S}{a} \;\rightarrow\; \boxed{\Delta S = \frac{Qa}{GA}}, \qquad (10)$$

где $''GA''$ называется *жесткость сечения при сдвиге*, т.е. абсолютный сдвиг прямо пропорционален сдвигающей силе и расстоянию между сдвигающимися сторонами, но обратно пропорционален жесткости поперечного сечения.

6. Потенциальная энергия деформации сдвига

При чистом сдвиге касательные силы, действующие по граням элемента, производят работу. В пределах упругих деформаций рассеяние энергии незначительно, поэтому вся работа касательных сил практически полностью преобразуется в потенциальную энергию деформации. Определим энергию, накапливаемую при *чистом сдвиге*.

Для общего случая объемного напряженного состояния удельная потенциальная энергия деформации определяется по формуле:

$$u = \frac{1}{2E}\left[\sigma_1{}^2 + \sigma_2{}^2 + \sigma_3{}^2 - 2\mu\left(\sigma_1\sigma_2 + \sigma_2\sigma_3 + \sigma_3\sigma_1\right)\right]. \qquad (11)$$

Для случая *чистого сдвига*, принимая главные напряжения равными — $\boxed{\sigma_1 = +\tau;\ \ \sigma_2 = 0;\ \ \sigma_3 = -\tau}$ (3), выражение (11) после преобразования принимает вид:

$$u = \frac{1}{2E}\left[\tau^2 + (-\tau)^2 - 2\mu\tau(-\tau)\right] = \frac{1+\mu}{E}\,\tau^2\left(\times\frac{2}{2}\right) = \frac{2\,(1+\mu)}{E}\cdot\frac{\tau^2}{2},$$

где коэффициентом является величина, обратная модулю сдвига (8). И тогда окончательно *удельная потенциальная энергия деформации сдвиг* определяется как:

$$\boxed{u = \frac{\tau^2}{2G}}. \qquad (12)$$

Полная потенциальная энергия при чистом сдвиге равна $\boxed{U = u \cdot V_0}$,

где $\boxed{V_0 = Aa}$ – объем деформируемой части детали. И тогда с учетом значений (12) и (1) получаем:

$$U = u\cdot V_0 = \frac{\tau^2}{2G}\cdot Aa = \frac{Q^2}{A^2}\cdot\frac{1}{2G}\cdot Aa \to \boxed{U = \frac{Q^2 a}{2GA}}\ \left[\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3}\right]. \qquad (13)$$

Потенциальная энергия деформации, накапливаемая в элементе, характеризует способность материала совершать работу при переходе его из деформированного состояние в исходное. Чем большее количество энергии было накоплено в детали при нагружении, тем бóльшую работу эта энергия способна совершить при разгрузке. Проведем сравнительный анализ деформаций **РАСТЯЖЕНИЯ** и **СДВИГА** стального стержня и определим, в каком случае при равных условиях нагружения потенциальная энергия деформации будет больше:

★ при ***РАСТЯЖЕНИИ***, согласно теории линейного напряженного состояния, на основании (11), принимая здесь $\boxed{\sigma_2 = 0,\, \sigma_3 = 0}$, удельная потенциальная энергия деформации равна — $\boxed{u = \dfrac{\sigma_1{}^2}{2E}}$; **(*а*)**

★ при ***ЧИСТОМ СДВИГЕ***, согласно значению (12) — $u = \dfrac{\tau^2}{2G}$.

Если учесть, что при чистом сдвиге $\boxed{\tau = \sigma_1}$, и принять для стали –

$\mu = 0{,}3 \;\rightarrow\; G = \dfrac{E}{2(1+\mu)} = \dfrac{E}{2{,}6}$, получаем — $\boxed{u = \dfrac{\tau^2}{2G} = 2{,}6\,\dfrac{\sigma_1{}^2}{2E}}$. **(*б*)**

Сравнение значений **(*а*)** и **(*б*)** показывает, что при сдвиге (как и при кручении) потенциальной энергии деформации накапливается примерно в три раза больше, чем при растяжении.

7. Практические методы расчета на сдвиг

Исследование напряженного состояния в точке при различных видах нагружения показывает, что в большинстве случаев в секущих площадках, проходящих через точку, вместе с нормальными напряжениями, связанными с изменением линейных размеров тела, присутствуют и касательные напряжениях, вызывающие сдвиг и искажение его формы. Даже в случае простого растяжения и сжатия при исследовании напряжений в наклонных площадках видно, что две части стержня, разделенные наклонным сечением, могут не только отрываться друг от друга, но и сдвигаться вдоль линии среза, что определяется наличием в наклонном сечении как нормальных, так и касательных напряжений. И если деформации растяжения, сжатия и изгиба обычно происходят в чистом виде, то ***чистый сдвиг*** в элементах инженерных конструкций практически не встречается. Касательные напряжения в плоскостях сдвига, как правило, сопровождаются нормальными напряжениями, поэтому деформации сдвига всегда сопутствует либо изгиб, либо растяжение или сжатие.

Однако на практике имеется большое количество деталей, работающих, главным образом, на сдвиг, вследствие чего основное значение приобретает проверка их прочности на срез, т.е. проверка по касательным напряжениям. На сдвиг, в основном, работают соединительные элементы конструкций, служащие для скрепления между собой отдельных деталей узлов и машин – заклепки, болты, сварные швы, штифты, врубки, а также целый ряд других деталей – цапфы крепления стоек шасси, пальцы соединения тяг, поршневые пальцы, стенки лонжеронов крыла и др. Такой же характер нагружения имеет место при передаче вращающего момента в шлицевых и шпоночных соединениях, в штифтовом соединении шестерни с валом и т.д.

7.1. Расчет заклепочных и болтовых соединений

Расчет заклепочных и болтовых соединений, работающих по схеме перерезывания (рис. 6), производится по одинаковой методике и с помощью одинаковых расчетных формул, поэтому рассмотрим этот вопрос на примере только заклепочного соединения. Особенности расчета болтовых соединений будут рассмотрены ниже.

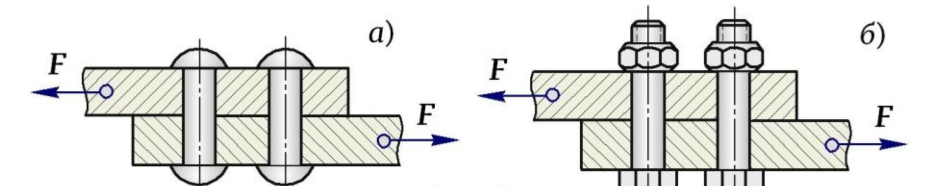


Рис. 6

В настоящее время заклепочные соединения практически полностью заменены сварными вследствие большой трудоемкости и высокого расхода материала. Однако они имеют еще очень большое применение в строительных сооружениях для соединения частей металлоконструкций — стропил, ферм, мостов, кранов; для соединения листов в котлах и резервуарах; в авиа- и судостроении для обивки фюзеляжа и корпуса; в машиностроении для крепления зубчатых венцов к дискам колес, лопаток в турбинах, фрикционных накладок, соединения элементов рам грузовых автомобилей и составных сепараторов подшипников качения. Заклепочные соединения являются незаменимыми, где необходимо соединить детали из разнородных трудно свариваемых материалов, исключить сопутствующее сварке термическое воздействие – коробление, разупрочнение термообработанных деталей и т.д. или когда необходимо соединить детали, которые не поддаются никаким другим способам соединения. Также заклепочные соединения не могут быть заменены сварными для конструкций, работающих в условиях динамических и вибрационных нагрузок, когда является важным, чтобы разрушение происходило не мгновенно, а в некотором временном интервале, позволяющем вовремя обнаружить и устранить проблему. Так, потеря прочности нескольких заклепок из десятка тысяч в соединении не приведет к мгновенному разрушению конструкции и сохранит ее работоспособности до контрольного обследования, в то время как образование трещин в сварном соединении вызовет быстрое и необратимое разрушение. Заклепочные конструкции обладают высоким качеством соединения, устойчивы при ударных и повторно-переменных нагрузках, являются прочными, надежными и стабильными, обеспечивают простоту диагностики и обслуживании.

Заклепочные соединения относятся к неразъемным соединениям. В зависимости от предъявляемых к ним требований различают три основных вида заклепочных соединений:

1) соединения *прочные*, основным требованием для которых является высокая сопротивляемость действию внешних сил (машиностроительные и строительные металлоконструкции);

2) соединения *прочноплотные*, которые помимо прочности должны обеспечивать герметичность конструкции, быть непроницаемыми для жидкостей и газов (паровые котлы и резервуары, работающие под высоким внутренним или внешним давлением);

3) соединения *плотные*, которые не испытывают силовые нагрузки, поэтому для них не требуется высокая прочность, но они должны быть плотными и герметичными (например, открытые резервуары для жидкостей, газгольдеры).

Склепывание деталей производят на специальных клепальных прессах или вручную пневматическими молотками. Различают холодную и горячую клепку. Холодную клепку можно применять только для заклепок диаметром до $8 \div 10$ мм или заклепок из цветных металлов. Горячая клепка дает более высокое качество соединения. При горячем способе стальные заклепки нагревают до состояния красного каления, устанавливают в подготовленные в соединяемых деталях отверстия и производят силовую осадку стержня. При расклепывании вследствие пластических деформаций образуется замыкающая головка, а стержень заклепки расширяется и заполняет зазор в отверстии, поэтому за расчетный диаметр заклепки принимается диаметр заготовленного отверстия. В процессе остывания стержень заклепки укорачивается и плотно стягивает соединяемые детали, создавая на стыке поверхностей большие силы трения. Относительному сдвигу деталей при действии нагрузки оказывают сопротивление стержни заклепок и частично силы трения в стыке, однако эти силы в расчете не учитываются и считается, что взаимному сдвигу листов препятствует только сопротивление заклепок срезыванию.

Место соединения деталей заклепками называют *заклепочным швом*. По виду соединения заклепочные швы различают: *внахлестку*, когда один лист накладывают на другой, и *стыковочные*, когда листы подводят встык и соединяют наложенными на них одной или двумя накладками. По расположению заклепок швы делятся на однорядные, двухрядные, многорядные, параллельные и шахматные. Швы, расположенные вдоль линии силы, называются *фланговыми*, поперек – *фронтальными*.

Реальные условия работы деталей в заклепочных и болтовых конструкциях достаточно сложны и во многом зависят от вида соединения, поэтому практические расчеты этих деталей *носят весьма условный характер* и базируются на следующих допущениях:

★ в поперечном сечении заклепки (болта) действует только поперечная сила $''Q''$, а остальные внутренние силы равны нулю;

★ касательные напряжения $''\tau''$ в поперечном сечении равномерно распределены по площади сечения;

★ силы трения между соединяемыми элементами отсутствуют и вся нагрузка воспринимается только заклепками (болтами);

★ нагрузка равномерно распределяется между рядами и отдельными болтами или заклепками в ряду. Это не является вполне верным, но достаточно близко к действительности при небольшом числе рядов.

Рассмотрим условия работы заклепки в заклепочном соединении (рис. 6, *а*). Сила $''F''$, воздействуя на листы, стремится сдвинуть их друг относительно друга, в результате чего заклепка (или болт) в плоскости контакта листов испытывают деформацию сдвиг (рис. 7), которая при определенных условиях нагружения может привести к срезу детали. Кроме того, воздействие на цилиндрическую поверхность заклепки (или болта) со стороны листа, учитывая что стандартные крепежные детали выполнены из высоко пластичных материалов, приводит к смятию боковой поверхности, вследствие чего вероятность среза заклепки многократно повышается. Помимо *среза* и *смятия*, которым подвергаются заклепки и болты в таких соединениях, они испытывают также *изгиб* от момента, создаваемого противоположно направленными параллельными силами, и *растяжение*, связанное с технологическими особенностями их установки. Однако основными расчетами для таких элементов являются расчеты **на срез** и **на смятие**.

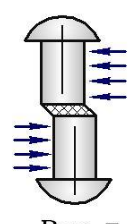


Рис. 7

Расчет на СРЕЗ

Рассмотрим в простейшем заклепочном шве заклепку в срезанном по линии раздела листов $"m-m"$ состоянии (рис. 8, *а*) и откроем ее сечение (рис. 8, *б*). В результате действия срезывающей силы $"F"$ в сечении возникает поперечная сила $"Q"$, из уравнения равновесия равная:

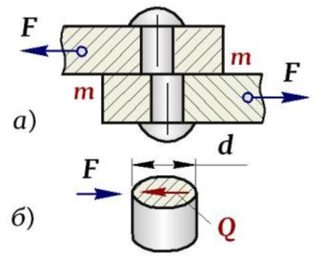


Рис. 8

$$\sum Y = 0: \; Q = F.$$

Тогда касательные напряжения в сечении определяются по формуле (1) –

$$\tau_{\text{срез}} = \frac{Q}{A_{\text{срез}}} = \frac{F}{A_{\text{срез}}},$$

где $A_{\text{срез}}$ – площадь среза, для круглого сечения равная: $\boxed{A_{\text{срез}} = \frac{\pi d^2}{4}}$,

а ***условие прочности заклепки на срез*** имеет вид:

$$\boxed{\tau_{\text{срез}} = \frac{F}{A_{\text{срез}}} = \frac{4F}{\pi d^2} \le [\tau]_{\text{срез}}}, \qquad (14)$$

откуда можно выполнять проектировочные расчеты для заклепки – подбирать ее диаметр и определять грузоподъемность, т.е.

$$\boxed{d} = \sqrt{\frac{4F}{\pi[\tau]_{\text{срез}}}}; \quad \boxed{F} = \frac{\pi d^2 [\tau]_{\text{срез}}}{4},$$

где принимают – $[\tau]_{\text{срез}} = (0{,}7 \div 0{,}8)[\sigma]_{\text{раст}}$.

В заклепочных соединениях устанавливают, как правило, не одну, а $"n"$ – заклепок (рис. 9). Такое соединение называется ***многозаклепочное соединение***, в котором заклепочные швы могут быть однорядные, двухрядные, многорядные и др. Как показывают исследования, в многозаклепочных соединениях заклепки в процессе работы нагружены неодинаково и подвергаются действию сил различной величины, однако к моменту их разрушения за счет возникающих пласти-

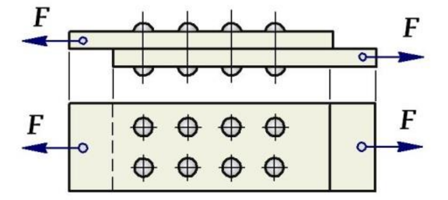


Рис. 9

ческих деформаций усилия, передающиеся на различные заклепки, *выравниваются* и на каждую заклепку приходится сила "F/n". И тогда ***условие прочности заклепки в многозаклепочном соединении*** имеет вид:

$$\boxed{\tau_{\text{срез}} = \frac{F/n}{A_{\text{срез}}} = \frac{4F}{n\pi d^2} \le [\tau]_{\text{срез}}}, \tag{15}$$

откуда также можно определять несущую способность соединения, подбирать диаметр заклепок и их необходимое количество, т.е.

$$\boxed{F} = \frac{n\pi d^2[\tau]_{\text{срез}}}{4}; \quad \boxed{d} = \sqrt{\frac{4F}{\pi n[\tau]_{\text{срез}}}}; \quad \boxed{n} = \frac{4F}{\pi d^2[\tau]_{\text{срез}}}.$$

Примечание.
Если в соединении установлено две и большее количество заклепок, такое соединение называется ***групповым****. Задача расчета групповых заклепочных конструкций состоит в определении сил, действующих на заклепки, выборе наиболее нагруженной из них и расчете прочности этой заклепки. Однако при выполнении расчетов следует иметь ввиду, что работа таких конструкций имеет сложный характер и их расчет в действительности является статически неопределимой задачей, поэтому для решения вводится ряд допущений: соединяемые детали считаются абсолютно жесткими (недеформируемыми) и в процессе нагружения остаются плоскими; поверхности стыка имеют минимум две оси симметрии, а заклепки расположены симметрично относительно этих осей; все заклепки в соединении имеют одинаковые размеры. Эти же допущения относятся и к групповым болтовым соединениям, расчет которых методически выполняется так же, как и заклепочных соединений.*

При соединении *внахлестку* пакета листов (рис. 10, *а*) или соединения листов *встык* с помощью накладок (рис. 10, *б*) срез каждой заклепки происходит по нескольким плоскостям. Такая заклепка называется ***многосрезная*** или для случая (рис. 10, *б*) — ***двусрезная заклепка***:

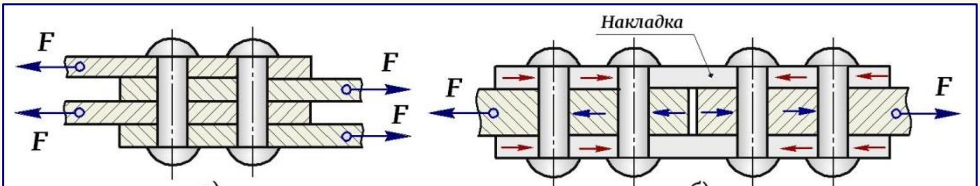


Рис. 10

Полная площадь среза многосрезной заклепки равна: $\boxed{A_{\text{срез}} = k\dfrac{\pi d^2}{4}}$,

где $"k"$ – число плоскостей среза. И тогда ***условие прочности для многосрезной заклепки в многозаклепочном соединении*** имеет вид:

$$\boxed{\tau_{\text{срез}} = \frac{F}{nkA_{\text{срез}}} = \frac{4F}{nk\pi d^2} \leq [\tau]_{\text{срез}}}, \qquad (16)$$

откуда можно определить необходимое число срезов $"k"$, проектируя конструкцию соединения.

Расчет на СМЯТИЕ

Выполнение условия прочности на срез не всегда обеспечивает прочность заклепочного соединения. При передаче давления со стороны листов (рис. 11, *а*) в стержне заклепки могут возникнуть пластические деформации и, как результат, может произойти смятие ее цилиндрической части, а также смятие стенок отверстия листов. В результате плотность прижатия листов нарушается, происходит расстройство соединения и вероятность среза заклепки многократно возрастает. Поэтому для заклепок обязательным также является ***расчет на смятие***.

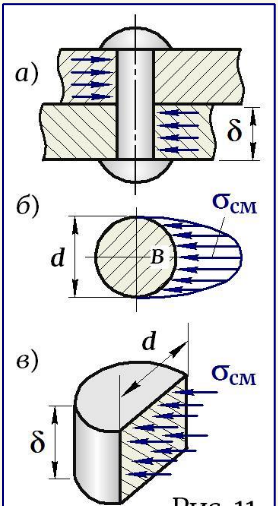


Рис. 11

На рис. 11, *б* показана схема передачи давления со стороны стенки отверстия на цилиндрическую поверхность заклепки и распределение *сминающих напряжений* $\sigma_{\text{см}}$ по поверхности.

Так как закон распределения напряжений по этой поверхности неизвестен, принято считать, что *неравномерное давление, передающееся на полуцилиндрическую поверхность заклепки, равномерно распределяется в диаметральной плоскости сечения* (рис. 11, *в*), и за площадь смятия следует принимать не полуцилиндрическая поверхность, а площадь диаметрального сечения – $\boxed{A_{\text{см}} = d\delta}$, где δ – толщина листа. При этом напряжения смятия $\sigma_{\text{см}}$ в диаметральном сечении равно наибольшему напряжению, действующему в точке $"B"$ (рис. 11, *б*) цилиндрической поверхности заклепки.

Тогда *условие прочности на смятие* имеет вид:

★ для одной заклепки – $\boxed{\sigma_{см} = \dfrac{F}{A_{см}} = \dfrac{F}{d\delta} \le [\sigma]_{см}}$; (17)

★ для заклепки в многозаклепочном соединении –

$$\boxed{\sigma_{см} = \frac{F/n}{A_{см}} = \frac{F}{nd\delta} \le [\sigma]_{см}}, \qquad (18)$$

где $[\sigma]_{см}$ – допускаемое напряжение на смятие. Смятие возникает только на поверхности контакта и носит местный характер, при котором действующие напряжения наибольшее значение имеют только в зоне контакта, а по мере удаления от него быстро затухают. Смятие не является разрушающей деформацией, поэтому допускаемое напряжение на смятие принимают значительно большим, чем при осевом сжатии: $[\sigma]_{см} = (2{,}0 \div 2{,}5)[\sigma]_{сж}$.

Из выражения (18) также можно определить безопасную силу $''F''$, не вызывающую смятие заклепки, подобрать диаметр и количество заклепок, обеспечивающих прочность соединения:

$$\boxed{F} = nd\delta[\sigma]_{см}; \quad \boxed{d} = \frac{F}{n\delta[\sigma]_{см}}; \quad \boxed{n} = \frac{F}{d\delta[\sigma]_{см}}.$$

При выполнении расчетов на смятие следует учитывать толщину соединяемых элементов, которая для заклепки определяет площадь смятия и влияет на величину сминающих напряжений $\sigma_{см}$. Согласно формуле – $\boxed{\sigma_{см} = F/A_{см} = F/d\delta}$, чем меньше толщина $''\delta''$, тем бо́льшие будут возникать напряжения смятия, поэтому для листов разной толщины, соединенных внахлестку (рис. 9), в условие прочности (18) следует подставлять меньшую площадь смятия, так как в наиболее опасных условиях по смятию будет та часть заклепки, которая расположена внутри более тонкого листа. В стыковом соединении листов с помощью накладок (рис. 10, *б*) также следует учитывать соотношение толщин соединяемых элементов – листов и накладок – и расчет на смятие выполнять по меньшему значению толщины: если $\boxed{\delta_{лист} > 2\delta_{накл}}$, то в условие прочности (18) подставляется значение $2\delta_{накл}$, если $\boxed{\delta_{лист} < 2\delta_{накл}}$ – значение $\delta_{лист}$. Кроме того, смятию подвергаются и внутренние поверхности отверстий листов, и если прочность последних на смятие ниже, чем у заклепок, проверку на смятие следует производить для соединяемых элементов по соответствующему для них значению $\left[\sigma\right]_{см}$.

При проектировании заклепочного соединения заклепки рассчитывают ***на срез*** (15) и ***на смятие*** (18): при подборе диаметра или числа заклепок выбирают наибольшее значение, округлив диаметр до стандартного, а при определении несущей способности и подборе нагрузки – принимают наименьшую. Также в соединениях листов *внахлестку* расчет заклепок выполняют для всего соединения, а в соединениях листов *встык* при помощи накладок расчет производят для заклепок, расположенных по одну сторону от стыка.

Расчет на ИЗГИБ

Вследствие того, что равнодействующие сил $"F"$, действующих на полуцилиндрические части заклепки, не лежат на одной линии, они образуют пару сил, изгибающую заклепку (рис. 12). Эта пара уравновешивается парой реактивных сил $"R"$, действующих со стороны листов на головку заклепки. Возникающий изгиб приводит к появлению напряжений $\sigma_{изг}$, действующих в сечении заклепки, однако, учитывая, что изгибающий момент пренебрежительно мал по сравнению с перерезывающей силой, напряжения изгиба весьма не существенны и не представляют опасности для прочности заклепки, поэтому в расчетах не учитываются.

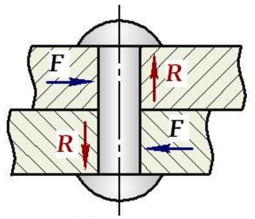


Рис. 12

Расчет на РАСТЯЖЕНИЕ

Кроме указанных напряжений $\sigma_{изг}$ в сечениях заклепки возникают также нормальные напряжения, связанные с ее растяжением, которое возникает вследствие остывания заклепки после сборки соединения. Как известно, заклепку устанавливают в отверстия листов в нагретом до красного каления состоянии, после чего ее расклепывают. При охлаждении стержень заклепки стремится укоротить свою длину, однако этому препятствуют головки заклепки, опирающиеся на листы. В результате со стороны листов возникают реакции, вызывающие растяжение заклепки и появление соответствующих напряжений. Укорочение заклепки, с одной стороны, производит положительный эффект, так как обеспечивает более плотное стягивание листов и возникновение между ними сил трения, препятствующих сдвигу деталей друг относительно друга при действии нагрузки. Но с другой стороны, возникающее от действия листов растяжение вызывает значительные нормальные напряжения по сечениям заклепки. Однако эти напряжения не создают опасности разрыва детали, так как заклепки (как и большинство крепежных деталей) изготавливают из высоко пластичных материалов, и даже если напряжения в них достигнут предела текучести $\sigma_т$, произойдет пластическое удлинение заклепки, что приведет к ослаблению затяжки листов и уменьшению сил трения между ними. В результате вероятность среза заклепки возрастает и разрушение от среза произойдет намного раньше, чем разрушение от растяжения. Поэтому заклепка возвращается, по сути, к первоначальной схеме работы на перерезывание и основным расчетом на прочность для нее остается расчет на срез.

Расчет при НЕСИММЕТРИЧНОМ НАГРУЖЕНИИ

Всякое заклепочное соединение при любой схеме расположения заклепок имеет точку "C", называемую *центром заклепочного узла* или *центром соединения*, которая является центром масс поперечных сечений заклепок и положение которой определяется так же, как положение центра тяжести любого сечения. Если внешняя сила, приложенная в плоскости стыка, проходит через центр масс соединения (симметричное нагружение), она вызывает относительный сдвиг соединяемых деталей и, согласно принятому допущению, равномерно распределена между заклепками (рис. 9, 10). Но если линия действия силы в плоскости стыка не проходит через центр заклепочного узла (несимметричное нагружение), между соединяемыми элементами происходит не только относительный сдвиг по направлению силы, но и взаимный поворот, приводящий к появлению в заклепках дополнительных сдвигающих усилий (рис. 13). Считая соединяемые детали абсолютно жесткими и недеформируемыми в плоскости соединения и принимая, что трение между ними отсутствует, а вся внешняя нагрузка передается только через заклепки, взаимный поворот деталей будет происходить вокруг центра заклепочного узла "C", называемого также *центром вращения*. При таком нагружении сила является *внецентренной*, и чтобы установить ее действие на соединение, ее

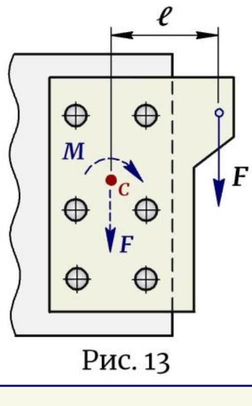


Рис. 13

следует, используя правила статики, перенести к центру узла, который при принятых допущениях принимается как центр приведения внешней силы. В результате переноса к точке $''C''$ сила заменяется эквивалентной системой сил – центральной силой $''F''$ и моментом $''M''$ (рис. 13), которые независимо друг от друга оказывают действие на каждую заклепку и приводят к появлению в сечении двух реактивных сил – $''Q_{i(F)}''$ и $''T_{i(M)}''$, вызывающих в соответствующем направлении сдвиг и возникновение касательных напряжений.

Рассмотрим вопрос на примере заклепочного соединения (рис. 14) и определим силы, действующие в сечениях заклепок:

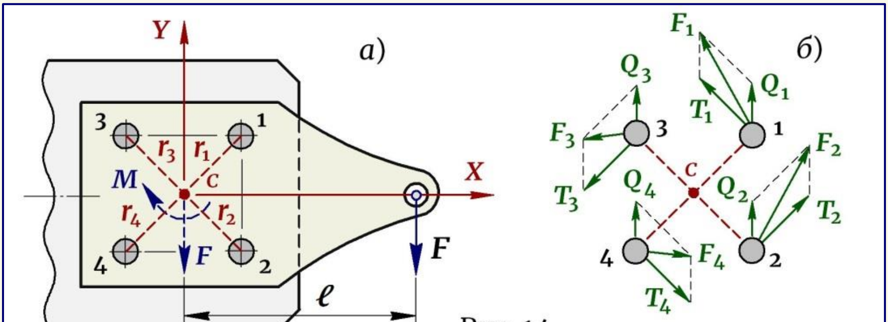


Рис. 14

⋆ Примем, что расстояния между заклепками во фланговых и фронтальных рядах одинаково, поэтому положение центра узла $''C''$ определено и все заклепки имеют одинаковый *радиус-вектор*, проведенный из точки $''C''$ в центр сечения каждой заклепки, определяемый в системе центральных осей $''X-Y''$ как — $\boxed{r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}}$, где x_i, y_i — координаты центра тяжести сечения соответствующей заклепки (рис. 14, *а*).

⋆ Путем переноса внецентренной силы к центру масс соединения приводим ее к центральной силе $\boxed{F}$ и моменту $\boxed{M = F\ell}$, соответственно стремящихся сдвинуть и повернуть кронштейн (рис. 14, *а*). Если соединение в плоскости стыка нагружено системой сил разного направления — $F_1, F_2, F_3 \ldots$, то при переносе к точке $''C''$ эти силы или их составляющие по координатным осям приводятся к *главному вектору* и *главному моменту*, действующим на соединение.

★ Центральная сила $''F''$, проходящая через центр соединения, согласно условию равновесия стыка — $\boxed{F = \sum_{i=1}^{n} Q_i}$ и принятому допущению о равномерном распределении между заклепками, вызывает в сечении каждой заклепки реактивную поперечную силу обратного направления (рис. 14, *б*), равную —

$$\boxed{Q_i = \frac{F}{n}}, \tag{19}$$

где n – число заклепок в соединении.

★ От действия момента возникающие в сечении дополнительные сдвигающие силы $''T_i''$ распределены между заклепками неравномерно, они имеют направление, перпендикулярное к радиус-вектору соответствующей заклепки (рис. 14, *б*), пропорциональны расстоянию заклепки от центра заклепочного узла и связны с моментом уравнением равновесия — $\boxed{M = T_1 r_1 + T_2 r_2 + \ldots = \sum_{i=1}^{n} T_i r_i}$. Сдвигающие силы $''T_i''$, вызванные поворотом кронштейна, пропорциональны перемещениям сечений по их направлению, а так как эти перемещения прямо пропорциональны расстояниям сечений заклепок до центра масс, то можно записать соотношения —

$$\boxed{\frac{T_1}{T_2} = \frac{r_1}{r_2};\ \frac{T_1}{T_3} = \frac{r_1}{r_3};\ \ldots\ \frac{T_1}{T_i} = \frac{r_1}{r_i}} \rightarrow \boxed{T_2 = T_1\frac{r_2}{r_1};\ T_3 = T_1\frac{r_3}{r_1};\ \ldots\ T_i = T_1\frac{r_i}{r_1}},$$

подставив которые в уравнение равновесия после его преобразования получаем формулу для определения сил, вызванных моментом —

$$\boxed{T_i = \frac{M r_i}{\sum_{i=1}^{n} r_i^2} = \frac{F \ell r_i}{\sum_{i=1}^{n} r_i^2}}. \tag{20}$$

Вычислив в сечении каждой заклепки величину и направление сдвигающих сил (19) и (20), суммарное их действие на заклепку определяется сложением векторов $\boxed{\bar{F}_i = \bar{Q}_i + \bar{T}_i}$ (рис. 14, *б*), а численное значение суммарной силы вычисляется по теореме косинусов —

$$\boxed{F_i = \sqrt{Q_i^2 + T_i^2 + 2Q_i T_i \cos\alpha_i}}, \tag{21}$$

где α_i – угол между векторами сил $\bar{Q}_i$ и $\bar{T}_i$.

Расчет такого соединения сводится к определению наиболее нагруженной заклепки и оценке ее прочности с использованием приведенных выше формул (14) и (17).

Расчет на прочность соединяемых элементов

При расчете заклепочного соединения, нагруженного силой в плоскости стыка, необходимо обеспечить не только прочность заклепок на срез и на смятие, но и прочность соединяемых элементов – листов, пластин и других скрепляемых деталей. Заклепочное соединение может потерять работоспособность и разрушиться от нормальных растягивающих напряжений во фронтальном сечении, ослабленном отверстиями под заклепки; от смятия цилиндрических стенок отверстий под давлением со стороны заклепки и, как следствие, от среза краев при близком расположении заклепок к краю листа и т.д.

Проверка на разрыв

Отверстия под заклепки уменьшают площадь поперечного сечения листа и под действием больших растягивающих нагрузок может происходить его разрушение по ослабленному сечению (рис. 15).

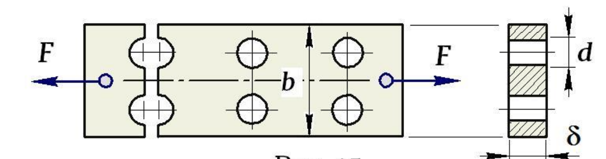


Рис. 15

Номинальное растягивающее напряжение в этом сечении должно удовлетворять ***условию прочности на растяжение*** материала деталей:

$$\boxed{\sigma_{max} = \frac{N}{A_{ослаб}} = \frac{N}{\delta(b - md)} \le [\sigma]_{раст}}, \tag{22}$$

где N – продольная сила в сечении, определяемая МЕТОДОМ СЕЧЕНИЙ; $A_{ослаб}$ – площадь листа в опасном сечении, ослабленном отверстиями; b и δ – ширина и толщина листа соответственно; d – диаметр отверстия под заклепку, равный диаметру стержня заклепки; m – число отверстий, попадающих в сечение.

Однако при конструировании соединения следует иметь ввиду, что при расположении заклепок в несколько рядов, перпендикулярных линии действия силы (фронтальные ряды), продольная сила $''N''$ не является одинаковой в сечениях растягиваемого листа. Наибольшее ее значение приходится на сечение, ближайшее к приложенной силе, а далее она уменьшается, так как каждый ряд заклепок снимает часть нагрузки с одного листа и передает ее на другой.

Рассмотрим вопрос на примере соединения двух листов шестью заклепками (рис. 16).

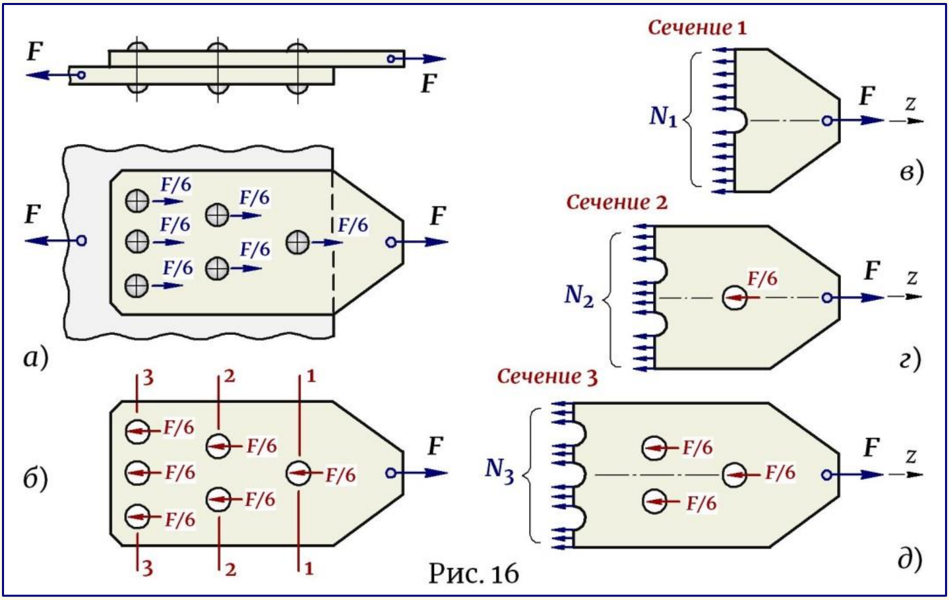


Рис. 16

Согласно принятому допущению внешняя нагрузка, приложенная к соединению и вызывающая взаимный сдвиг соединяемых деталей, равномерно распределяется между заклепками и на каждую заклепку приходится сила $''F/6''$ (рис. 16, *а*). Именно с такой силой происходит надавливание на заклепку со стороны цилиндрической поверхности отверстия листа, приводящее к ее смятию, а значит, такая же сила будет действовать и в обратном направлении на внутреннюю поверхность отверстия, также вызывая ее смятие (рис. 16, *б*).

Используя МЕТОД СЕЧЕНИЙ, определим продольные силы в поперечных сечениях листа, ослабленных отверстиями:

— ***Сечение* 1** (рис. 16, *в*) —

$$\sum Z = 0: \; F - N_1 = 0 \rightarrow \boxed{N_1 = F} \; ;$$

— ***Сечение 2*** (рис. 16, *г*) —

$$\sum Z=0:\ F-F/6-N_2=0\rightarrow \boxed{N_2=(5/6)F}\ ;$$

— ***Сечение 3*** (рис. 16, *г*) —

$$\sum Z=0:\ F-3\times(F/6)-N_3=0\rightarrow \boxed{N_3=(1/2)F}\ ,$$

откуда видно, что сечение листа в первом ряду заклепок нагружено полной силой $''F''$ и, чтобы снизить опасность разрушения, его площадь следует сделать по возможности большей, поставив здесь одну заклепку; сечение по второму ряду нагружено меньшей силой, а значит, исходя из условия равнопрочности, здесь можно установить большее число заклепок; по такому же принципу следует рассматривать и последний ряд заклепок, который является наименее нагруженным. Таким образом, при проверке листов на растяжение оценку прочности следует производить по условию —

$$\boxed{\sigma_{\max}=\frac{N_i}{A_i}\le[\sigma]_{\text{раст}}}\ ,$$

учитывая соотношение действующей в сечении продольной силы и площади этого сечения. В случае заклепочного соединения с одинаковым количеством заклепок во всех фронтальных рядах (рис. 9, 15), а значит, и одинаковой площадью сечений с отверстиями, в качестве опасного следует рассматривать сечение, ближайшее к месту приложения силы, так как здесь продольная сила будет наибольшей.

Заклепочные отверстия ослабляют сечения соединяемых деталей и снижают их прочность. Число, показывающее, во сколько раз прочность на растяжение детали с отверстиями меньше прочности на растяжение той же детали, но без отверстий, называется ***коэффициентом прочности заклепочного шва*** $''\varphi''$. Значение коэффициента $''\varphi''$ зависит от конструкции шва, и чем больше его величина, тем лучше использован материал склепываемых деталей.

Однако разрушение листа от растягивающих усилий является маловероятным, так как при проектировании соединения в первую очередь, исходя из несущей способности конструкции и на основании условия прочности на растяжение, рассчитывают размеры сечения соединяемых элементов. А затем в зависимости от толщины деталей выполняют расчет заклепочного шва: определяют диаметр и число заклепок, шаг заклепочного шва, расстояния между рядами заклепок и расстояния заклепок до края соединяемых элементов, чередуя расчетный процесс с контрольным расчетом листов на разрыв.

Некоторая опасность для листа со стороны заклепочных отверстий создается у краев отверстия на концах его диаметра, перпендикулярного направлению растяжения, где возникает концентрация напряжений и местные напряжения могут достигать предельных значений, вызывая текучесть или хрупкое разрушение материала в зоне, прилегающей к отверстию. Однако возникающие здесь пластические деформации охватывают весьма небольшой объем и не представляют опасности для прочности листа, а образование трещин в этой области возможно только при переменных нагрузках и низкой усталостной прочности материала листа, при статическом нагружении опасность такого явления исключена.

Однако негативное влияние на прочность соединяемых элементов оказывают отверстия, расположенные у фронтальных краев листа, где вследствие смятия стенок может происходить прорезание заклепками соединяемых деталей (рис. 17). Срез происходит по двум сечениям $"k-k"$ на каждой заклепке и для предотвращения этого прорезания должно выполняться условие прочности материала листа на срез:

$$\boxed{\tau_{\text{срез}} = \frac{F}{2\delta\left(e-0{,}5d\right)n} \le \left[\tau\right]_{\text{срез}}}, \quad (23)$$

где $\left(e-0{,}5d\right)$ – длина опасного сечения; δ – меньшая из толщин склепываемых деталей; n – число заклепок в первом фронтальном ряду.

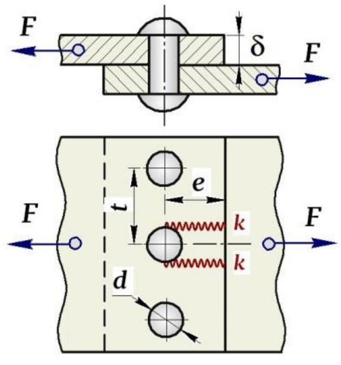


Рис. 17

Во избежание возможности среза листов заклепками последние размещают на определенных расстояниях друг от друга и от края листа. Расположение заклепок производится как по условиям обеспечения прочности и плотности соединения, так и по чисто производственным соображениям. Минимальный шаг размещения заклепок определяется удобством клепки и прочностью соединяемых элементов, максимальный – условиями плотного прилегания листов и зависит от жесткости соединяемых элементов. Расстояния между центрами заклепок принимают в пределах – $\boxed{3d \le t \le 7d}$, а расстояния до края листов должны быть не менее $\boxed{\left(1{,}5 \div 2{,}0\right)d}$.

Особенности расчета болтовых соединений

Расчет болтовых соединений, нагруженных силами, сдвигающими детали в стыке, имеет особенности и зависит от способа установки болтов. Различают установку болтов С ЗАЗОРОМ И БЕЗ ЗАЗОРА:

★ При установке болтов в отверстии С ЗАЗОРОМ внешняя нагрузка уравновешивается силами трения между поверхностями соединяемых деталей, обусловленных затяжкой болтового соединения. Для таких соединений используют высокопрочные болты, усилия затяжки которых полностью обеспечивают отсутствие сдвига в стыке соединения. Эти болты ставят в отверстия большего, чем болт, диаметра и гайки при установке затягивают специальным динамометрическим ключом до очень высоких растягивающих усилий, которые обеспечивают столь плотное обжатие соединяемых деталей, что создающиеся между ними силы трения в состоянии полностью воспринять усилия, передающиеся через соединение. Внешняя нагрузка на болт не передается! Зазор сохраняется, поэтому болт не испытывает деформацию сдвига и не рассчитывается ни на срез, ни на смятие. Болт работает на кручение и растяжение, вызванных затяжкой, и его прочность оценивают по эквивалентному напряжению с использованием одной из теорий прочности. Такие соединения называются *фрикционными*, условием их прочности является — $\boxed{F_{\text{внеш}} \le kF_{\text{тр}}}$, где k – число плоскостей стыка деталей, и их применяют в конструкциях, где сдвигающая сила относительно невелика – фланцевые муфты, разъемные шкивы распределительного вала двигателей внутреннего сгорания и др.

★ В соединениях, где возникают значительные сдвигающие усилия, а также при динамических нагрузках, болты устанавливают в отверстия БЕЗ ЗАЗОРА (плотно, с небольшим натягом). В этом случае детали удерживаются от сдвига стержнем болта, а не силами трения в стыке, поэтому затяжка болтового соединения выполняется без контролируемого натяжения и необходима только для фиксации болта в отверстии. Такой болт работает на срез и на смятие, вызванных сдвигом соединяемых деталей, поэтому основным для него расчетом является расчет по напряжениям среза и смятия. Этот расчет выполняется по такой же методике и с использованием таких же формул, как это рассмотрено выше для заклепочных соединений. Здесь также при действие продольной силы, приложенной параллельно плоскости стыка и проходящей через центр тяжести соединения, распределение силы между болтами принимается равномерным, а при действии на соединение момента в этой же плоскости, вызывающего сдвиг соединяемых элементов, распределение усилий на болты принимается пропорциональным расстояниям от центра тяжести соединения до рассматриваемого болта. В этом случае болты, работающие на срез от действия продольной силы и момента, проверяются на равнодействующее усилие.

Сравнительный анализ работы соединения на сдвигающую нагрузку при рассмотренных вариантах установки болтов показывает, что при установке болта с зазором усилие затяжки, требуемое для создания необходимых сил трения в стыке, предотвращающих сдвиг деталей, более чем в 7 раз превышает внешнее сдвигающее усилие, и при определенном коэффициенте трения между стягиваемыми листами несколько болтов, поставленных с зазором, можно заменить одним болтом такого же диаметра, поставленным без зазора, с натягом. Однако соединения с натягом дороже из-за сложности технологии изготовления, т.к. этот метод требует точности выполнения размеров отверстия и болта.

7.2. Расчет сварных соединений

Существующие в современном строительном и машиностроительном производстве виды сварки весьма разнообразны и имеют конкретные области применения, однако наибольшее распространение при изготовлении металлических конструкций получила электродуговая сварка, основанная на использовании теплоты электрической дуги для расплавления металла. Прочность сварного соединения обеспечивается однородностью и непрерывностью сварного шва, а также прочностью прилегающей к нему зоны соединяемых элементов, зависит от качества основного металла и его способности к свариванию, от способа сварки, формы и вида конструкции соединения, характера силового воздействия. И если выбор материалов и технологии сварки сделан правильно, то сварное соединение не уступает по надежности заклепочному как при статических, так и при динамических нагрузках. Сварное соединение из существующих неразъемных соединений является наиболее совершенным, так как лучше других обеспечивает создание из соединяемых деталей цельного элемента. Оно просто в исполнении, имеет низкую трудоемкость изготовления и возможность автоматизации процесса, обеспечивает прочность, плотность и герметичность соединения, но главным преимуществом сварной технологии является снижение массы конструкции и ее стоимости.

Сварные соединения выполняют ***встык*** и ***внахлестку***. Рассмотрим виды сварных соединений и расчет сварных швов на прочность.

Соединение ВСТЫК

В стыковых соединениях свариваемые изделия соединяются между собой торцами или кромками таким образом, что поверхность одной из деталей является продолжением поверхности другой. Стыковые соединения обеспечивают высокие механические свойства сварной конструкции и являются наиболее надежными в условиях вибрационных и переменных нагрузок, поэтому активно используются в авиакосмической и автомобильной промышленности для создания неразъемных соединений деталей. Стыковые соединения просты, эстетичны, позволяют получить аккуратный внешний вид изделия, экономичны в отношении используемых материалов, доступны для диагностики и контроля качества. Стыковая сварка широко востребована в производстве металлоконструкций самого разного назначения: для сваривания частей трубопроводов, обечаек баллонов и цистерн, в листовых корпусных изделиях, для создания разнообразных соединений из уголков, швеллеров и других фасонных профилей.

Соединение *встык* образуется путем заполнения зазора между торцами соединяемых элементов жидким металлическим сплавом, состоящим из расплавленного основного и наплавленного металлов, где в качестве присадочного материала чаще всего используется материал свариваемых деталей. Толщина свариваемых элементов неограничена, но в зависимости от толщины соединяемых деталей сварка *встык* осуществляется различными формами швов: **O**–образный шов, **V**–образный шов и **X**–образный шов (рис. 18). Чтобы сечение в месте соединения не было ослаблено, шов должен быть полным и качественным, без полостей и непроваров, с полной заваркой концов. Наплывы сварного шва расчетом не учитываются. Они являются концентраторами напряжений и их удаляют механическим способом. Стыковые швы работают на растяжение (сжатие), поэтому их расчет выполняют по нормальным напряжениям подобно расчету любого элемента на продольную силу, и *условие прочности стыкового шва* имеет вид:

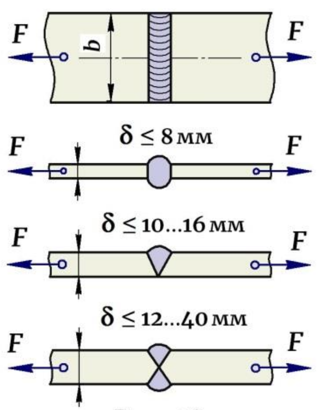


Рис. 18

$$\sigma_{\text{раст(сж)}} = \frac{F}{A_{\text{ш}}} = \frac{F}{\delta \ell_{\text{ш}}} \le \left[\sigma_{\text{э}} \right], \qquad (24)$$

где $\left[\sigma_Э\right]$ – допускаемое напряжение для шва на растяжение или сжатие (индекс «Э» означает *электродуговую сварку*).

Расчетная высота шва принимается равной толщине свариваемых элементов $"\delta"$, а условная рабочая площадь сечения стыкового шва равна — $\boxed{A_ш = \delta \ell_ш}$, где $\ell_ш$ – расчетная длина шва с полноразмерной высотой, однако по краям шва технологически всегда образуются непровары, поэтому действительная длина шва принимается больше расчетной на $10\,мм$.

Сварное соединение состоит из трех основных зон: сварного шва – закристаллизовавшегося металла, находившегося в процессе сварки в расплавленном состоянии; зоны термического влияния – прилегающей ко шву зоны основного металла, имеющего вследствие нагревания пониженные механические свойства, и участка основного металла. Прочность сварного соединения определяется свойствами металла шва и зоны термического влияния. При правильном подборе сварочных материалов и технологии сварки зона стыкового шва должна обладать такой же прочностью, что и материал основной детали, как при статической, так и циклической нагрузке. Однако на практике создание идеального сварного шва нереализуемо. По различным техническим и технологическим причинам в шве могут появиться различного рода дефекты в виде пор, раковин, газовых и шлаковых включений, других внутренних нарушений, являющихся источниками концентрации напряжений и снижающих прочность соединения.

Пониженную прочность сварных соединений учитывают назначением соответствующих допускаемых напряжений, которые для сварки соединений *встык* принимаются равными:

$$\left[\sigma_Э\right] = 100 \div 130 \text{ МПа} \text{ – на растяжение;}$$
$$\left[\sigma_Э\right] = 110 \div 145 \text{ МПа} \text{ – на сжатие.}$$

Для стальных конструкций значения допускаемых напряжений для сварных швов приведены в технических нормативных документах.

Отношение $\boxed{\varphi = \left[\sigma_Э\right] / \left[\sigma\right]_{раст}}$ является ***коэффициентом прочности сварного соединения***, где $\left[\sigma\right]_{раст}$ – допускаемое напряжение на растяжение для основного металла. В стыковых соединениях при качественном выполнении сварки — $\varphi = 0{,}9 \div 1{,}0$, а значит, сварное соединение является практически равнопрочным соединяемым деталям. Если шов обладает пониженными механическими свойствами или требуется повысить несущую способность соединения, *прямой* стыковой шов заменяют *косым* (рис. 19), который за счет большей длины и большей рабочей площади сечения способен обеспечить, согласно расчетной формуле (24), более высокую прочность и грузоподъемность.

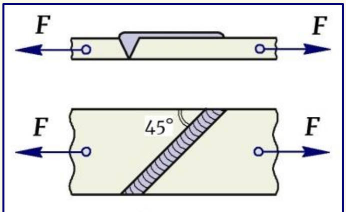


Рис. 19

Соединение ВНАХЛЕСТКУ

Соединение *внахлестку* двух листов одинаковой ширины показано на рис. 20, *а*. Как правило, сваривание в этом случае производится двумя швами – снизу и сверху. Такие швы называются ***угловыми*** или ***валиковыми*** швами. Валиковые швы, привариваемые перпендикулярно к направлению силы, называются ***торцевыми*** или ***лобовыми***, а лежащие параллельно направлению силы, называются ***боковыми*** или ***фланговыми***. На рис. 20, *б* показан **комбинированный шов**, состоящий из одного лобового и двух фланговых швов.

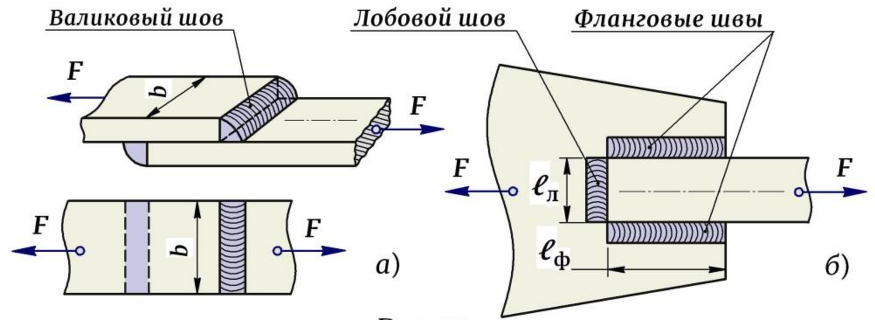


Рис. 20

РАСЧЕТ ТОРЦЕВЫХ (ЛОБОВЫХ) ШВОВ

Реальный валиковый шов имеет неправильную и неопределенную форму (рис. 21, *а*), но при выполнении теоретических расчетов технологические наплывы не учитываются и сечение шва принимается в виде равнобедренного прямоугольного треугольника с катетом, равным толщине свариваемых деталей → $\boxed{k=\delta}$, и расчетной высотой, соответственно равной 0,7δ (рис. 21, *б*).

Соединения внахлестку лобовыми швами могут разрушаться как по поверхности контакта шва с деталью – либо путем отрыва по вертикальному катету, либо сдвига по горизонтальному, так и по причине разрушения самого шва.

Угловые швы под нагрузкой испытывают сложное напряженное состояние. Нормальная $''\sigma''$ и касательная $''\tau''$ составляющие полного напряжения $''p''$, действующего в сечении шва (рис. 21, *б*), вызывают в последнем растяжение и сдвиг. Но поскольку сопротивление стали сдвигу ниже сопротивления растяжению, именно сдвиг является разрушающей деформацией для углового шва и, как показывает практика, разрушение лобового шва происходит в результате среза по самому слабому его сечению (рис. 21, *в*), которым является биссекторное сечение $''m\text{-}m''$, имеющее в угловом шве (без учета наплывов) наименьшую площадь, принимаемую за расчетную и равную:

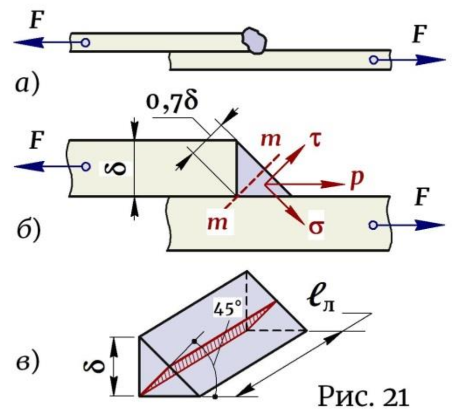


Рис. 21

$$\boxed{A_{\text{ш}} = \delta \cos 45° \ell_{\text{л}} = 0,7\delta \ell_{\text{л}}},$$

где $\ell_{\text{л}}$ – расчетная длина лобового шва.

Предполагая, что касательные напряжения в этом сечении распределены равномерно, и принимая во внимание, что на восприятие силы $''F''$ в соединении работают два шва (рис. 20, *а*), *условие прочности на срез лобового шва* имеет вид:

$$\boxed{\tau_{\text{срез}} = \frac{F}{1,4\delta \ell_{\text{л}}} \le [\tau_{\text{э}}]}, \qquad (25)$$

где длина лобового шва, учитывая *непровары* на концах, принимается меньше ширины листа $''b''$ примерно на $10\,\text{мм}$: $\ell_{\text{л}} = b - 10\,\text{мм}$.

Примечание.
Размер катета назначается при проектировании и в большинстве случаев принимается равным толщине свариваемых листов – $k = \delta$ (*рис. 22*), *но в зависимости от размеров детали и технологии сварки может иметь и другое значение, определяемое техническими условиями. В машиностроении катет шва принимают в диапазоне величин* $k_{\min} \le k \le 1,2\delta$, *где* $k_{\min} = 3\,\text{мм}$, *а* δ – *толщина более тонкой из свариваемых деталей. В со-*

единениях лобовыми швами катеты могут иметь соотношение $k:k' = 1:1;\ 1:1{,}5;\ 1:2$, *где более длинный катет лежит вдоль действия силы. Расчетная длина лобового шва при полном проваре равна геометрической ширине листа* $\ell_{ш} = b$. *В случае низкого качества сварки и непровара по краям расчетная длина шва принимается меньшей, равной* $\ell_{ш} = b - 2\delta$.

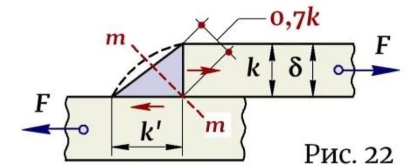


Рис. 22

РАСЧЕТ ФЛАНГОВЫХ (БОКОВЫХ) ШВОВ

Работа угловых швов отличается от работы стыковых и значительно зависит от расположения шва относительно направления силы. При нагружении сварного соединения лобовые и фланговые швы работают в сложных условиях и испытывают сдвиг, изгиб, частично растяжение (сжатие), но главной причиной разрушения шва является срез, который в угловых швах происходит по биссекторному сечению, имеющему наименьшую площадь (рис. 21, *б*, *в*). Поэтому все угловые швы, независимо от их расположения к направлению нагрузки, рассчитывают только на ***срез***. И если деформации лобовых швов относительно невелики и напряжения в них распределены сравнительно равномерно, то фланговые швы являются более деформативными и имеют неравномерный характер распределения по длине напряжений среза, принимающих наибольшую величину по краям шва, откуда и начинается его разрушение. С увеличением длины шва неравномерность напряжений возрастает, поэтому длину фланговых швов ограничивают в пределах $30\,\text{мм} < \ell_{ф} < 60k$: в коротких швах длиной менее $30\,\text{мм}$ не успевает установиться тепловой режим и шов получается некачественный, а в швах длиной более $60k$ наблюдается значительная неравномерность напряжений. Однако это наблюдается на упругой стадии нагружения. По мере увеличения нагрузки за счет появлениях пластических деформаций срезывающие напряжения в шве выравниваются, поэтому при расчете принимается равномерное распределение напряжений. Разрушение фланговых швов всегда начинается с концов, но соединение может разрушиться не только по металлу шва, но и по основному металлу.

Разрушение фланговых швов происходит на значительном его протяжении путем срезывания наплавленного металла шва в направлении, параллельном шву, по наиболее слабой плоскости "m-m" (рис. 23). Учитывая, что фланговые швы всегда выполняются парными, *условие прочности для флангового шва* имеет вид:

$$\boxed{\tau_{\text{срез}} = \frac{F}{1{,}4\delta \ell_{\text{ф}}} \le \left[\tau_{\text{э}} \right]}\,, \qquad (26)$$

откуда можно определить расчетную длину бокового шва —

$$\ell_{\text{ф}} = F/1{,}4\delta\left[\tau_{\text{э}}\right],$$

при этом проектная длина шва принимается равной $\ell = \left(\ell_{\text{ф}} + 10\,\text{мм}\right)$.

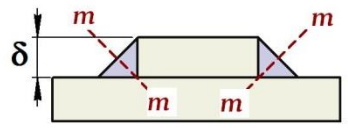


Рис. 23

РАСЧЕТ КОМБИНИРОВАННОГО СТЫКА

В комбинированном соединении присутствуют один лобовой и два фланговых (рис. 20, *б*). Расчет такого соединения сводится к определению силы "F", которую может безопасно выдержать этот стык. Нагрузка, прикладываемая к соединению, распределяется между швами – часть силы $F_{\text{л}}$ воспринимает лобовой шов и часть силы $F_{\text{ф}}$ – фланговые швы, поэтому –

$$\boxed{F = F_{\text{л}} + F_{\text{ф}}}\,. \qquad (27)$$

Из *условия прочности лобового шва* (25) определяем:

$$\boxed{F_{\text{л}} = 0{,}7\delta \ell_{\text{л}} \left[\tau_{\text{э}} \right]}\,. \qquad (28)$$

Из *условия прочности 2-х фланговых швов* (26) определяем:

$$\boxed{F_{\text{ф}} = 1{,}4\delta \ell_{\text{ф}} \left[\tau_{\text{э}} \right]}\,. \qquad (29)$$

Подставляем значения (28) и (29) в выражение (27) и после преобразования получаем:

$$\boxed{F = 0{,}7\delta(\ell_{\text{л}} + 2\ell_{\text{ф}}) \left[\tau_{\text{э}} \right]}\,. \qquad (30)$$

Выражение (30) называется *условием прочности для комбинированного стыка*, из которого по известным данным можно определить все искомые величины. Напряжения по условиям (25)–(30) принимаются равными $\left[\tau_{\text{э}} \right] = 80 \div 100\,\text{МПа}$.

Иногда при соединении внахлестку, если фланговые швы оказываются недостаточными и не обеспечивают равнопрочность конструкции, а увеличить ее размеры не представляется возможным, соединение усиливают прорезными швами, осуществляемыми путем наплавки металла в узкую прорезь, сделанную в одном из соединяемых элементов и лежащую в направлении действующего усилия. Рекомендуемая ширина прорези принимается равной двойной толщине прорезаемой детали, а длина – не более двадцати толщин. Однако применяют такие соединения лишь в крайних случаях и только при условии правильной технологии сварочных работ, так как прорезь вызывает ослабление сечения и приводит в зоне сварки к высокой концентрации напряжений как в основном металле, так и в сварном шве. Следует заметить, что такая же проблема с концентрацией напряжений возникает при комбинировании фланговых швов с лобовыми, поэтому при использовании соединений внахлестку лучше ограничиться одними фланговыми швами, избегая комбинированных соединений. Более подробно технические и технологические вопросы сварки рассматриваются в специальных курсах.

ОСНОВНЫЕ РАСЧЕТНЫЕ ФОРМУЛЫ	
$\tau = \dfrac{Q}{A} \le [\tau]$	Условие прочности при сдвиге (срезе)
$\gamma = \dfrac{\Delta S}{a}$	Деформации при сдвиге
$\tau = G\gamma;\ \ \Delta S = \dfrac{Qa}{GA}$	Закон Гука при сдвиге
$U = \dfrac{Q^2 a}{2GA};\ \ u = \dfrac{\tau^2}{2G}$	Полная и удельная потенциальная энергия деформации сдвига
Расчет болтовых и заклепочных соединений	
$\tau = \dfrac{4F}{n\pi d^2} \le [\tau]_{срез}$	Условие прочности заклепки на срез в многозаклепочном соединении
$\tau = \dfrac{4F}{nk\pi d^2} \le [\tau]_{срез}$	Условие прочности на срез многосрезной заклепки
$\sigma = \dfrac{4F}{ndt} \le [\sigma]_{см}$	Условие прочности заклепки на смятие в многозаклепочном соединении
$\sigma_{max} = \dfrac{F}{\delta(b - md)} \le [\sigma]_{раст}$	Условие прочности листов на разрыв
Расчет сварных соединений	
$\sigma_{раст\,(сж)} = \dfrac{F}{\ell\delta} \le [\sigma_э]$	Условие прочности сварного шва при соединении встык
$\tau_{срез} = \dfrac{F}{1{,}4\ell_л\delta} \le [\tau_э]$	Условие прочности торцевых (лобовых) швов на срез
$\tau_{срез} = \dfrac{F}{1{,}4\ell_ф\delta} \le [\tau_э]$	Условие прочности фланговых (боковых) швов на срез
$F = 0{,}7\delta(\ell_л + 2\ell_ф)[\tau_э]$	Расчет комбинированного стыка

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЧАСТЬ

1. Расчеты при чистом сдвиге

Задача 1

При растяжении пластины напряжениями $\sigma = 140$ МПа ее длина увеличилась на $0{,}075\%$, а ширина уменьшилась на $0{,}025\%$. Определить модуль сдвига материала пластины.

РЕШЕНИЕ:

1 В направлении действия напряжения возникает относительная продольная деформация, по закону Гука равная:

$$\boxed{\varepsilon = \frac{\sigma}{E}}, \text{ откуда } \boxed{E} = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{140}{0{,}00075} = 1{,}9 \cdot 10^5 \text{ МПа.} \qquad (1)$$

2 В поперечном направлении возникает поперечная деформация ε', связанная с продольной через коэффициент Пуассона:

$$\boxed{\varepsilon' = -\mu\varepsilon}, \text{ откуда } \boxed{\mu} = \left|\frac{\varepsilon'}{\varepsilon}\right| = \left|\frac{0{,}00025}{0{,}00075}\right| = 0{,}33. \qquad (2)$$

3 На основании значений (1) и (2) определяем модуль сдвига:

$$\boxed{G = \frac{E}{2(1+\mu)}} = \frac{2 \cdot 10^5}{2(1+0{,}33)} = 7{,}5 \times 10^4 \text{ МПа.}$$

Задача 2

Определить касательные напряжения, вызывающие изменение угла квадрата, равное $\gamma = 0{,}01$ рад, если для материала квадратного элемента $E = 2 \times 10^5$ МПа, $\mu = 0{,}25$. Вычислить удельную потенциальную энергию деформации.

РЕШЕНИЕ:

1 Определяем модуль сдвига материала "G" из формулы, связывающей три постоянные упругости:

$$\boxed{G = \frac{E}{2(1+\mu)}} = \frac{2 \cdot 10^5}{2(1+0{,}25)} = 8 \times 10^4 \text{ МПа.}$$

② По закону Гука при сдвиге определяем касательные напряжения:

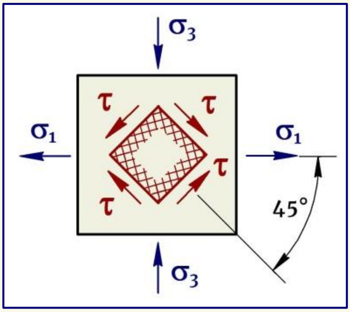
$$\boxed{\gamma = \tau / G} \rightarrow \boxed{\tau} = G\gamma = 8 \cdot 10^4 \cdot 0{,}01 = 800\,\text{МПа}.$$

③ Вычисляем удельную потенциальную энергию деформации сдвиг:

$$\boxed{u = \frac{\tau^2}{2G}} = \frac{800^2}{2 \cdot 8 \cdot 10^4} = 0{,}005\ \text{Н/мм}^2.$$

Задача 3

Квадратная стальная пластина растягивается в горизонтальном направлении напряжениями $\sigma_1 = 140\,\text{МПа}$ и сжимается в перпендикулярном направлении напряжениями такой же величины. Определить величину и направление наибольших касательных напряжений и изменением угла между диагоналями пластины, если для материала $E = 2 \times 10^5\,\text{МПа}$, $\mu = 0{,}25$.



<u>РЕШЕНИЕ</u>:

① Квадратная пластина испытывает ***чистый сдвиг***, который является особым случаем *плоского напряженного состояния* и возникает в точках, в которых действуют главные нормальные напряжения, одинаковые по величине, но обратные по знаку – одно растягивающее, другое – сжимающее. В этом случае площадки ***чистого сдвига*** расположены по отношению к главным площадкам под углом 45° и действующие в них касательные напряжения равны главным:

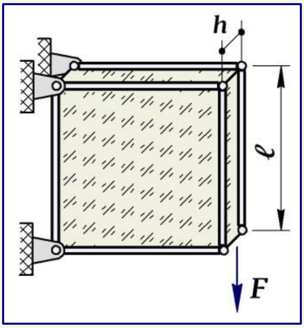
$$\boxed{\tau} = \pm\,\sigma_{1,3} = \pm\,150\,\text{МПа}.$$

② Определяем угол сдвига в пластине. Согласно закону Гука угловая деформация вычисляется как $\rightarrow \boxed{\gamma = \tau / G}$, где модуль сдвига "$G$" определяется из формулы, связывающей три постоянные упругости:

$$\boxed{G = \frac{E}{2\,(1+\mu)}} = \frac{2 \cdot 10^5}{2\,(1+0{,}25)} = 8 \times 10^4\,\text{МПа}.$$

Тогда угол сдвига равен: $\boxed{\gamma} = \dfrac{\tau}{G} = \dfrac{140}{8 \cdot 10^4} = 0{,}0018\ \text{рад} \approx 0{,}1^\circ.$

Задача 4



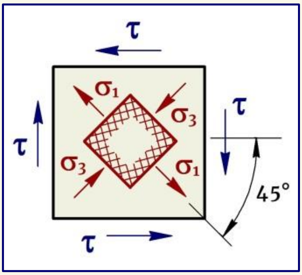
Квадратная алюминиевая пластина со стороной $\ell = 25$см и толщиной $h = 2$мм установлена в рамке из шарнирно соединенных стержней и подвергается действию силы $F = 25$кН. Определить изменение длин диагоналей пластины и перемещение точки приложения силы. Принять для пластины: $\mu = 0{,}34$; $E = 0{,}7 \times 10^5$ МПа.

РЕШЕНИЕ:

① Касательные напряжения, действующие по граням, равны:

$$\boxed{\tau} = \frac{F}{A} = \frac{F}{h\ell} = \frac{25 \cdot 10^3}{2 \cdot 250} = 50 \text{ МПа}.$$

Так как на гранях пластины действуют только касательные напряжения, а нормальные равны нулю – здесь имеет место ***чистый сдвиг***. При чистом сдвиге главные площадки расположены под углом 45° по отношению к площадкам чистого сдвига и главные нормальные напряжения в них одинаковы по величине, но обратны по знаку, т.е. одно растягивающее, а другое сжимающее, и равны касательным напряжениям в площадках чистого сдвига: $\boxed{\sigma_{1,3} = \pm\tau = \pm\, 50\,\text{МПа}}$.



② Определяем изменения длин диагоналей:

★ Первоначальная длина диагоналей:

$$a = \sqrt{2\ell^2} = \sqrt{2 \cdot 250^2} = 353{,}55 \text{ мм}.$$

★ Главные линейные деформации, согласно обобщенному закону Гука, при ***чистом сдвиге*** определяются как —

$$\boxed{\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \frac{1}{E}\left(\sigma_1 - \mu\sigma_3\right) = \frac{1}{E}\left[\tau - \mu\left(-\tau\right)\right] = \frac{\tau}{E}\left(1+\mu\right) \\ \varepsilon_3 &= \frac{1}{E}\left(\sigma_3 - \mu\sigma_1\right) = \frac{1}{E}\left[\left(-\tau\right) - \mu\tau\right] = -\frac{\tau}{E}\left(1+\mu\right) \end{aligned}}$$

и в направлении действия главных напряжений (диагоналей) соответственно равны:

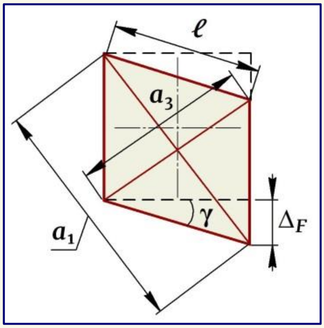
$$\boxed{\varepsilon_{1,3}} = \pm \frac{\tau}{E}(1+\mu) = \pm \frac{50}{0{,}7 \cdot 10^5} \cdot (1+0{,}34) = \pm 0{,}00096.$$

★ Тогда изменение длин диагоналей равно:

$$\Delta a_{1,3} = \varepsilon_{1,3}\, a = \pm\, 0{,}00096 \cdot 353{,}55 = \pm\, 0{,}34 \text{ мм} \;\rightarrow$$

$$\boxed{a_1} = a + \Delta a_1 = 353{,}55 + 0{,}34 \approx 354 \text{ мм};$$

$$\boxed{a_3} = a - \Delta a_3 = 353{,}55 - 0{,}34 \approx 353 \text{ мм}.$$



③ Определяем угол сдвига в пластине. Согласно закону Гука угловая деформация вычисляется как → $\boxed{\gamma = \tau / G}$, где модуль сдвига "G" определяется из формулы, связывающей три постоянные упругости:

$$\boxed{G = \frac{E}{2(1+\mu)}} = \frac{0{,}7 \cdot 10^5}{2(1+0{,}34)} = 2{,}6 \times 10^4 \text{ МПа}.$$

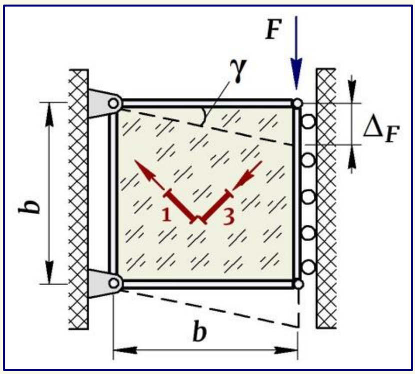
Тогда угол сдвига равен: $\boxed{\gamma} = \dfrac{\tau}{G} = \dfrac{50}{2{,}6 \cdot 10^4} = 0{,}0019 \text{ рад} \approx 0{,}11°.$

④ Опускание точки приложения силы равно:

$$\boxed{\Delta_F} = \ell \operatorname{tg}\gamma = 250 \cdot \operatorname{tg} 0{,}11° = 0{,}5 \text{мм}.$$

Задача 5

Лист квадратной формы размером $b = 100 \text{см}$, обрамленный жесткими звеньями, испытывает деформацию чистого сдвига. Главные деформации в листе, измеренные с помощью двух тензорезисторов **1** и **3**, составляют $\varepsilon_{1,3} = \pm\, \varepsilon = 0{,}0005$. Определить перемещение точки приложения силы.



РЕШЕНИЕ:

① Согласно обобщенному закону Гука, учитывая, что при ***чистом сдвиге*** $\boxed{\sigma_1 = +\tau,\ \sigma_2 = 0,\ \sigma_3 = -\tau}$, главные линейные деформации в листе могут быть вычислены по формуле (см. выше) —

$$\varepsilon_{1,3} = \pm\,\varepsilon = \tau\,\frac{(1+\mu)}{E}\ ,$$

которая, подставляя сюда $\boxed{\tau = G\gamma}$ и соотношение $\boxed{G = E/2(1+\mu)}$, приводится к виду, откуда по заданным линейным деформациям можно определить угол сдвига:

$$\boxed{\varepsilon = G\gamma\,\frac{1}{2G} = \frac{\gamma}{2}} \ \rightarrow\ \boxed{\gamma} = 2\varepsilon = 2\cdot 0{,}0005 = 0{,}001 \text{ рад}.$$

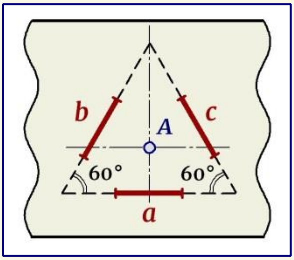
2 Определяем перемещение точки приложения силы:

$$\mathrm{tg}\,\gamma = \frac{\Delta_F}{b} \approx \gamma\ \rightarrow\ \boxed{\Delta_F} = b\gamma = 1000\cdot 0{,}001 = 1\,\text{мм}.$$

Задача 6

На поверхности тонкостенной конструкции вокруг некоторой точки "A" наклеена равноугольная розетка тензорезисторов "a,b,c" (дельта-розетка). Относительные продольные деформации, замеренные приборами после нагружения конструкции, оказались равными: $\varepsilon_a = 0{,}00074$, $\varepsilon_b = -0{,}00122$, $\varepsilon_c = 0{,}00048$.

Определить величину и направление главных напряжений, действующих вблизи исследуемой точки, и установить в ней вид напряженного состояния. Принять для детали: $E = 0{,}7\times 10^5$ МПа, $\mu = 0{,}35$.

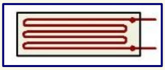


Примечание.

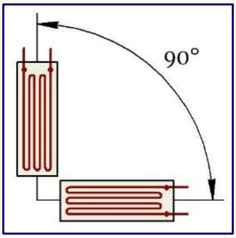
Для исследования напряженно-деформированного состояния и прочности инженерных конструкций широкое применение имеет метод тензометрирования, в основе которого лежит способность проволочных элементов при механическом деформировании к изменению омического сопротивления. В переводе с латинского «тензо» означает «деформация». Тензодатчик представляет собой элемент, выполненный из специальной тензометрической микропроволоки, уложенной зигзагообразно в форме петлеобразной решетки на изолирующей подложке, которая наклеивается на поверхность исследуемой детали специальным клеем. При нагружении детали и возникновении в ней упругих деформаций датчик деформируется вместе с ней, что вызывает изменение его электрического сопротивления, которое пересчитывается специальными приборами в деформацию детали в направлении базы датчика с последующим переходом от деформаций к напряжениям с использованием закона Гука.

При измерениях деформаций в зависимости от вида напряженного состояния (линейное или плоское) различают три основных случая:

★ *Линейное напряженное состояние (растяжение или сжатие), при котором ИЗВЕСТНО направление главного напряжения. В этом случае используют один линейный тензодатчик, база которого устанавливается вдоль оси деформации. Определяв экспериментально значение* ε*, напряжения определяют по закону Гука:* $\boxed{\sigma = E\varepsilon}$.

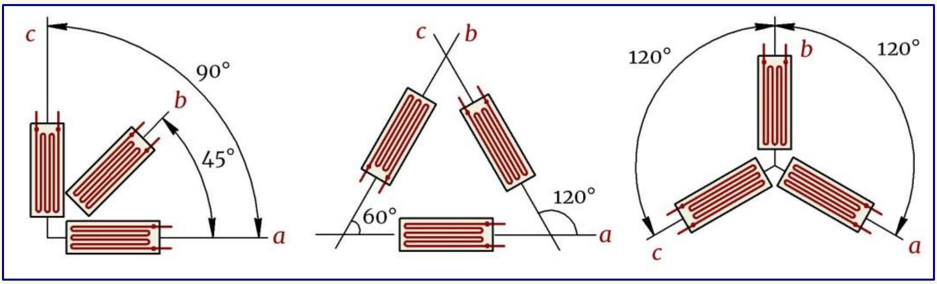


★ *Плоское напряженное состояние, при котором направление главных напряжений ИЗВЕСТНО. В этом случае устанавливается двухэлементный тензодатчик, состоящий из двух взаимно перпендикулярных решеток, базы которых направлены вдоль действия главных напряжений. Определив экспериментально деформации* ε_1 *и* ε_2*, главные напряжения вычисляют на основании закона Гука как:*



$$\boxed{\sigma_1 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_1 + \mu\varepsilon_2);\ \ \sigma_2 = \frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_2 + \mu\varepsilon_1)}.$$

★ *Плоское напряженное состояние, при котором направление главных напряжений НЕИЗВЕСТНО. В этом случае в исследуемой точке необходимо произвести замеры трех линейных деформаций под определенными углами друг к другу и по результатам этих измерений путем расчета по соответствующим формулам вычислить величину главных линейных деформаций и угол, определяющий положение главных осей. Для этих целей используются многоэлементные тензорезисторы в виде розетки, в которой датчики располагаются друг относительно друга под определенными углами и устанавливаются, как правило, на одной подложке. Наибольшее распространение получили прямоугольные розетки, в которых датчики развернуты относительно произвольно выбранного направления на* 45° *и* 90°*, равноугольные типа «дельта» с углами между датчиками* 60° *и* 120° *и розетки-«звездочки» с углами между датчиками* 120°.



Из теории деформированного состояния известно, что при плоском напряженном состоянии деформации в площадках, повернутых относительно исходных на угол α*, определяются по формуле —*

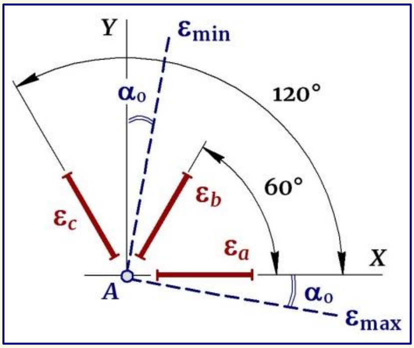
$$\varepsilon_\alpha = \varepsilon_x \cos^2\alpha + \varepsilon_y \sin^2\alpha + \left(\gamma_{xy}/2\right)\sin 2\alpha,$$

а значит, деформации по направлению датчиков в тензометрических розетках соответственно равны:

$$\begin{cases} \varepsilon_a = \varepsilon_x \cos^2\alpha_a + \varepsilon_y \sin^2\alpha_a + \gamma_{xy} \sin\alpha_a \cos\alpha_a \\ \varepsilon_b = \varepsilon_x \cos^2\alpha_b + \varepsilon_y \sin^2\alpha_b + \gamma_{xy} \sin\alpha_b \cos\alpha_b \\ \varepsilon_c = \varepsilon_x \cos^2\alpha_c + \varepsilon_y \sin^2\alpha_c + \gamma_{xy} \sin\alpha_c \cos\alpha_c, \end{cases}$$

где $\varepsilon_a, \varepsilon_b, \varepsilon_c$ *– экспериментальные показания датчиков;* $\alpha_a, \alpha_b, \alpha_c$ *– соответственно углы между направлением деформаций, замеренных датчиками, и направлением оси* X *заданной системы координат. Таким образом, определив экспериментально значения* $\varepsilon_a, \varepsilon_b, \varepsilon_c$, *путем решения представленной выше системы уравнений можно определить величину линейных* $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ *и угловой* γ_{xy} *деформаций в принятой системе координат, а затем по соответствующим формулам определить величину и направление главных линейных деформаций с последующим переходом от них к вычислению напряжений с использованием закона Гука.*

<u>*РЕШЕНИЕ*</u>:



① Поместим исследуемую точку $"A"$ в систему координат $X-Y$, в которой установим датчики $"a,b,c"$ с расположением друг относительно друга, соответствующим их положению в равноугольной тензометрической розетке. По замерам деформаций в направлении датчиков на основании представленной выше системы уравнений определим деформации $\varepsilon_x, \varepsilon_y$ и γ_{xy}, принимая углы положения датчиков в системе координат $X-Y$ соответственно равными $\boxed{\alpha_a = 0;\ \alpha_b = 60^\circ;\ \alpha_c = 120^\circ}$:

$$\begin{cases} \varepsilon_a = \varepsilon_x \cos^2 0^\circ + \varepsilon_y \sin^2 0^\circ + \gamma_{xy} \sin 0^\circ \cos 0^\circ \\ \varepsilon_b = \varepsilon_x \cos^2 60^\circ + \varepsilon_y \sin^2 60^\circ + \gamma_{xy} \sin 60^\circ \cos 60^\circ \\ \varepsilon_c = \varepsilon_x \cos^2 120^\circ + \varepsilon_y \sin^2 120^\circ + \gamma_{xy} \sin 120^\circ \cos 120^\circ. \end{cases} \qquad (1)$$

Из первого выражения получаем $\boxed{\varepsilon_x = \varepsilon_a}$ и с учетом этого значения система уравнений принимает вид:

$$\begin{cases} \varepsilon_b = \frac{1}{4}\varepsilon_a + \frac{3}{4}\varepsilon_y + \frac{\sqrt{3}}{4}\gamma_{xy} \\ \varepsilon_c = \frac{1}{4}\varepsilon_a + \frac{3}{4}\varepsilon_y - \frac{\sqrt{3}}{4}\gamma_{xy}, \end{cases} \tag{2}$$

откуда в результате сложения $(\varepsilon_b + \varepsilon_c)$ и вычитания $(\varepsilon_b - \varepsilon_c)$ уравнений системы получаем:

$$\boxed{\varepsilon_x} = \varepsilon_a; \ \boxed{\varepsilon_y} = \frac{2\varepsilon_b + 2\varepsilon_c - \varepsilon_a}{3}; \ \boxed{\gamma_{xy}} = \frac{2(\varepsilon_b - \varepsilon_c)}{\sqrt{3}}. \tag{3}$$

2 Направление действия главных линейных деформаций определяем по формуле —

$$\boxed{\operatorname{tg}2\alpha_0 = \frac{\gamma_{xy}}{\varepsilon_x - \varepsilon_y}}, \tag{4}$$

которая с учетом значений (3) после преобразования принимает вид:

$$\boxed{\operatorname{tg}2\alpha_0 = \frac{\sqrt{3}(\varepsilon_b - \varepsilon_c)}{2\varepsilon_a - \varepsilon_b - \varepsilon_c}} = \frac{\sqrt{3}(-12{,}2 - 4{,}8)10^{-4}}{(2\cdot 7{,}4 + 12{,}2 - 4{,}8)10^{-4}} = \frac{-29{,}44}{22{,}2} = -1{,}326 \rightarrow$$

$$\boxed{\alpha_0} = -26{,}5°.$$

Примечание.
Отрицательный угол, как принято в математике, следует откладывать по ходу часовой стрелки (см. рис.). Полученное направление при плоском напряженном состоянии определяет положение первой главной площадки, по нормали которой возникает наибольшая линейная деформация и действует наибольшее главное напряжение.

3 Главные линейные деформации определяются по формуле —

$$\boxed{\varepsilon_{max/min} = \frac{1}{2}\left[(\varepsilon_x + \varepsilon_y) \pm \sqrt{(\varepsilon_x - \varepsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2}\right]}, \tag{5}$$

которая через показания датчиков тензометрической дельта-розетки с учетом значений (3) принимает вид:

$$\boxed{\varepsilon_{max/min} = \frac{\varepsilon_a + \varepsilon_b + \varepsilon_c}{3} \pm \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{(\varepsilon_a - \varepsilon_b)^2 + (\varepsilon_a - \varepsilon_c)^2 + (\varepsilon_b - \varepsilon_c)^2}}.$$

Отсюда главные линейные деформации соответственно равны:

$$\boxed{\varepsilon_{max}}=\frac{(6{,}4-10{,}6+4{,}2)10^{-4}}{3}+\frac{\sqrt{2}\cdot 10^{-4}}{3}\times$$
$$\times\sqrt{(7{,}4+12{,}2)^2+(7{,}4-4{,}8)^2+(-12{,}2-4{,}8)^2}=12{,}3\cdot 10^{-4};$$
$$\boxed{\varepsilon_{min}}=\frac{(6{,}4-10{,}6+4{,}2)10^{-4}}{3}-\frac{\sqrt{2}\cdot 10^{-4}}{3}\times$$
$$\times\sqrt{(7{,}4+12{,}2)^2+(7{,}4-4{,}8)^2+(-12{,}2-4{,}8)^2}=-12{,}3\cdot 10^{-4}.$$

Так как одна из деформаций получилась *положительной*, а другая — *отрицательной*, согласно принятому в теории напряженно-деформированного состояния соотношению для главных деформаций $\boxed{\varepsilon_1\le\varepsilon_2\le\varepsilon_3}$ присваиваем им соответственно индексы "1" и "3" и получаем:

$$\boxed{\varepsilon_1=12{,}3\cdot 10^{-4};\ \varepsilon_3=-12{,}3\cdot 10^{-4}}.$$

4 На основании закона Гука определяем главные напряжения:

$$\boxed{\sigma_1=\frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_1+\mu\varepsilon_3);\ \ \sigma_3=\frac{E}{1-\mu^2}(\varepsilon_3+\mu\varepsilon_1)}\ \rightarrow$$

$$\boxed{\sigma_1}=\frac{0{,}7\cdot 10^5}{1-0{,}35^2}\left[12{,}3\cdot 10^{-4}+0{,}35\left(-12{,}3\cdot 10^{-4}\right)\right]=+\,63{,}8\,\text{МПа};$$
$$\boxed{\sigma_3}=\frac{0{,}7\cdot 10^5}{1-0{,}35^2}\left[-12{,}3\cdot 10^{-4}+0{,}35\cdot 12{,}3\cdot 10^{-4}\right]=-\,63{,}8\,\text{МПа}.$$

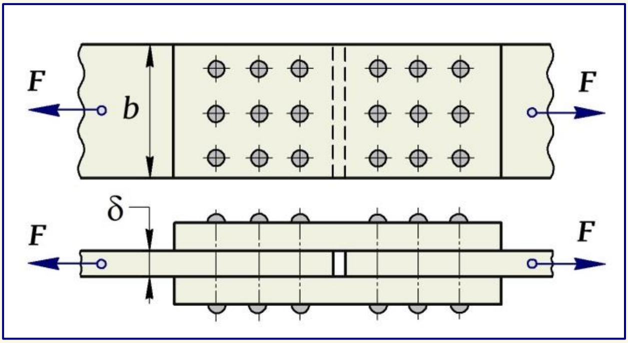
ВЫВОД

Так как главные нормальные напряжения равны по величине, но противоположны по знаку, т.е. одно растягивающее, другое – сжимающее, в исследуемой точке "*А*" на поверхности тонкостенной конструкции имеет место ***чистый сдвиг***.

2. Расчет заклепочных и болтовых соединений

Задача 7

Две пластины толщиной $\delta = 16$ мм соединены с помощью двухсторонних накладок заклепками диаметром $d = 20$ мм. Для заклепок $[\tau]_{\text{срез}} = 105$ МПа, $[\sigma]_{\text{см}} = 320$ МПа, а для пластин на растяжение — $[\sigma]_{\text{раст}} = 160$ МПа. Определить необходимое количество заклепок "n" в соединении при его нагружении силой $F = 560$ кН и из условия прочности пластины на разрыв вычислить ее ширину "b".



РЕШЕНИЕ:

① Рассматриваем одну сторону соединения и определяем требуемое количество заклепок. В данном многозаклепочном соединении заклепки являются двусрезными $(k = 2)$ и условия прочности заклепки на срез и на смятие соответственно имеют вид —

$$\boxed{\tau_{\text{срез}} = \frac{F/n}{kA_{\text{срез}}} = \frac{F}{nk\left(\pi d^2/4\right)} \le [\tau]_{\text{срез}}}\,; \tag{1}$$

$$\boxed{\sigma_{\text{см}} = \frac{F/n}{A_{\text{см}}} = \frac{F}{n\delta d} \le [\sigma]_{\text{см}}}\,, \tag{2}$$

откуда определяем количество заклепок, необходимое для обеспечения прочности соединения:

$$\boxed{n_{\text{срез}}} = \frac{F}{k\left(\pi d^2/4\right)[\tau]_{\text{срез}}} = \frac{560\cdot 10^3}{2\left(3{,}14\cdot 20^2/4\right)105} = 8{,}5 \approx 9\,\text{шт};$$

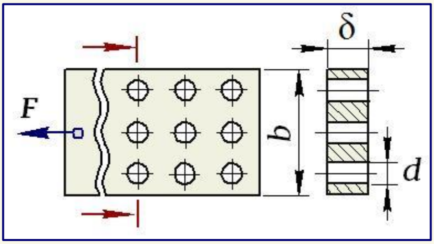
$$\boxed{n_{см}} = \frac{F}{\delta d\left[\sigma\right]_{см}} = \frac{560 \cdot 10^3}{16 \cdot 20 \cdot 320} = 5{,}5 \approx 6 \text{ шт.}$$

Из двух значений принимаем большее — $n = 9$ заклепок и устанавливаем их в 3 ряда по 3 заклепки в каждом. Тогда общее количество заклепок с двух сторон соединения равно $n = 18$ заклепок.

② Из условия прочности пластины на разрыв —

$$\boxed{\sigma_{раст} = \frac{F}{A_{ослаб}} \le \left[\sigma\right]_{раст}},$$

где $\boxed{A_{ослаб} = \delta(b - md)}$ – площадь сечения пластины, ослабленного отверстиями; m – число отверстий, попадающих в сечение, определяем ширину пластины:



$$\sigma_{раст} = \frac{F}{\delta(b - md)} \le \left[\sigma\right]_{раст} \rightarrow$$

$$\boxed{b} = \frac{F}{\delta\left[\sigma\right]_{раст}} + md = \frac{560 \cdot 10^3}{16 \cdot 160} + 3 \cdot 20 = 28 \text{ мм.}$$

Толщину накладок принимаем $\delta_{накл} \ge \delta_{пласт}/2 \ge 0{,}8$ мм.

Задача 8

В соединении листов толщиной $\delta_1 = 8$ мм и $\delta_2 = 10$ мм (рис. 1, *а*) определить, какое количество заклепок диаметром $d = 16$ мм необходимое установить для передачи внешней нагрузки $F = 120$ кН, если для заклепок $\left[\tau\right]_{срез} = 100$ МПа, $\left[\sigma\right]_{см} = 300$ МПа. Заклепки в соединении расположены в один ряд (рис. 1, *б*). Проверить прочность соединяемых листов, если для материала листов $\left[\sigma\right]_{раст} = 160$ МПа.

РЕШЕНИЕ:

① Определяем количество заклепок из расчета на срез:

$$\boxed{\tau_{\text{срез}} = \frac{F/n}{A_{\text{срез}}} = \frac{F}{n\left(\pi d^2/4\right)} \le \left[\tau\right]_{\text{срез}}} \rightarrow$$

$$\boxed{n_{\text{срез}}} = \frac{4F}{\pi d^2\left[\tau\right]_{\text{срез}}} = \frac{4\cdot 120\cdot 10^3}{3{,}14\cdot 16^2\cdot 100} = 5{,}9 \approx 6\,\text{шт}.$$

② Определяем количество заклепок из расчета на смятие:

$$\boxed{\sigma_{\text{см}} = \frac{F/n}{A_{\text{см}}} = \frac{F}{n\delta d} \le \left[\sigma\right]_{\text{см}}} \rightarrow$$

$$\boxed{n_{\text{см}}} = \frac{F}{\delta_1 d\left[\sigma\right]_{\text{см}}} = \frac{120\cdot 10^3}{8\cdot 16\cdot 300} = 3{,}12 \approx 3\,\text{шт}.$$

Из соображений надежности соединения принимаем большее значение — $n = 6$ заклепок.

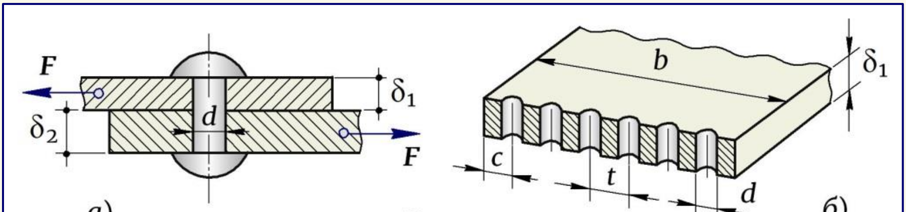


Рис. 1

Для удобства установки заклепок расстояние между ними и от края листа регламентируется: шаг в ряду (расстояние между центрами заклепок) принимается $t = 3d$; расстояние до края — $c = 1{,}5d$ (рис. 1, *б*).

Следовательно, для расположения шести заклепок заданного диаметра $d = 16\,\text{мм}$ необходима ширина листа $b = 18d = 288\,\text{мм}$. Принимаем $b = 300\,\text{мм}$.

③ Проверяем прочность листов на разрыв. Проверку выполняем по листу меньшей толщины. Отверстия под заклепки $(m = 6)$ ослабляют сечение, вследствие чего площадь ослабленного сечения —

$$A_{\text{ослаб}} = \delta_1\left(b - md\right) = 8\left(300 - 6\cdot 16\right) = 1632\,\text{мм}^2$$

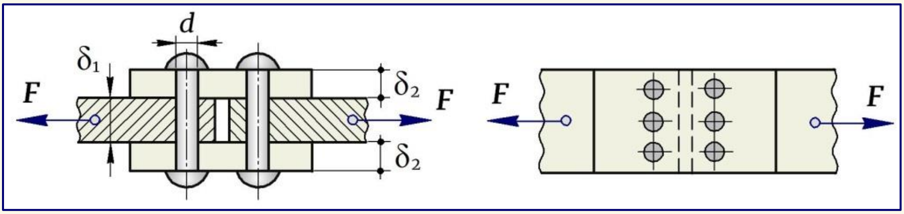
и максимальные напряжения в листе равны:

$$\sigma_{max} = \frac{F}{A_{ослаб}} = \frac{120 \cdot 10^3}{1632} = 73{,}5\ \text{МПа} < \left[\sigma\right]_{раст} = 160\ \text{МПа},$$

следовательно, прочность листа на разрыв обеспечена.

Задача 9

Заклепочное соединение, в котором листы толщиной $\delta_1 = 8$ мм с помощью двух накладок толщиной $\delta_2 = 5$ мм соединяются с каждой стороны тремя заклепками диаметром $d = 13$ мм, нагружается силой $F = 60$ кН. Проверить прочность соединения на срез и на смятие, если для материала заклепок $\left[\tau\right]_{срез} = 100$ МПа и $\left[\sigma\right]_{см} = 240$ МПа.



<u>*РЕШЕНИЕ*</u>:

① При соединении листов встык ***расчет выполняется для заклепок, расположенных по одну сторону стыка***. Сила $''F''$ воспринимается с каждой стороны стыка тремя заклепками и на каждую из них приходится сила $F' = F/3 = 20$ кН. Учитывая, что заклепки являются двусрезными, определяем в них напряжения среза:

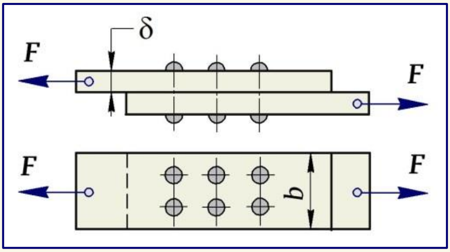
$$\boxed{\tau_{срез}} = \frac{F'}{kA_{срез}} = \frac{F'}{k\left(\pi d^2/4\right)} = \frac{20 \cdot 10^3}{2\left(3{,}14 \cdot 13^2/4\right)} = 75{,}4\ \text{МПа} < \left[\tau\right]_{срез}\ .$$

② Проверку на смятие следует проводить по наименьшей площади смятия. Так как $\delta_1 < 2\delta_2$, наибольшие напряжения смятия будут возникать на части заклепки, расположенной внутри листа:

$$\boxed{\sigma_{см}} = \frac{F'}{A_{см}} = \frac{F'}{\delta_1 d} = \frac{20 \cdot 10^3}{8 \cdot 13} = 192{,}3\ \text{МПа} < \left[\sigma\right]_{см}.$$

Согласно расчетам прочность заклепки на срез и смятие обеспечена.

Задача 10



Два листа толщиной $\delta = 10$ мм и шириной $b = 200$ мм соединены внахлестку шестью заклепками диаметром $d = 20$ мм. Определить для соединения величину допускаемых растягивающих усилий, если для элементов соединения $[\tau]_{срез} = 120$ МПа, $[\sigma]_{см} = 320$ МПа, $[\sigma]_{раст} = 160$ МПа.

<u>*РЕШЕНИЕ*</u>:

① Определяем силу "F" из условия прочности заклепки на срез:

$$\boxed{\tau_{срез} = \frac{F/n}{A_{срез}} = \frac{F}{n(\pi d^2/4)} \le [\tau]_{срез}} \rightarrow$$

$$\boxed{F} = \frac{n\pi d^2 [\tau]_{срез}}{4} = \frac{6 \cdot 3{,}14 \cdot 20^2 \cdot 120}{4} = 226\,\text{кН}. \qquad (1)$$

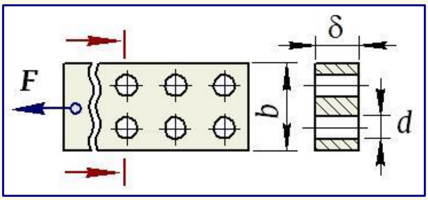
② Определяем силу "F" из условия прочности заклепки на смятие:

$$\boxed{\sigma_{см} = \frac{F/n}{A_{см}} = \frac{F}{n\delta d} \le [\sigma]_{см}} \rightarrow$$

$$\boxed{F} = n\delta d [\sigma]_{см} = 6 \cdot 10 \cdot 20 \cdot 320 = 384\,\text{кН}. \qquad (2)$$

③ Определяем силу "F" из условия прочности листов на разрыв:

$$\boxed{\sigma_{раст} = \frac{F}{A_{ослаб}} = \frac{F}{\delta(b - md)} \le [\sigma]_{раст}} \text{ откуда } \rightarrow$$

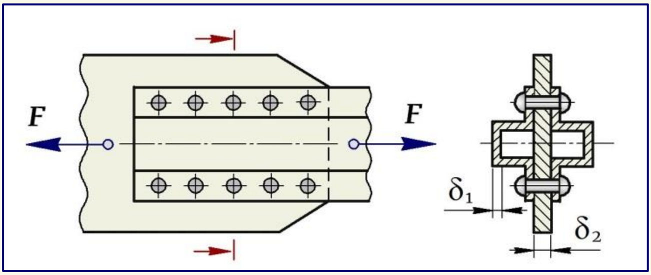


$$\boxed{F} = \delta(b - md)[\sigma]_{раст} = 10(200 - 2 \cdot 20)160 = 256\,\text{кН}. \qquad (3)$$

Из трех значения (1)-(3) принимаем меньшее: $[F] = 226\,\text{кН}$.

Задача 11

Определить число заклепок диаметром $d = 5$ мм, необходимых для прикрепления двух дюралюминиевых профилей к косынке, если для материала заклепок $[\tau]_{срез} = 100$ МПа, $[\sigma]_{см} = 300$ МПа. Соединение нагружено силой $F = 28$ кН, толщина полки профиля и толщина косынки соответственно равны $\delta_1 = 1$ мм, $\delta_2 = 2$ мм.



РЕШЕНИЕ:

① Заклепки являются двусрезными $(k = 2)$. Определяем число заклепок из условия прочности на срез:

$$\boxed{\tau_{срез} = \frac{F/n}{kA_{срез}} = \frac{F}{nk\left(\pi d^2/4\right)} \le [\tau]_{срез}} \quad \to$$

$$\boxed{n_{срез}} = \frac{4F}{k\pi d^2 [\tau]_{срез}} = \frac{4 \cdot 28 \cdot 10^3}{2 \cdot 3{,}14 \cdot 5^2 \cdot 100} = 7{,}13 \approx 7 \text{ шт.}$$

② Определяем количество заклепок из условия прочности на смятие. Так как площадь смятия со стороны полки профиля и косынки одинаковая — $\boxed{A_{см} = 2\delta_1 d = \delta_2 d = 10 \text{ мм}^2}$, получаем:

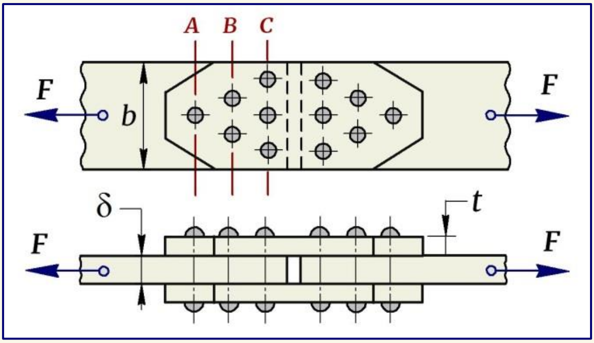
$$\boxed{\sigma_{см} = \frac{F/n}{A_{см}} = \frac{F}{nA_{см}} \le [\sigma]_{см}} \quad \to$$

$$\boxed{n_{см}} = \frac{F}{A_{см}[\sigma]_{см}} = \frac{28 \cdot 10^3}{10 \cdot 300} = 9{,}33 \approx 10 \text{ шт.}$$

Принимаем $n = 10$ заклепок.

Задача 12

Стальные полосы шириной $b = 180$ мм и толщиной $\delta = 12$ мм соединены при помощи двух накладок толщиной $t = 8$ мм заклепками диаметром $d = 20$ мм по шесть заклепок с каждой стороны и подвергаются действию растягивающей силы $F = 210$ кН. Проверить прочность соединения, если для листов $[\sigma]_{\text{раст}} = 120$ МПа, а для заклепок $[\tau]_{\text{срез}} = 80$ МПа, $[\sigma]_{\text{см}} = 200$ МПа.



<u>*РЕШЕНИЕ*</u>:

① Рассматриваем одну сторону соединения и, учитывая, что заклепки являются двусрезными $(k = 2) \rightarrow$

★ Проверяем прочность заклепок на срез:

$$\boxed{\tau_{\text{срез}} = \frac{F/n}{kA_{\text{срез}}} = \frac{F/n}{k\left(\pi d^2/4\right)}} = \frac{(210/6)\cdot 10^3}{2\left(3{,}14\cdot 20^2/4\right)} = 55{,}7\,\text{МПа} < [\tau]_{\text{срез}};$$

★ Проверяем прочность заклепок на смятие. Так как суммарная толщина накладок больше толщины листа – $\boxed{2t > \delta}$, за площадь смятия принимается меньшая – площадь части заклепки, расположенной внутри листа:

$$\boxed{\sigma_{\text{см}} = \frac{F/n}{A_{\text{см}}} = \frac{F/n}{\delta d}} = \frac{(210/6)\cdot 10^3}{12\cdot 20} = 145{,}8\,\text{МПа} < [\sigma]_{\text{см}}.$$

Прочность заклепок на срез и на смятие обеспечена.

② Проверяем прочность листов на разрыв. При выполнении этого расчета следует учитывать, что ***продольная сила изменяется по длине***

соединения, так как каждый ряд заклепок снимает часть нагрузки с одного листа и через накладки и заклепки передает ее на другой. Наибольшую величину продольная сила имеет в сечении, ближайшем к приложенной нагрузке, а далее уменьшается и в сечениях $"A, B, C"$ соответственно имеет значения:

$$N_A = F = 210\,\text{кН};\; N_B = F - \frac{1}{6}F = 175\,\text{кН};\; N_C = F - \frac{3}{6}F = 105\,\text{кН}.$$

Тогда на основании формулы по определению напряжений —

$$\boxed{\sigma_{\text{раст}} = \frac{N}{A_{\text{ослаб}}} = \frac{N}{\delta(b - md)}},$$

для соответствующих сечений получаем:

— ***для сечения "A – A"*** $(m = 1)$ —

$$\boxed{\sigma_A} = \frac{N_A}{\delta(b - md)} = \frac{210 \cdot 10^3}{12(180 - 20)} = 109{,}4\ \text{МПа} < [\sigma]_{\text{раст}};$$

— ***для сечения "B – B"*** $(m = 2)$ —

$$\boxed{\sigma_B} = \frac{N_B}{\delta(b - md)} = \frac{175 \cdot 10^3}{12(180 - 2 \cdot 20)} = 104{,}2\ \text{МПа} < [\sigma]_{\text{раст}};$$

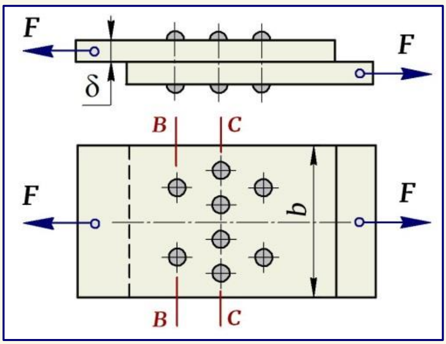
— ***для сечения "C – C"*** $(m = 3)$ —

$$\boxed{\sigma_C} = \frac{N_C}{\delta(b - md)} = \frac{105 \cdot 10^3}{12(180 - 3 \cdot 20)} = 72{,}9\ \text{МПа} < [\sigma]_{\text{раст}} -$$

прочность листов на разрыв обеспечена.

Задача 13

Два листа шириной $b = 240\,\text{мм}$ и толщиной $\delta = 16\,\text{мм}$ соединены внахлестку восемью заклепками диаметром $d = 22\,\text{мм}$. Определить наибольшую силу $"F"$, которую безопасно может выдержать соединение, и установить, насколько за-



клепочные отверстия понижают прочность листов. Принять для материала заклепок и листов: $[\tau]_{\text{срез}} = 80\,\text{МПа}$, $[\sigma]_{\text{см}} = 240\,\text{МПа}$, $[\sigma]_{\text{раст}} = 120\,\text{МПа}$.

РЕШЕНИЕ:

① В заданном многозаклепочном соединении определяем силу $"F"$ из условия прочности заклепки на срез:

$$\boxed{\tau_{\text{срез}} = \frac{F/n}{A_{\text{срез}}} = \frac{F}{n(\pi d^2/4)} \le [\tau]_{\text{срез}}} \rightarrow$$

$$\boxed{F} = \frac{n\pi d^2[\tau]_{\text{срез}}}{4} = \frac{8\cdot 3{,}14\cdot 22^2\cdot 80}{4} = 243{,}2\,\text{кН}. \qquad (1)$$

② Определяем силу $"F"$ из условия прочности заклепки на смятие:

$$\boxed{\sigma_{\text{см}} = \frac{F/n}{A_{\text{см}}} = \frac{F}{n\delta d} \le [\sigma]_{\text{см}}} \rightarrow$$

$$\boxed{F} = n\delta d[\sigma]_{\text{см}} = 8\cdot 16\cdot 22\cdot 240 = 675{,}8\,\text{кН}. \qquad (2)$$

③ Определяем силу $"F"$ из условия прочности листов на разрыв.

Как было сказано выше, продольная сила изменяется по длине соединения, поэтому рассматриваем два сечения: сечение $"B-B"$, ближайшее к приложенной нагрузке, в котором возникает наибольшая продольная сила $\boxed{N_B = F}$, и сечение $"C-C"$, в котором продольная сила меньше на величину силы, приходящейся на *первые две заклепки из восьми*, и равна — $\boxed{N_C = F-(2/8)F = 0{,}75F}$, но расчетная площадь которого также меньше. Тогда из условия прочности —

$$\boxed{\sigma_{\text{раст}} = \frac{N}{A_{\text{ослаб}}} = \frac{N}{\delta(b-md)} \le [\sigma]_{\text{раст}}}$$

для соответствующих сечений получаем:

— *для сечения* $"B-B"$ $(m=2)$ — $\boxed{N_B = F = \delta(b-md)[\sigma]_{\text{раст}}} \rightarrow$

$$\boxed{F} = \delta(b-md)[\sigma]_{\text{раст}} = 16(240-2\cdot 22)120 = 376{,}3\,\text{кН}. \qquad (3)$$

— *для сечения "C – C"* $(m=4)$ — $\boxed{N_C = 0{,}75F = \delta(b-md)[\sigma]_{\text{раст}}}$ →

$$\boxed{F} = \frac{\delta(b-md)[\sigma]_{\text{раст}}}{0{,}75} = \frac{16(240-4\cdot 22)120}{0{,}75} = 389\,\text{кН}. \qquad (4)$$

По результатам расчета из четырех значений допускаемой силы (1)–(4) принимаем меньшее — $[F] = 243{,}2\,\text{кН}$.

④ Определяем, насколько заклепочные отверстия понижают прочность листов. Снижение прочности листов оцениваются *коэффициентом прочности заклепочного соединения* "φ", который определяется как отношение напряжения σ' в сечении листа без отверстий к напряжению σ в сечении, ослабленном отверстиями:

$$\left.\sigma' = \frac{N}{A} = \frac{N}{b\delta};\ \sigma = \frac{N}{A_{\text{ослаб}}} = \frac{N}{\delta(b-md)}\right\} \rightarrow \boxed{\varphi = \frac{\sigma'}{\sigma} = \frac{b-md}{b}}.$$

Соответственно, для наиболее нагруженного сечения "*B – B*", где действует наибольшая сила, получаем:

$$\boxed{\varphi} = \frac{b-md}{b}\cdot 100\% = \frac{240-2\cdot 22}{240}\cdot 100\% = 81{,}7\%,$$

а значит, прочность листов понижается на $18{,}3\%$.

Задача 14

К косынке толщиной $t = 6$ мм с помощью восьми заклепок диаметром $d = 8$ мм прикреплен кронштейн толщиной $\delta = 4$ мм (рис.1). Определить наибольшую силу "F", которую можно приложить к кронштейну, если для заклепок допускаемые напряжения равны: $[\tau]_{\text{срез}} = 120\,\text{МПа}$, $[\sigma]_{\text{см}} = 240\,\text{МПа}$.

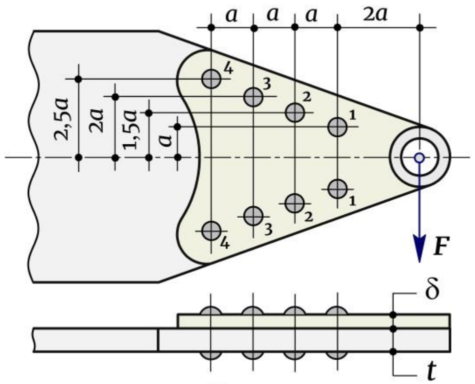


Рис. 1

РЕШЕНИЕ:

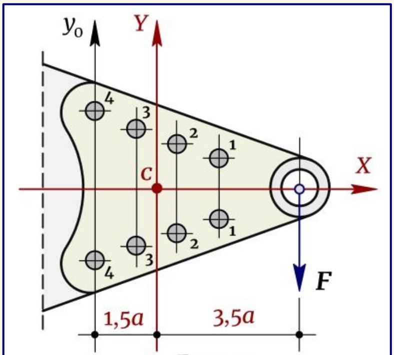


Рис. 2

① Определяем в заклепочной конструкции положение центра вращения "C". Учитывая, что заклепки в соединении расположены симметрично, точка "C" будет лежать на оси симметрии X, поэтому по заданному расположению заклепок находим координату x_C через статический момент сечений заклепок относительно вспомогательной оси y_0, принимая в расчет все установленные в соединении заклепки (рис. 2):

$$\boxed{x_C} = \frac{S_{y_0}}{A_{\text{полн}}} = \frac{2\left(\pi d^2/4\right)\cdot 3a + 2\left(\pi d^2/4\right)\cdot 2a + 2\left(\pi d^2/4\right)\cdot a}{8\left(\pi d^2/4\right)} = 1{,}5a. \quad (1)$$

② Определяем расстояния (радиус-вектор) "r" от точки "C" до центра сечения каждой заклепки (рис. 3), которое в системе осей $X-Y$ (рис. 2) определяется по формуле —

$$\boxed{r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}},$$

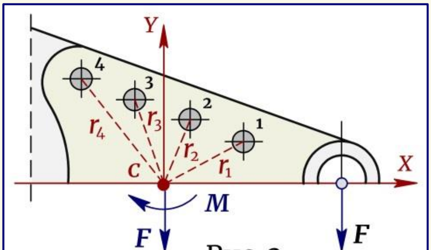


Рис. 3

где x_i, y_i – координаты центра тяжести сечения соответствующей заклепки. Учитывая *симметричное расположение заклепок* в соединении, рассматриваем только один (например, верхний) ряд и на основании заданных значений (рис. 1) и расчета (1) получаем:

$$\left.\begin{aligned}
\boxed{r_1} &= \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = \sqrt{(1{,}5a)^2 + a^2} = 1{,}8a;\\
\boxed{r_2} &= \sqrt{x_2^2 + y_2^2} = \sqrt{(0{,}5a)^2 + (1{,}5a)^2} = 1{,}58a;\\
\boxed{r_3} &= \sqrt{x_3^2 + y_3^2} = \sqrt{(-0{,}5a)^2 + (2a)^2} = 2{,}06a;\\
\boxed{r_4} &= \sqrt{x_4^2 + y_4^2} = \sqrt{(-1{,}5a)^2 + (2{,}5a)^2} = 2{,}92a.
\end{aligned}\right\} \quad (2)$$

③ Определяем силы, действующие в сечении заклепок, и устанавливаем наиболее нагруженные заклепки. При заданном расположении заклепок силы в симметрично лежащих заклепках имеют соответственно одинаковую величину, поэтому *решение задачи выполняем только для верхнего ряда*.

Как было сказано выше, приведение силы $''F''$ к центру вращения заменяется двумя силовыми факторами – центральной силой $''F''$ и моментом $''M''$ (рис. 3), согласно рис. 2 равным:

$$\boxed{M = 3{,}5Fa} \tag{3}$$

Каждая из этих нагрузок, рассматривая их действие при упругом деформировании независимо друг от друга, создает в сечении заклепок внутреннее силы определенной величины и направления:

★ Центральная сила $''F''$ приводит к возникновению в сечениях поперечных сил $''Q_i''$ противоположного силе направления (рис. 4), связанных с силой условием равновесия $\boxed{F = \sum_{i=1}^{n} Q_i}$, где n – число заклепок в соединении. Считая, что внешняя сила равномерно распределена между заклепками, поперечная сила в сечении каждой заклепки (учитывая их полное количество) может быть определена как —

$$\boxed{Q_i = \frac{F}{n}} \to \boxed{Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4} = \frac{F}{8} = 0{,}125F. \tag{4}$$

★ Момент $''M''$ вызывает в каждой заклепке реактивные силы $''T_i''$, направленные перпендикулярно к радиус-вектору $''r_i''$ соответствующей заклепки (рис. 4), которые на основании условия равновесия связаны с моментом уравнением $\boxed{M = T_1 r_1 + T_2 r_2 + \ldots + T_i r_i = \sum_{i=1}^{n} T_i r_i}$.

Эти силы пропорциональны перемещениям сечений, вызванным поворотом кронштейна, а так как сдвиг сечений прямо пропорционален их расстояниям до центра масс, то можно записать соотношения —

$$\boxed{\frac{T_1}{T_2} = \frac{r_1}{r_2};\ \frac{T_1}{T_3} = \frac{r_1}{r_3};\ \ldots\ \frac{T_1}{T_i} = \frac{r_1}{r_i}} \to \boxed{T_2 = T_1\frac{r_2}{r_1};\ T_3 = T_1\frac{r_3}{r_1};\ \ldots\ T_i = T_1\frac{r_i}{r_1}},$$

подставив которые в уравнение равновесия после его преобразования получаем формулу для определения сил, вызванных моментом —

$$\boxed{T_i = (Mr_i)/\sum_{i=1}^{n} r_i^2}, \qquad (5)$$

где согласно значениям (2), учитывая все установленные в соединении заклепки и симметричность их расположения:

$$\boxed{\sum_{i=1}^{n} r_i^2} = 2r_1^2 + 2r_2^2 + 2r_3^2 + 2r_4^2 =$$

$$= 2(1{,}8a)^2 + 2(1{,}58a)^2 + 2(2{,}06a)^2 + 2(2{,}92a)^2 = 37a^2. \qquad (6)$$

Тогда на основании формулы (5) с учетом (2), (3) и (6) получаем:

$$\left.\begin{aligned}
\boxed{T_1} &= \frac{Mr_1}{\sum r_i^2} = \frac{3{,}5Fa \cdot 1{,}8a}{37a^2} = 0{,}17F;\\
\boxed{T_2} &= \frac{Mr_2}{\sum r_i^2} = \frac{3{,}5Fa \cdot 1{,}58a}{37a^2} = 0{,}149F;\\
\boxed{T_3} &= \frac{Mr_3}{\sum r_i^2} = \frac{3{,}5Fa \cdot 2{,}06a}{37a^2} = 0{,}195F;\\
\boxed{T_4} &= \frac{Mr_4}{\sum r_i^2} = \frac{3{,}5Fa \cdot 2{,}92a}{37a^2} = 0{,}276F.
\end{aligned}\right\} \qquad (7)$$

★ Суммарную силу, действующую на каждую заклепку, находим геометрическим сложением векторов — $\boxed{\bar{F}_i = \bar{Q}_i + \bar{T}_i}$ (рис. 4), а модуль этой силы вычисляем как — $\boxed{F_i = \sqrt{Q_i^2 + T_i^2 + 2Q_iT_i \cos\alpha_i}}$, где α_i – угол между векторами $\bar{Q}_i$ и $\bar{T}_i$, равный углу наклона радиус-вектора $"r_i"$ заклепки к положительному направлению оси X. Тогда на основании рис. 2, рис. 4 и вычислений (2) определяем углы —

$$\left.\begin{aligned}
&\boxed{\cos\alpha_1} = \frac{1{,}5a}{r_1} = \frac{1{,}5a}{1{,}8a} = 0{,}833; \quad \boxed{\cos\alpha_2} = \frac{0{,}5a}{r_2} = \frac{0{,}5a}{1{,}58a} = 0{,}316;\\
&\boxed{\cos\alpha_3} = -\cos(180^\circ - \alpha_3) = -\frac{0{,}5a}{r_3} = -\frac{0{,}5a}{2{,}06a} = -\,0{,}243;\\
&\boxed{\cos\alpha_4} = -\cos(180^\circ - \alpha_4) = -\frac{1{,}5a}{r_4} = -\frac{1{,}5a}{2{,}92a} = -\,0{,}514
\end{aligned}\right\} \qquad (8)$$

и с учетом значений (4), (7), (8) вычисляем силу, действующую на каждую заклепку (рис. 4):

$$\boxed{F_1}=\sqrt{Q_1{}^2+T_1{}^2+2Q_1T_1\cos\alpha_1}=$$
$$=\sqrt{(0{,}125F)^2+(0{,}17F)^2+2\cdot 0{,}125F\cdot 0{,}17F\cdot 0{,}833}=0{,}283F;$$
$$\boxed{F_2}=\sqrt{Q_2{}^2+T_2{}^2+2Q_2T_2\cos\alpha_2}=$$
$$=\sqrt{(0{,}125F)^2+(0{,}149F)^2+2\cdot 0{,}125F\cdot 0{,}149F\cdot 0{,}316}=0{,}223F;$$
$$\boxed{F_3}=\sqrt{Q_3{}^2+T_3{}^2+2Q_3T_3\cos\alpha_3}=$$
$$=\sqrt{(0{,}125F)^2+(0{,}195F)^2+2\cdot 0{,}125F\cdot 0{,}195F(-0{,}243)}=0{,}205F;$$
$$\boxed{F_4}=\sqrt{Q_4{}^2+T_4{}^2+2Q_4T_4\cos\alpha_4}=$$
$$=\sqrt{(0{,}125F)^2+(0{,}276F)^2+2\cdot 0{,}125F\cdot 0{,}276F(-0{,}514)}=0{,}237F.$$

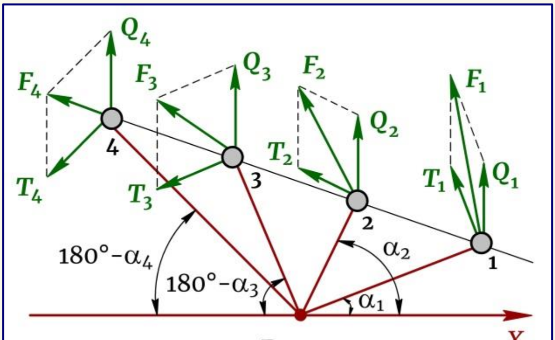


Рис. 4

Наиболее нагруженными являются симметрично расположенные заклепки 1-1, где действует наибольшая сила — $\boxed{F_{max}}=F_1=0{,}283F$.

④ Подбираем допускаемую силу $[F]$, безопасную для соединения, из условия прочности заклепки на срез:

$$\boxed{\tau_{срез}=\frac{F_{max}}{A_{срез}}=\frac{0{,}283F}{\pi d^2/4}\le[\tau]_{срез}}\ \rightarrow$$

$$[F]=\frac{\pi d^2[\tau]_{срез}}{4\cdot 0{,}283}=\frac{3{,}14\cdot 8^2\cdot 120}{4\cdot 0{,}283}=21{,}3\,кН.$$

⑤ Подбираем допускаемую силу $[F]$ из условия прочности заклепки на смятие, принимая за расчетную меньшую площадь смятия (площадь части заклепки, проходящей через кронштейн):

$$\boxed{\sigma_{см} = \frac{F_{max}}{A_{см}} = \frac{0{,}283F}{\delta d} \le [\sigma]_{см}} \rightarrow$$

$$[F] = \frac{\delta d[\sigma]_{см}}{0{,}283} = \frac{4 \cdot 8 \cdot 240}{0{,}283} = 27{,}1\,кН.$$

Окончательно принимаем меньшую силу — $[F] = 21{,}3\,кН.$

Задача 15

Проушина толщиной $\delta = 5\,мм$ прикреплена к толстой плите тремя заклепками диаметром $d = 8\,мм$ и нагружена силой $F = 5{,}2\,кН$ (рис. 1). Проверить прочность соединения на срез и на смятие, если для заклепок $[\tau]_{срез} = 120\,МПа$, $[\sigma]_{см} = 200\,МПа$.

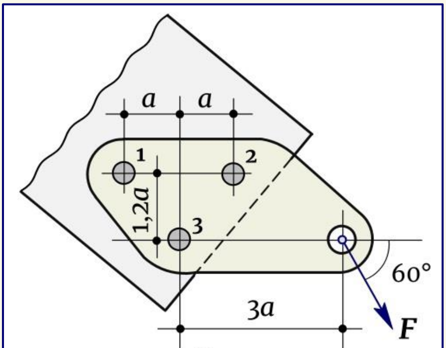


Рис. 1

<u>*РЕШЕНИЕ*</u>:

① Заклепки, согласно заданному расположению, образуют равнобедренный треугольник, а значит, положение центра вращения заклепочного соединения определено: точка "C" будет лежать на оси симметрии на расстоянии $1/3$ высоты от основания или $2/3$ высоты от вершины (рис. 2).

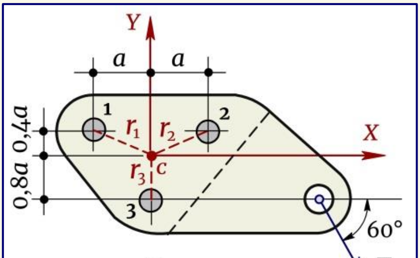


Рис. 2

② В полученной системе координат $X - Y$ (рис. 2) по заданному положению заклепок и формуле $\boxed{r_i = \sqrt{x_i^2 + y_i^2}}$ определяем значение радиус-вектора соответствующей заклепки:

$$\boxed{r_{1,2}} = \sqrt{x_{1,2}^2 + y_{1,2}^2} = \sqrt{(\mp a)^2 + (0{,}4a)^2 +} = 1{,}08a; \quad \boxed{r_3} = 0{,}8a. \quad (1)$$

③ Путем приведения силы $''F''$ к центру вращения заклепочного соединения $''C''$ (рис. 3, *а*) получаем здесь силу $''F''$ заданного направления и момент $''M''$, равный:

$$\boxed{M = F\ell = 2{,}198\,Fa}, \qquad (2)$$

где вычисление расстояния $''\ell''$ представлено на рис. 3, *б*.

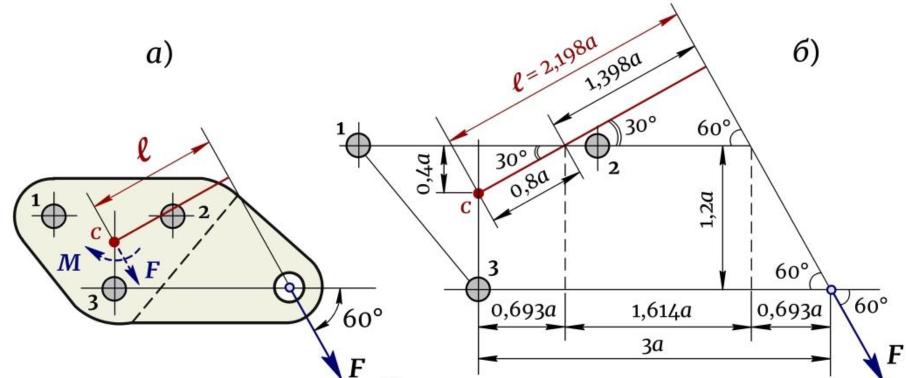


Рис. 3

④ Определяем силы, действующие в сечении заклепок, и устанавливаем наиболее нагруженную заклепку:

★ Центральная сила $''F''$ приводит к возникновению в сечениях поперечных сил $''Q_i''$ противоположного силе направления (рис. 4), равномерно распределенных между заклепками и равных —

$$\boxed{Q_i = \frac{F}{n}} \rightarrow \boxed{Q_1 = Q_2 = Q_3} = \frac{F}{3} = 0{,}333F. \qquad (3)$$

★ Момент $''M''$ вызывает в каждой заклепке реактивные силы $''T_i''$, направленные перпендикулярно к радиус-вектору $''r_i''$ соответствующей заклепки (рис. 4), с учетом (1) и (2) определяемые как —

$$\boxed{T_i = \frac{Mr_i}{\sum r_i^2}} \rightarrow \left.\begin{aligned} \boxed{T_{1,2}} &= \frac{Mr_{1,2}}{\sum r_i^2} = \frac{2{,}198Fa \cdot 1{,}08a}{2{,}97a^2} = 0{,}8F; \\ \boxed{T_3} &= \frac{Mr_3}{\sum r_i^2} = \frac{2{,}198Fa \cdot 0{,}8a}{2{,}97a^2} = 0{,}592F, \end{aligned}\right\} \qquad (4)$$

где $\boxed{\sum r_i^2} = r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 = 2(1{,}08a)^2 + (0{,}8a)^2 = 2{,}97a^2$.

⑤ Суммарную силу, действующую на каждую заклепку, находим геометрическим сложением векторов (рис. 4), а скалярное значение этой силы вычисляем по формуле — $\boxed{F_i = \sqrt{Q_i^2 + T_i^2 + 2Q_i T_i \cos\alpha_i}}$, где путем несложных тригонометрических вычислений находим α_i – углы между векторами $\bar{Q}_i$ и $\bar{T}_i$ —

$$\boxed{\alpha_1} = 128{,}2^\circ \rightarrow \boxed{\cos\alpha_1} = -0{,}618;$$
$$\boxed{\alpha_2} = 8{,}2^\circ \rightarrow \boxed{\cos\alpha_2} = +\,0{,}989; \quad (5)$$
$$\boxed{\alpha_3} = 120^\circ \rightarrow \boxed{\cos\alpha_3} = -0{,}5.$$

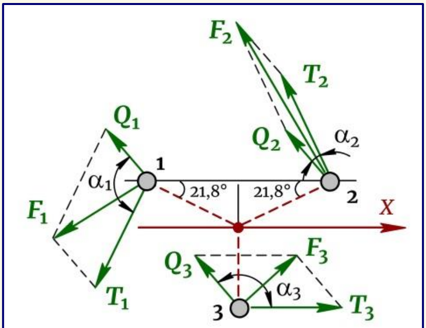


Рис. 4

и с учетом значений (3), (4), (5) вычисляем силу, действующую на каждую заклепку (рис. 4):

$$\boxed{F_1} = \sqrt{Q_1{}^2 + T_1{}^2 + 2Q_1 T_1 \cos\alpha_1} =$$
$$= \sqrt{(0{,}333F)^2 + (0{,}8F)^2 + 2\cdot 0{,}333F \cdot 0{,}8F \cdot (-0{,}618)} = 0{,}649F;$$
$$\boxed{F_2} = \sqrt{Q_2{}^2 + T_2{}^2 + 2Q_2 T_2 \cos\alpha_2} =$$
$$= \sqrt{(0{,}333F)^2 + (0{,}8F)^2 + 2\cdot 0{,}333F \cdot 0{,}8F \cdot 0{,}989} = 1{,}13F;$$
$$\boxed{F_3} = \sqrt{Q_3{}^2 + T_3{}^2 + 2Q_3 T_3 \cos\alpha_3} =$$
$$= \sqrt{(0{,}333F)^2 + (0{,}592F)^2 + 2\cdot 0{,}333F \cdot 0{,}592F(-0{,}5)} = 0{,}514F.$$

Наиболее нагруженной является заклепка 2, где действует наибольшая сила — $\boxed{F_{\max}} = F_2 = 1{,}13F$.

⑥ Проверяем прочность заклепок на срез и на смятие:

$$\boxed{\tau_{срез} = \frac{F_{\max}}{A_{срез}}} = \frac{1{,}13F}{\pi d^2/4} = \frac{1{,}13\cdot 5{,}2\cdot 10^3}{3{,}14\cdot 8^2/4} = 117\,\text{МПа} \le [\tau]_{срез};$$

$$\boxed{\sigma_{см} = \frac{F_{\max}}{A_{см}}} = \frac{1{,}13F}{\delta d} = \frac{1{,}13\cdot 5{,}2\cdot 10^3}{5\cdot 8} = 147\,\text{МПа} \le [\sigma]_{см},$$

прочность соединения на срез и на смятие обеспечена.

Задача 16

Заклепочное соединение нагружается силой $F = 15$ кН (рис. 1). Определить усилия в заклепках и установить, во сколько раз уменьшится запас прочности соединения, если убрать центральную заклепку.

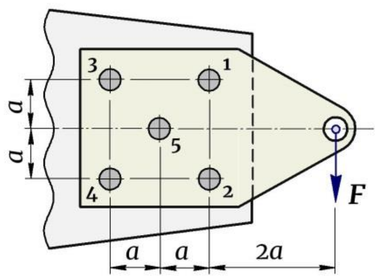


Рис. 1

<u>РЕШЕНИЕ</u>:

① В силу симметрии установки заклепок центр вращения заклепочного соединения находится в месте расположения заклепки 5, а значит, радиус-векторы заклепок 1-4 одинаковы и равны (рис. 2):

$$\boxed{r_1 = r_2 = r_3 = r_4 = r} = \sqrt{a^2 + a^2} = 1{,}41a.$$

② Переносим силу $''F''$ к центру соединения и приводим ее к эквивалентной системе нагрузок – центральной силе $''F''$ и моменту $''M''$, согласно заданной схеме нагружения равному $\boxed{M = 3Fa}$ (рис. 2).

③ Определяем силы, действующие в сечении заклепок:

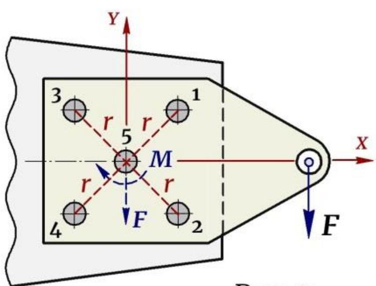


Рис. 2

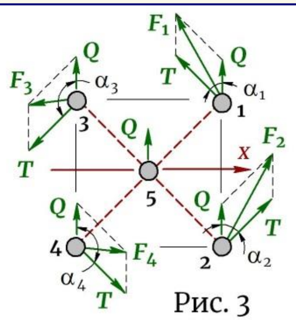


Рис. 3

★ Центральная сила $''F''$ создает в сечениях реактивные поперечные силы, одинаковые во всех заклепках (рис. 3) и равные —

$$\boxed{Q_i = F/n} \rightarrow \boxed{Q_1 = Q_2 = Q_3 = Q_4 = Q_5 = Q} = F/5 = 0{,}2F.$$

★ Момент $''M''$ вызывает в каждой заклепке реактивные силы, перпендикулярные к радиус-вектору соответствующей заклепки (рис. 3), также одинаковые и равные —

$$\boxed{T_i = \frac{Mr_i}{\sum r_i^2}} \rightarrow \boxed{T_1 = T_2 = T_3 = T_4 = T} = \frac{Mr}{4r^2} = \frac{3Fa \cdot 1{,}41a}{4(1{,}41a)^2} = 0{,}529F.$$

④ Суммарную силу, действующую на каждую заклепку, находим геометрическим сложением векторов (рис. 3), а ее модуль вычисляем по формуле — $\boxed{F_i = \sqrt{Q_i^2 + T_i^2 + 2Q_i T_i \cos\alpha_i}}$, где —

$$\boxed{\alpha_{1,2}} = 45^\circ \to \boxed{\cos\alpha_{1,2}} = 0,707; \quad \boxed{\alpha_{3,4}} = 135^\circ \to \boxed{\cos\alpha_{3,4}} = -0,707.$$

В результате с учетом заданного значения силы получаем:

$$\boxed{F_1 = F_2} = \sqrt{Q^2 + T^2 + 2QT\cos\alpha_{1,2}} =$$
$$= \sqrt{(0,2F)^2 + (0,529F)^2 + 2 \cdot 0,2F \cdot 0,529F \cdot 0,707} = 0,685F = 10,3\,\text{кН};$$
$$\boxed{F_3 = F_4} = \sqrt{Q^2 + T^2 + 2QT\cos\alpha_{3,4}} =$$
$$= \sqrt{(0,2F)^2 + (0,529F)^2 + 2 \cdot 0,2F \cdot 0,529F \cdot (-0,707)} = 0,423F = 6,3\,\text{кН};$$
$$\boxed{F_5} = Q = 0,2F = 3\,\text{кН}.$$

Наиболее нагруженными являются заклепки 1 и 2, где —

$$\boxed{F_{max}} = F_{1,2} = 10,3\,\text{кН}.$$

Примечание.
При одинаковых расстояниях заклепок от центра соединения и одинаковых действующих в них поперечных силах и сдвигающих силах от момента наибольшие суммарные срезающие силы возникают в заклепках, в которых векторы указанных сил образуют острый угол, так как $\cos\alpha > 0$.

⑤ Рассматриваем вариант заклепочного соединения *без центральной заклепки* и устанавливаем изменение прочности конструкции. Сравнение результатов производим по наиболее нагруженным заклепкам.

При отсутствии центральной заклепки поперечная сила в оставшихся заклепках также будет одинакова и равна — $\boxed{Q = F/4 = 0,25F}$, а сдвигающая сила от момента останется неизменной — $\boxed{T = 0,529F}$.

Тогда суммарная сила, действующая на заклепки 1-2 будет равна:

$$\boxed{F_{1,2}} = \sqrt{Q^2 + T^2 + 2QT\cos\alpha_{1,2}} =$$
$$= \sqrt{(0,25F)^2 + (0,529F)^2 + 2 \cdot 0,25F \cdot 0,529F \cdot 0,707} = 0,728F = 10,9\,\text{кН}.$$

Загруженность заклепок 1,2 возрастает в $10,9/10,3=1,06$ раз, значит, удаление центральной заклепки приведет к снижению прочности соединения на 6%.

Задача 17

Две стальные полосы склепаны внахлестку четырьмя заклепками одинакового диаметра $''d''$ и растягиваются центрально приложенными силами $''F''$. Определить, какое смещение $''e''$ нагрузки приведет к уменьшению запаса прочности заклепок на 10%

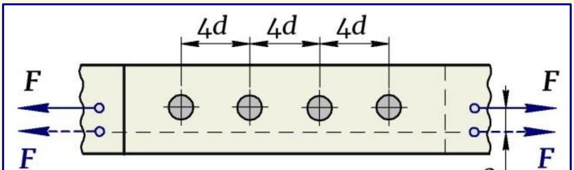


Рис. 1

<u>*РЕШЕНИЕ*</u>:

① При *центральном приложении силы* $''F''$ напряжения среза в заклепках равны — $\boxed{\tau_{срез}=\dfrac{F/n}{A_{срез}}=\dfrac{F}{nA_{срез}}}$, где n – число заклепок в соединении, а значит, при четырех заданных заклепках на каждую будет действовать сила $0,25F$ (рис. 1). В случае смещения нагрузки от центров сечений заклепок прочность соединения снижается на 10%, а это значит, что напряжения в заклепках возрастают на 10% и становятся равными $\boxed{1,1\tau_{срез}}$, что соответствует возрастанию силы, действующей на заклепку, в такое же число раз —

$$\boxed{P}=1,1\cdot 0,25F=0,275F. \qquad (1)$$

② При *внецентренном приложении силы* в результате ее приведения к центрам заклепок возникают две нагрузки – центральная сила $''F''$ и момент $''M''$, вызывающий взаимный поворот полос относительно центра вращения $''C''$ и равный $\boxed{M=Fe}$ (рис. 2, *а*), создающие в сечениях заклепок сдвигающие силы соответствующего направления:

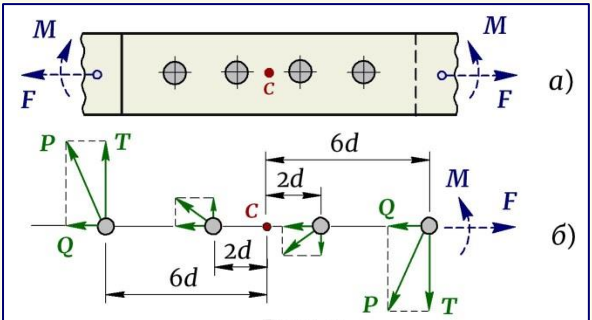


Рис. 2

★ Поперечную силу "Q" (рис. 2, *б*), равномерно распределенную по сечениям заклепок и равную —

$$\boxed{Q} = F/4 = 0{,}25F; \tag{2}$$

★ Сдвигающую силу от вращающего момента "T", пропорциональную расстоянию заклепки от центра вращения, а значит, имеющую наибольшее значение в крайних заклепках (рис. 2, *б*) и определяемую как —

$$\boxed{T} = \frac{Mr}{\sum r_i^2} = \frac{Fe \cdot 6d}{2(6d)^2 + 2(2d)^2} = 0{,}075\frac{Fe}{d}. \tag{3}$$

③ Суммарная сила в крайних заклепках определяется геометрически (рис. 2, *б*) и с учетом (2) и (3) равна:

$$\boxed{P} = \sqrt{Q^2 + T^2} = \sqrt{(0{,}25F)^2 + \left(0{,}075\frac{Fe}{d}\right)^2}. \tag{4}$$

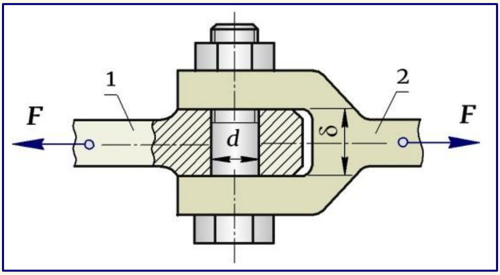
Сила (4) соответствует значению силы (1), действующей на заклепку в случае внецентренного нагружения полос. Поэтому приравниваем значения (1) и (4) и после преобразования получаем:

$$0{,}275F = \sqrt{(0{,}25F)^2 + \left(0{,}075\frac{Fe}{d}\right)^2} \rightarrow$$

$$(0{,}275F)^2 = (0{,}25F)^2 + \left(0{,}075\frac{Fe}{d}\right)^2 \rightarrow \boxed{e = 1{,}5d}.$$

Задача 18

Тяга 1 толщиной $\delta = 22$ мм соединена с вилкой 2 болтом диаметром $d = 18$ мм и нагружается силой $F = 42$ кН (соединение без зазора). Определить напряжения среза в болте и напряжения смятия стенок отверстия тяги.



РЕШЕНИЕ:

① Определяем напряжения среза в болте. Учитывая, что болт является двусрезным и его полная площадь среза принимается равной $\boxed{A_{срез} = k\left(\pi d^2/4\right)}$, где $k = 2$ – число плоскостей среза, получаем:

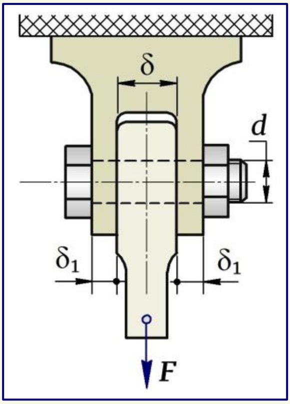
$$\boxed{\tau_{срез}} = \frac{F}{A_{срез}} = \frac{F}{k\left(\pi d^2/4\right)} = \frac{42 \cdot 10^3}{2\left(3{,}14 \cdot 18^2/4\right)} = 82{,}6\,\text{МПа}.$$

② Определяем напряжения смятия тяги. Принимая площадь смятия стенок отверстия тяги равной площади диаметрального сечения части болта, расположенной в тяге, т.е. $\boxed{A_{см} = \delta d}$, получаем:

$$\boxed{\sigma_{см}} = \frac{F}{A_{см}} = \frac{F}{\delta d} = \frac{42 \cdot 10^3}{22 \cdot 18} = 106\,\text{МПа}.$$

Задача 19

Из условия прочности стали на срез и на смятие определить величину допускаемой нагрузки, которую можно приложить к тяге болтового соединения. Принять для соединения $\delta = 20$ мм, $\delta_1 = 12$ мм, $d = 50$ мм и для стали $\left[\tau\right]_{срез} = 100\,\text{МПа}$, $\left[\sigma\right]_{см} = 320\,\text{МПа}$.



РЕШЕНИЕ:

① Определяем силу "F" из условия прочности болта на срез, учитывая, что болт является двусрезным $\left(k = 2\right)$:

$$\boxed{\tau_{\text{срез}} = \frac{F/n}{kA_{\text{срез}}} = \frac{F}{k\left(\pi d^2/4\right)} \le \left[\tau\right]_{\text{срез}}} \rightarrow$$

$$\boxed{F} = \frac{k\pi d^2\left[\tau\right]_{\text{срез}}}{4} = \frac{2\cdot 3{,}14\cdot 50^2\cdot 80}{4} = 314\,\text{кН}. \qquad (1)$$

② Определяем силу $''F''$ из условия прочности болта на смятие, а также стенок отверстий тяги и проушин вилки. Учитывая, что элементы узла имеют одинаковые значения $\left[\sigma\right]_{\text{см}}$, наибольшие напряжения смятия возникают в той части соединения, в которой площадь смятия меньше. Так как $\delta < 2\delta_1$, рассматриваем расположение болта в области тяги, где $\boxed{A_{\text{см}} = \delta d}$:

$$\boxed{\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{A_{\text{см}}} = \frac{F}{\delta d} \le \left[\sigma\right]_{\text{см}}} \rightarrow$$

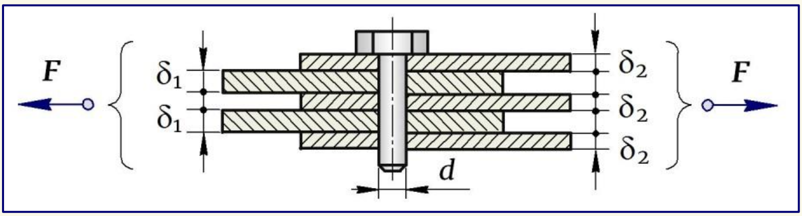
$$\boxed{F} = \delta d\left[\sigma\right]_{\text{см}} = 20\cdot 50\cdot 240 = 240\,\text{кН}. \qquad (2)$$

Из двух значения (1) и (2) принимаем меньшее: $\left[F\right] = 240\,\text{кН}$.

Задача 20

Через стальной стержень болтового соединения передается усилие $F = 480\,\text{кН}$. Из условий прочности стержня на срез, стенок отверстий листов на смятие, а также листов на растяжение определить необходимый диаметр стержня $''d''$ и размеры сечения листов — ширину $''b''$ и толщину $''\delta''$ при допускаемых напряжениях для стали:

$\left[\tau\right]_{\text{срез}} = 95\,\text{МПа}$, $\left[\sigma\right]_{\text{см}} = 250\,\text{МПа}$, $\left[\sigma\right]_{\text{раст}} = 160\,\text{МПа}$.



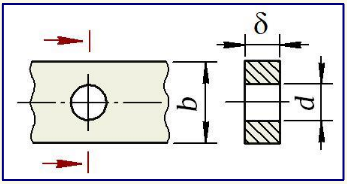
РЕШЕНИЕ:

① Определяем диаметр стержня болта из условия прочности на срез, учитывая, что стержень является четырехсрезным $(k=4)$:

$$\boxed{\tau_{\text{срез}} = \frac{F}{kA_{\text{срез}}} = \frac{F}{k\left(\pi d^2/4\right)} \le [\tau]_{\text{срез}}} \quad \to$$

$$\boxed{d} = \sqrt{\frac{4F}{k\pi[\tau]_{\text{срез}}}} = \sqrt{\frac{4\cdot 480\cdot 10^3}{4\cdot 3{,}14\cdot 95}} = 40\,\text{мм}.$$

② Определяем толщину листов из условия прочности стенок отверстий на смятие:



— *два листа толщиной* δ_1 —

$$\boxed{\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{A_{\text{см}(1)}} = \frac{F}{2\delta_1 d} \le [\sigma]_{\text{см}}} \quad \to$$

$$\boxed{\delta_1} = \frac{F}{2d[\sigma]_{\text{см}}} = \frac{480\cdot 10^3}{2\cdot 40\cdot 250} = 24\,\text{мм}.$$

— *три листа толщиной* δ_2 — $\boxed{\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{A_{\text{см}(2)}} = \frac{F}{3\delta_2 d} \le [\sigma]_{\text{см}}} \quad \to$

$$\boxed{\delta_2} = \frac{F}{3d[\sigma]_{\text{см}}} = \frac{480\cdot 10^3}{3\cdot 40\cdot 250} = 16\,\text{мм}.$$

③ Определяем ширину листов из условия прочности на разрыв:

— *два листа толщиной* δ_1 — $\boxed{\sigma_{\text{раст}} = \frac{F/2}{A_{\text{ослаб}}} = \frac{F}{2\delta_1(b-d)} \le [\sigma]_{\text{раст}}}$,

откуда $$\boxed{b} = \frac{F}{2\delta_1[\sigma]_{\text{раст}}} + d = \frac{480\cdot 10^3}{2\cdot 24\cdot 160} + 40 = 102{,}5\,\text{мм}.$$

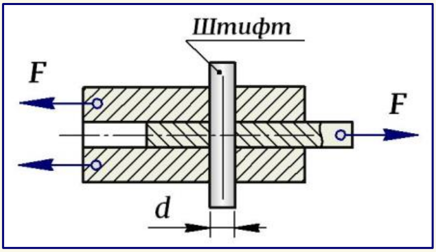
— *три листа толщиной* δ_2 — $\boxed{\sigma_{\text{раст}} = \frac{F/3}{A_{\text{ослаб}}} = \frac{F}{3\delta_2(b-d)} \le [\sigma]_{\text{раст}}}$,

откуда $$\boxed{b} = \frac{F}{3\delta_2[\sigma]_{\text{раст}}} + d = \frac{480\cdot 10^3}{3\cdot 16\cdot 160} + 40 = 102{,}5\,\text{мм}.$$

3. Другие элементы конструкций, работающие на сдвиг и на смятие

Задача 21

Полый и сплошной стержни тяги соединены штифтом диаметром $d = 20$ мм. Определить допускаемую силу "F" с таким расчетом, чтобы штифт работал с запасом прочности на срез $n_{срез} = 3$. Принять для штифта $\tau_{срез} = 210$ МПа.



РЕШЕНИЕ:

① Допускаемые напряжения на срез для штифта равны:

$$[\tau]_{срез} = \frac{\tau_{срез}}{n_{срез}} = \frac{210}{3} = 70\,\text{МПа}.$$

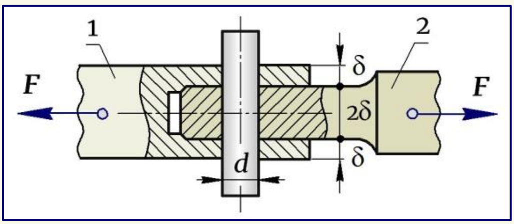
② Из условия прочности на срез, учитывая, что штифт является двусрезным $(k = 2)$, определяем допускаемую силу "F":

$$\boxed{\tau_{срез} = \frac{F}{kA_{срез}} = \frac{F}{k\left(\pi d^2/4\right)} \le [\tau]_{срез}} \quad \rightarrow$$

$$\boxed{F} = k\left(\pi d^2/4\right)[\tau]_{срез} = 2\left(3{,}14 \cdot 20^2/4\right)70 = 44\,\text{кН}.$$

Задача 22

В детали 1 с двумя проушинами одинаковой толщины $\delta = 8$ мм плотно без зазора установлена деталь 2 толщиной 2δ. Обе детали соединены входящим в отверстия проушин штифтом диаметром $d = 20$ мм. Исходя из прочности деталей на срез и на смятие определить безопасную для соединения силу "F", если для штифта и деталей 1 и 2 допускаемые напряжения равны:



$[\tau]_{срез} = 80$ МПа, $[\sigma]_{см} = 240$ МПа, $[\sigma]_{см(1,2)} = 180$ МПа.

РЕШЕНИЕ:

① Из условия прочности штифта на срез, учитывая, что он срезается по двум сечениям, определяем допускаемую для него силу на срез:

$$\boxed{\tau_{\text{срез}} = \frac{F}{kA_{\text{срез}}} = \frac{F}{k\left(\pi d^2/4\right)} \le \left[\tau\right]_{\text{срез}}},$$

откуда $$\boxed{F} = \frac{k\pi d^2\left[\tau\right]_{\text{срез}}}{4} = \frac{2\cdot 3{,}14\cdot 20^2\cdot 80}{4} = 50{,}2\,\text{кН}. \qquad (1)$$

② Из условия прочности штифта на смятие, учитывая, что площадь смятия со стороны проушин детали 1 и детали 2 одинакова и равна — $A_{\text{см}} = 2\delta d$, определяем допускаемую для штифта силу на смятие:

$$\boxed{\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{A_{\text{см}}} = \frac{F}{2\delta d} \le \left[\sigma\right]_{\text{см}}} \rightarrow$$

$$\boxed{F} = 2\delta d\left[\sigma\right]_{\text{см}} = 2\cdot 8\cdot 20\cdot 240 = 76{,}8\,\text{кН}. \qquad (2)$$

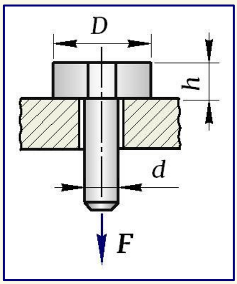
③ Рассматриваем детали 1 и 2 и из условия прочности стенок отверстий на смятие определяем для них допускаемую силу:

$$\boxed{\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{A_{\text{см}(1,2)}} = \frac{F}{2\delta d} \le \left[\sigma\right]_{\text{см}(1,2)}} \rightarrow$$

$$\boxed{F} = 2\delta d\left[\sigma\right]_{\text{см}(1,2)} = 2\cdot 8\cdot 20\cdot 180 = 57{,}6\,\text{кН}. \qquad (3)$$

Из трех значения силы (1), (2) и (3), чтобы прочность всех элементов была обеспечена, принимаем меньшее: $\left[F\right] = 50{,}2\,\text{кН}$.

Задача 23



Болт диаметром $d = 80\,\text{мм}$ опирается головкой на лист и растягивается силой "F", вызывающей в сечении болта напряжения $\sigma_{\text{раст}} = 150\,\text{МПа}$. Определить диаметр головки "D" и ее высоту "h", если для материала болта — $\left[\tau\right]_{\text{срез}} = 50\,\text{МПа}$, $\left[\sigma\right]_{\text{см}} = 45\,\text{МПа}$.

РЕШЕНИЕ:

① Определяем силу $''F''$, растягивающую болт:

$$\boxed{\sigma_{\text{раст}}=\frac{F}{A}=\frac{F}{\pi d^2/4}}\rightarrow$$

$$\boxed{F}=\frac{\pi d^2\sigma_{\text{раст}}}{4}=\frac{3{,}14\cdot 80^2\cdot 150}{4}=753{,}6\,\text{кН}.$$

② Из условия прочности на срез определяем высоту головки $''h''$:

$$\boxed{\tau_{\text{срез}}=\frac{F}{A_{\text{срез}}}=\frac{F}{\pi dh}\le[\tau]_{\text{срез}}}\rightarrow$$

$$\boxed{h}=\frac{F}{\pi d[\tau]_{\text{срез}}}=\frac{753{,}6\cdot 10^3}{3{,}14\cdot 80\cdot 50}=60\,\text{мм}.$$

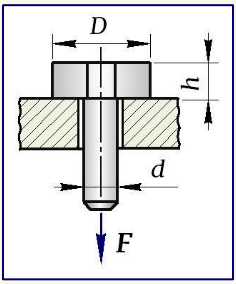
③ Из условия прочности болта на смятие определяем диаметр головки $''D''$:

$$\boxed{\sigma_{\text{см}}=\frac{F}{A_{\text{см}}}=\frac{F}{\pi\left(D^2-d^2\right)/4}\le[\sigma]_{\text{см}}}\rightarrow$$

$$\boxed{D}=\sqrt{\frac{4F}{\pi[\sigma]_{\text{см}}}+d^2}=\sqrt{\frac{4\cdot 753{,}6\cdot 10^3}{3{,}14\cdot 45}+80^2}=166{,}5\,\text{мм}.$$

Задача 24

Болт диаметром $''d''$, имеющий головку высотой $''h''$ и диаметром $''D''$, растягивается силой $F=50\,\text{кН}$. Подобрать размеры болта $''D,d,h''$, если для материала болта допускаемые напряжения равны: $[\sigma]_{\text{раст}}=160\,\text{МПа}$, $[\tau]_{\text{срез}}=50\,\text{МПа}$, $[\sigma]_{\text{см}}=120\,\text{МПа}$.



РЕШЕНИЕ:

① Из условия прочности на растяжение определяем диаметр болта $''d''$:

$$\boxed{\sigma_{\text{раст}} = \frac{F}{A} = \frac{F}{\pi d^2/4} \le [\sigma]_{\text{раст}}} \rightarrow$$

$$\boxed{d} = \sqrt{\frac{4F}{\pi[\sigma]_{\text{раст}}}} = \sqrt{\frac{4\cdot 50\cdot 10^3}{3{,}14\cdot 160}} = 20\,\text{мм}.$$

2 Из условия прочности на срез определяем высоту головки $''h''$:

$$\boxed{\tau_{\text{срез}} = \frac{F}{A_{\text{срез}}} = \frac{F}{\pi dh} \le [\tau]_{\text{срез}}} \rightarrow$$

$$\boxed{h} = \frac{F}{\pi d[\tau]_{\text{срез}}} = \frac{50\cdot 10^3}{3{,}14\cdot 20\cdot 50} = 16\,\text{мм}.$$

3 Из условия прочности болта на смятие определяем диаметр головки $''D''$:

$$\boxed{\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{A_{\text{см}}} = \frac{F}{\pi\left(D^2 - d^2\right)/4} \le [\sigma]_{\text{см}}} \rightarrow$$

$$\boxed{D} = \sqrt{\frac{4F}{\pi[\sigma]_{\text{см}}} + d^2} = \sqrt{\frac{4\cdot 50\cdot 10^3}{3{,}14\cdot 120} + 20^2} = 30{,}5\,\text{мм}.$$

Задача 25

Круглый стержень, растягиваемый силой $F = 180\,\text{кН}$, укреплен на детали с помощью чеки прямоугольного сечения. Из условий прочности на растяжение, срез и смятие стали определить диаметр стержня $''d''$, необходимую длину $''a''$ хвостовой его части, а также размеры поперечного сечения чеки $''b''$ и $''h''$. Изгибом чеки пренебречь. Для элементов конструкции принять допускаемые напряжения: $[\sigma]_{\text{раст}} = 160\,\text{МПа}$; $[\tau]_{\text{срез}} = 100\,\text{МПа}$; $[\sigma]_{\text{см}} = 320\,\text{МПа}$.

<u>*РЕШЕНИЕ*</u>:

1 Записываем для стержня условие прочности на растяжение —

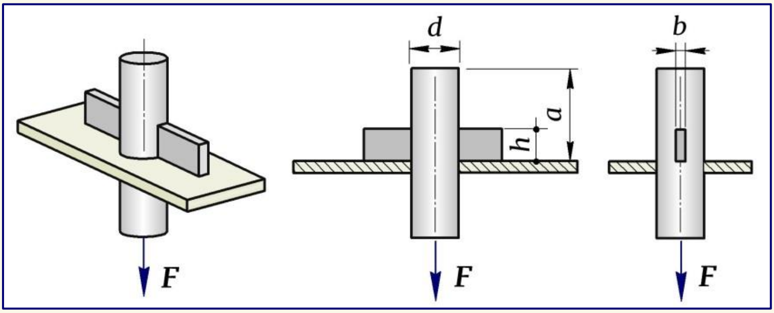
$$\boxed{\sigma_{\text{раст}} = \frac{F}{A_{\text{ослаб}}} \le [\sigma]_{\text{раст}}}$$

и определяем площадь ослабленного сечения:

$$A_{\text{ослаб}}=\frac{F}{[\sigma]_{\text{раст}}}=\frac{180\cdot10^3}{160}=1125\,\text{мм}^2\,, \tag{1}$$

которое проходит через чеку и его площадь принимается равной —

$$\boxed{A_{\text{ослаб}}=\pi d^2/4-db}\,. \tag{2}$$



② Под давлением чеки в хвостовике стержня возникает вероятность среза, а также возможен срез самой чеки по двум плоскостям. Учитывая, что стержень и чека имеют одинаковое значение $[\tau]_{\text{срез}}$, записываем для них условие прочности на срез —

$$\boxed{\tau_{\text{срез}}=\frac{F}{A_{\text{срез}}}\le[\tau]_{\text{срез}}}$$

и определяем площадь среза указанных деталей:

$$A_{\text{срез}}=\frac{F}{[\tau]_{\text{срез}}}=\frac{180\cdot10^3}{100}=1800\,\text{мм}^2\,, \tag{3}$$

которая для стержня и чеки соответственно равны —

$$\boxed{A_{\text{срез (стерж)}}=2(a-h)d;\;\; A_{\text{срез (чека)}}=2bh}\,. \tag{4}$$

③ Под действием силы "F" чека, оказывая давление на внутреннюю часть стержня, вызывает его смятие изнутри. Записываем условие прочности стержня на смятие —

$$\boxed{\sigma_{\text{см}}=\frac{F}{A_{\text{см}}}\le[\sigma]_{\text{см}}}$$

и определяем площадь смятия:

$$A_{см} = \frac{F}{[\sigma]_{см}} = \frac{180 \cdot 10^3}{320} = 562{,}5\,мм^2, \qquad (5)$$

которая принимается равной —

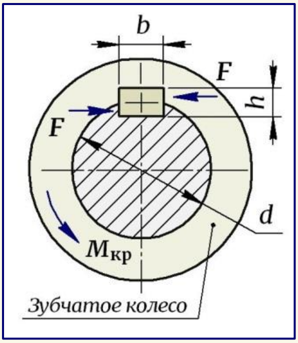
$$\boxed{A_{см} = db}. \qquad (6)$$

④ Решая совместно уравнения (2), (4) и (6) с учетом значений (1), (3) и (5), определяем требуемые по условию задачи размеры элементов заданного соединения:

$$\left.\begin{aligned} &A_{ослаб} = \pi d^2/4 - db = 1125\,мм^2 \\ &A_{срез\,(стерж)} = 2(a-h)d = 1800\,мм^2 \\ &A_{срез\,(чека)} = 2bh = 1800\,мм^2 \\ &A_{см} = db = 562{,}5\,мм^2 \end{aligned}\right\} \rightarrow$$

$$\boxed{d} = 46{,}4\,мм; \; \boxed{b} = 12\,мм; \; \boxed{h} = 75\,мм; \; \boxed{a} = 94{,}4\,мм.$$

Задача 26



На вал диаметром $d = 50\,мм$ через призматическую шпонку шириной $b = 12\,мм$, высотой $h = 8\,мм$ и длиной $\ell = 65\,мм$ от зубчатого колеса передается крутящий момент, равный $M_{кр} = 1{,}2\,кНм$. Проверить прочность шпонки на срез и на смятие, если для материала $[\tau]_{срез} = 80\,МПа$, $[\sigma]_{см} = 250\,МПа$.

<u>РЕШЕНИЕ</u>:

① Определяем силу "F", действующую на шпонку со стороны соединяемых деталей:

$$\boxed{M_{кр} = F(d/2)} \;\rightarrow\; \boxed{F} = \frac{2M_{кр}}{d} = \frac{2 \cdot 1{,}2 \cdot 10^6}{50} = 48\,кН.$$

② Проверяем прочность шпонки на срез и на смятие, принимая для упрощения, что шпонка врезана в вал наполовину своей высоты:

$$\boxed{\tau_{срез}} = \frac{F}{A_{срез}} = \frac{F}{b\ell} = \frac{48\cdot 10^3}{12\cdot 65} = 61{,}5\,МПа < [\tau]_{срез};$$

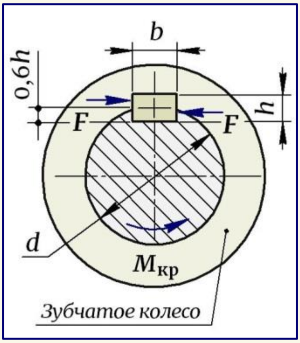
$$\boxed{\sigma_{см}} = \frac{F}{A_{см}} = \frac{F}{(h/2)\ell} = \frac{48\cdot 10^3}{4\cdot 65} = 184{,}6\,МПа < [\sigma]_{см} \;-$$

прочность шпонки на срез и на смятие обеспечена.

Задача 27

На зубчатое колесо через призматическую шпонку прямоугольного сечения размерами $b\times h = 12\times 8$ мм от вала диаметром $d = 40$ мм передается крутящий момент $M_{кр} = 0{,}25$ кНм. Глубина шпоночного паза в валу равна $0{,}6h$. Определить рабочую длину шпонки "ℓ", если допускаемые напряжения на срез и на смятие для материала равны:

$$[\tau]_{срез} = 80\,МПа,\; [\sigma]_{см} = 150\,МПа.$$



РЕШЕНИЕ:

1 Определяем силу "F", действующую на шпонку со стороны соединяемых деталей:

$$\boxed{M_{кр} = F(d/2)} \;\rightarrow\; \boxed{F} = \frac{2M_{кр}}{d} = \frac{2\cdot 0{,}25\cdot 10^6}{40} = 12{,}5\,кН.$$

2 Определяем длину шпонки из условий прочности на срез и на смятие, рассматривая меньшую площадь смятия (со стороны колеса):

$$\boxed{\tau_{срез} = \frac{F}{A_{срез}} = \frac{F}{b\ell} \le [\tau]_{срез}} \quad \boxed{\sigma_{см} = \frac{F}{A_{см}} = \frac{F}{0{,}4h\ell} \le [\sigma]_{см}},$$

откуда
$$\boxed{\ell} = \frac{F}{b[\tau]_{срез}} = \frac{12{,}5\cdot 10^3}{12\cdot 80} = 13\,мм;$$

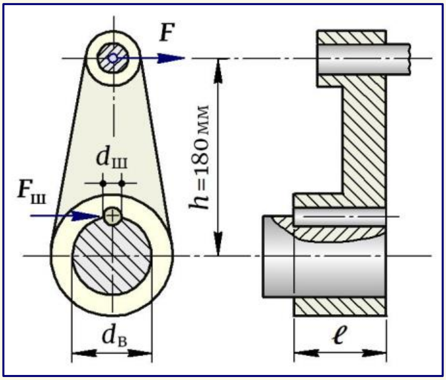
$$\boxed{\ell} = \frac{F}{0{,}4h[\sigma]_{см}} = \frac{12{,}5\cdot 10^3}{0{,}4\cdot 8\cdot 150} = 26\,мм.$$

Для обеспечения прочности принимаем — $\boxed{\ell = 26\,мм}$.

Задача 28

На валу диаметром $d_{\text{в}}=40$ мм с помощью цилиндрической шпонки (штифта) длиной $\ell=50$ мм и диаметром $d_{\text{ш}}=12$ мм укреплен вильчатый кривошип, который нагружается силой $F=3$ кН, как показано на рисунке. Проверить прочность шпоночного соединения на срез и на смятие, если $[\tau]_{\text{срез}}=65$ МПа и $[\sigma]_{\text{см}}=120$ МПа.

РЕШЕНИЕ:



① Определяем силу, передаваемую на шпонку, от силы "F", приложенной к кривошипу. Эта сила при ее переносе к сечению шпонки создает момент —

$$M=Fh, \tag{1}$$

который передается на вал и соответственно равен —

$$M=F_{\text{ш}}\frac{d_{\text{в}}}{2}. \tag{2}$$

Приравниваем значения (1) и (2) и получаем:

$$\boxed{Fh=F_{\text{ш}}\frac{d_{\text{в}}}{2}} \rightarrow \boxed{F_{\text{ш}}}=\frac{2Fh}{d_{\text{в}}}=\frac{2\cdot 3\cdot 10^3\cdot 180}{40}=27\text{ кН}.$$

② Проверяем прочность шпонки (штифта) на срез:

$$\boxed{\tau_{\text{срез}}}=\frac{F_{\text{ш}}}{A_{\text{срез}}}=\frac{F_{\text{ш}}}{d_{\text{ш}}\ell}=\frac{27\cdot 10^3}{12\cdot 50}=45\text{ МПа}\le[\tau]_{\text{срез}} \text{ —}$$

прочность штифта на срез обеспечена.

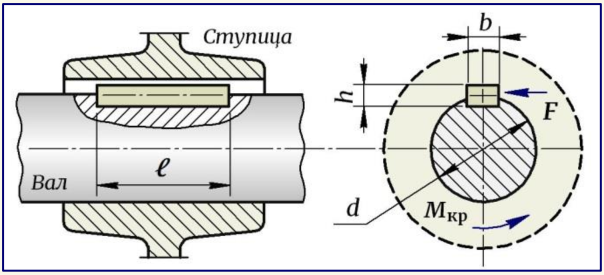
③ Проверяем прочность шпонки на смятие. Под действием силы, воздействующей на цилиндрический штифт, происходит смятие половины полуцилиндрической поверхности, площадь которой является истинной площадью смятия. Однако поскольку характер распределения сил по этой поверхности неизвестен, за условную площадь смятия принимается площадь проекции поверхности контакта на диаметральную плоскость, определяемая как $\boxed{A_{\text{см}}=(d_{\text{ш}}/2)\ell}$ —

$$\boxed{\sigma_{\text{см}}} = \frac{F_{\text{ш}}}{A_{\text{см}}} = \frac{F_{\text{ш}}}{(d_{\text{ш}}/2)\ell} = \frac{27\cdot10^3}{6\cdot50} = 90\,\text{МПа} \le [\sigma]_{\text{см}} -$$

прочность штифта на смятие также обеспечена.

Задача 29

Ступица колеса закреплена на валу диаметром $d = 50$ мм с помощью призматической шпонки прямоугольного сечения размерами $b\times h\times\ell = 10\times8\times40$ мм. Глубина врезания шпонки в ступицу составляет $0{,}4h$. Определить максимальный крутящий момент, который с помощью шпонки можно передать от колеса к валу. Принять для материала шпонки: $[\tau]_{\text{срез}} = 110$ МПа, $[\sigma]_{\text{см}} = 250$ МПа.



РЕШЕНИЕ:

① Момент, передаваемый валу от колеса равен — $\boxed{M_{\text{кр}} = F(d/2)}$, где $\boxed{F = M_{\text{кр}}/(d/2)}$ – сила воздействия колеса на шпонку.

② Из условия прочности шпонки на срез с учетом значения "F" подбираем максимально допустимую величину крутящего момента для соединения:

$$\boxed{\tau_{\text{срез}} = \frac{F}{A_{\text{срез}}} = \frac{M_{\text{кр}}/(d/2)}{b\ell} \le [\tau]_{\text{срез}}},$$

откуда $$[M_{\text{кр}}] = \frac{b\ell d[\tau]_{\text{срез}}}{2} = \frac{10\cdot40\cdot50\cdot110}{2} = 1{,}1\,\text{кНм}.$$

③ Подбираем максимально допустимую величину крутящего момента из условия прочности шпонки на смятие:

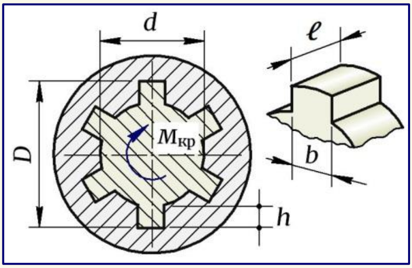
$$\boxed{\sigma_{\text{см}} = \frac{F}{A_{\text{см}}} = \frac{M_{\text{кр}}/(d/2)}{0{,}4h\ell} \le [\sigma]_{\text{см}}},$$

откуда $$[M_{\text{кр}}] = \frac{0{,}4hd\ell[\sigma]_{\text{см}}}{2} = \frac{0{,}4 \cdot 8 \cdot 50 \cdot 40 \cdot 250}{2} = 0{,}8\,\text{кНм}.$$

Из двух значений, полученных по результатам расчета шпонки на срез и на смятие, принимаем меньшее – $[M_{\text{кр}}] = 0{,}8\,\text{кНм}$.

__Примечание__.
При передаче крутящего момента шпонка работает на срез и на смятие. Но размеры сечения стандартных призматических шпонок подобраны таким образом, что нагрузку соединения ограничивают не напряжениями среза, а напряжениями смятия, поэтому основным расчетом для шпонок является расчет на смятие. Расчеты на срез являются проверочными и выполняются только в особо ответственных случаях.

Задача 30



Проверить прочность прямобочного шлицевого соединения, нагружаемого передаваемым с вала на ступицу моментом $M_{\text{кр}} = 0{,}42\,\text{кНм}$, если для элементов $[\sigma]_{\text{см}} = 80\,\text{МПа}$, $[\tau]_{\text{срез}} = 60\,\text{МПа}$.

Принять для соединения: $D = 32\,\text{мм}$; $d = 26\,\text{мм}$; $b = 4\,\text{мм}$; $\ell = 30\,\text{мм}$.

__Примечание__.
Шлицевое соединение представляет собой многошпоночное соединение, у которого шпонки (шлицы, зубья) выполнены с валом как одно целое и входят в соответствующие пазы ступицы детали. Нагрузкой шлицевого соединения является вращающий момент, передаваемый между деталями. В отличие от шпоночных шлицевые соединения способны передавать бóльшие крутящие моменты, имеют меньшие габариты и высокую точность центрирования, обладают большей прочностью и надежностью при статических и динамических нагрузках. Шлицевые соединения бывают неподвижные и подвижные, допускающие перемещения детали вдоль вала. Основным критерием работоспособности шлицевых соединений является сопротивление рабочих поверхностей зубьев смятию и изнашиванию. Нагрузочная способность соединения определяется как меньшее из двух значений, полученных по расчету на смятие и на износ. Смятие и износ поверхностей зубьев связаны с одним и тем же параметром – давле-

нием $\sigma_{см}$, что позволяет рассматривать напряжение $\sigma_{см}$ как единый критерий расчета и на смятие, и на износ. Неподвижные шлицевые соединения, нагружаемые только крутящим моментом, рассчитывают только на смятие. Однако помимо основных видов разрушения — износа и смятия рабочих поверхностей, в шлицевых соединениях возможны поломки, срез зубьев, усталостное разрушение и др. Более подробный и точный расчет шлицевых соединения приводится в курсе «Детали машин».

<u>РЕШЕНИЕ</u>:

① В шлицевом соединении, согласно заданным размерам, средний диаметр соединения равен — $\boxed{d_{ср}=(D+d)/2=29\,мм}$, высота зуба определяется как — $\boxed{h=(D-d)/2=3\,мм}$, $\boxed{n=6}$ – число зубьев.

② Принимая, что все шлицы нагружены одинаково, определяем силу "F", действующую на один шлиц:

$$\boxed{F}=\frac{M_{кр}}{(d_{ср}/2)n}=\frac{0{,}42\cdot 10^6}{(29/2)\cdot 6}=4{,}8\,кН.$$

③ Проверяем прочность соединения на смятие —

$$\boxed{\sigma_{см}}=\frac{F}{A_{см}}=\frac{F}{h\ell}=\frac{4{,}8\cdot 10^3}{3\cdot 30}=53{,}3\text{ МПа}<[\sigma]_{см},$$

где $h=(D-d)/2=3\,мм$ – высота зуба.

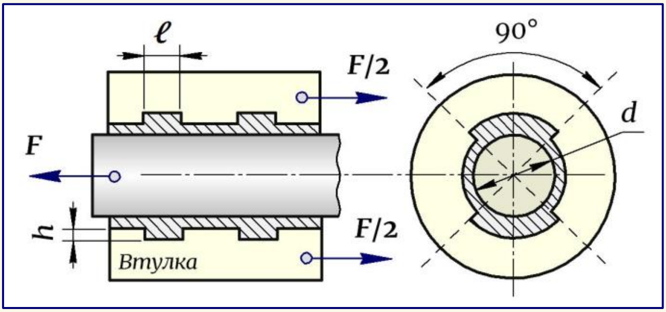
④ Проверяем прочность соединения на срез —

$$\boxed{\tau_{срез}}=\frac{F}{b\ell}=\frac{4{,}8\cdot 10^3}{4\cdot 30}=40\,\text{МПа}<[\tau]_{срез}.$$

Прочность соединения на смятие и на срез обеспечена.

Задача 31

Цилиндр диаметром $d=12\,см$ соединен со втулкой при помощи четырех выступов высотой $h=2\,мм$ и длиной $\ell=5\,мм$. Определить напряжения среза $\tau_{срез}$ и напряжения смятия $\sigma_{см}$ в соединении, возникающих под действием сдвигающего усилия $F=240\,кН$.



<u>*РЕШЕНИЕ*</u>:

① Выступы работают на срез и на смятие. Срез происходит по четверти цилиндрической поверхности площадью —

$$A_{\text{срез}} = \frac{\pi(d+h)}{4}\ell = \frac{3{,}14(120+2)}{4}\cdot 5 = 478{,}85\,\text{мм}^2,$$

а площадью смятия является площадь кольцевого сектора, равная:

$$A_{\text{см}} = \frac{\pi(d+h)}{4}h = \frac{3{,}14(120+2)}{4}\cdot 2 = 191{,}54\,\text{мм}^2.$$

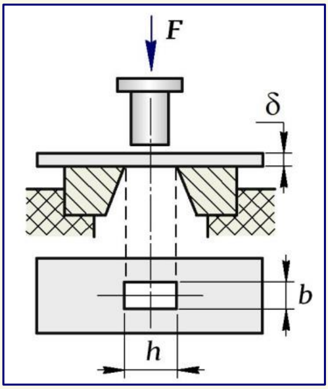
② Учитывая, что на каждый выступ приходится нагрузка F/n, где $n=4$ – число выступов, напряжения среза и смятия определяются как:

$$\boxed{\tau_{\text{срез}}} = \frac{F/n}{A_{\text{срез}}} = \frac{\left(240\cdot 10^3\right)/4}{478{,}85} = 125{,}3\,\text{МПа};$$

$$\boxed{\sigma_{\text{см}}} = \frac{F/n}{A_{\text{см}}} = \frac{\left(240\cdot 10^3\right)/4}{191{,}54} = 313{,}3\,\text{МПа}.$$

Задача 32

Определить силу $''F''$, которую необходимо приложить к пуансону штампа для пробивки в стальном листе толщиной $\delta = 4\,\text{мм}$ отверстия прямоугольной формы размерами $b\times h = 10\times 15\,\text{мм}$, если предел прочности стали на срез $\tau_{\text{срез}} = 390\,\text{МПа}$. Определить также напряжения сжатия в пуансоне.



РЕШЕНИЕ:

① Определяем силу , необходимую для пробивки в листе прямоугольного отверстия. Полная площадь среза пробиваемого отверстия равна: $\boxed{A_{срез} = 2b\delta + 2h\delta = 2\delta(b+h) = 2\cdot 4(10+15) = 200\,мм^2}$.

Тогда из условия разрушения стали на срез получаем:

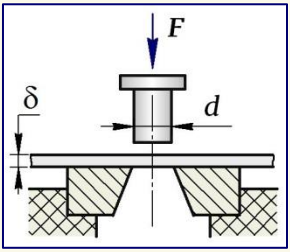
$$\boxed{\tau_{max} = \frac{F}{A_{срез}} = \tau_{срез}} \rightarrow \boxed{F} = \tau_{срез} A_{срез} = 390\cdot 200 = 78кН.$$

② Определяем напряжения сжатия в пуансоне:

$$\boxed{\sigma_{max}} = \frac{F}{bh} = \frac{78\cdot 10^3}{10\cdot 15} = 520\,МПа.$$

Задача 33

Дыропробивной пресс способен развивать максимальную силу $F = 300\,кН$. Определить диаметр отверстий $''d''$, которые можно пробивать в стальных листах толщиной $\delta = 20\,мм$, если для стали предел прочности на срез равен $\tau_{срез} = 320\,МПа$.



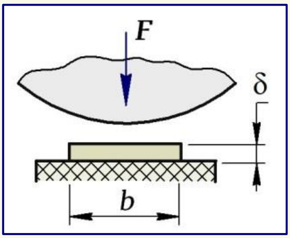
РЕШЕНИЕ:

Из условия разрушения стали на срез определяем диаметр отверстий, которые способен пробивать пресс при заданной нагрузке:

$$\boxed{\tau_{max} = \frac{F}{A_{срез}} = \frac{F}{\pi d\delta} = \tau_{срез}} \rightarrow \boxed{d} = \frac{F}{\pi\delta\tau_{срез}} = \frac{300\cdot 10^3}{3{,}14\cdot 20\cdot 320} = 15\,мм.$$

Задача 34

Стальная полоса прямоугольного сечения $\delta\times b = 12\times 100\,мм$ разрезается на гильотинных ножницах. Определить требуемое усилие $''F''$ для ножниц, если предел прочности стали на срез равен $\tau_{срез} = 200\,МПа$.

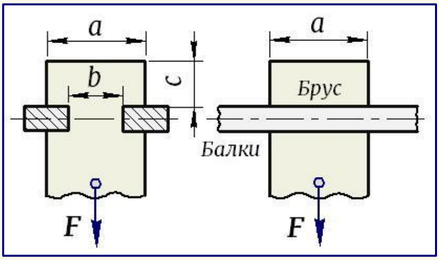


<u>РЕШЕНИЕ</u>:

Из условия разрушения на срез определяем силу $''F''$, необходимую для разрезания листа:

$$\boxed{\tau_{max} = \frac{F}{A_{срез}} = \frac{F}{b\delta} = \tau_{срез}} \rightarrow \boxed{F} = b\delta\tau_{срез} = 100 \cdot 12 \cdot 200 = 240\,кН.$$

Задача 35



Деревянный брус квадратного сечения размером $a = 18\,см$ подвешен на двух горизонтально установленных балках и нагружен растягивающей силой $F = 40\,кН$. Для крепления на балках в брусе выполнены две врубки до ширины сечения $b = 12\,см$. Определить возникающие в опасных сечениях бруса напряжения растяжения, скалывания и смятия, если $c = 10\,см$.

<u>РЕШЕНИЕ</u>:

① От действия силы $''F''$ брус растягивается и в нем возникают напряжения растяжения, которые имеют максимальное значение в сечении, ослабленном с двух сторон врубками:

$$\boxed{\sigma_{раст}} = \frac{F}{A_{ослаб}} = \frac{F}{ab} = \frac{40 \cdot 10^3}{(18 \cdot 12)10^2} = 1{,}9\,МПа.$$

② От действия силы $''F''$ также возникает давление опорных горизонтальных балок на брус, вызывающее деформацию сдвига и появление в двух вертикальных сечениях общей площадью $\boxed{A_{скал} = 2ac}$ скалывающих касательных напряжений:

$$\boxed{\tau_{скал}} = \frac{F}{A_{скал}} = \frac{F}{2ac} = \frac{40 \cdot 10^3}{2(18 \cdot 10)10^2} = 1{,}1\,МПа.$$

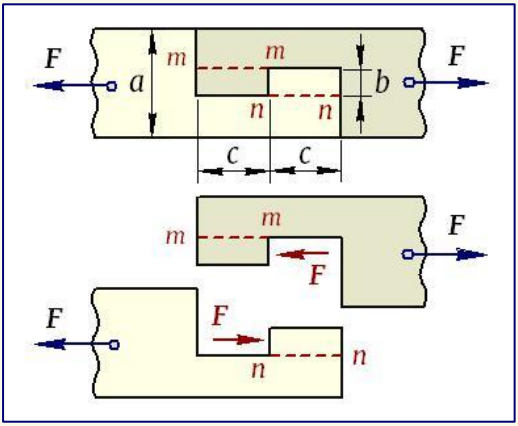
Примечание.
Деформация сдвига, доведенная до разрушения, применительно к металлам называется «срезом», к неметаллам – «скалыванием».

3 От действия силы $"F"$ в горизонтальных сечениях бруса, опирающихся на опорные балки и имеющих суммарную площадь, равную $\boxed{A_{см} = a(a-b)}$, возникают напряжения смятия:

$$\boxed{\sigma_{см}} = \frac{F}{A_{см}} = \frac{F}{a(a-b)} = \frac{40 \cdot 10^3}{18(18-12)10^2} = 3{,}7\,\text{МПа}.$$

Задача 36

Для соединения определить необходимые размеры врубки «*прямым зубом*». Брусья имеют квадратное сечение $"a \times a"$ и растягиваются силой $F = 40\,\text{кН}$. Допускаемые напряжения для древесины имеют значения: на растяжение $[\sigma]_{раст} = 10\,\text{МПа}$, на скалывание $[\tau]_{скал} = 1\,\text{МПа}$, на смятие $[\sigma]_{см} = 8\,\text{МПа}$.



<u>РЕШЕНИЕ</u>:

1 От действия силы $"F"$ в верхней и нижней врубках возникает возможность скалывания по плоскостям $"m-m"$ и $"n-n"$, имеющих одинаковую площадь среза, равную —

$$\boxed{A_{скал} = ac}, \tag{1}$$

определяемую из условия порочности на скалывание:

$$\boxed{\tau_{скал} = \frac{F}{A_{скал}} \le [\tau]_{скал}} \rightarrow$$

$$A_{скал} = \frac{F}{[\tau]_{скал}} = \frac{40 \cdot 10^3}{1} = 400\,см^2. \qquad (2)$$

② От действия этой же силы по внутренним боковым упорным сечениям верхней и нижней врубок происходит смятие. Площади смятия обеих врубок одинаковы и равны —

$$\boxed{A_{см} = ab} \qquad (3)$$

и определяются из условия прочности дерева на смятие:

$$\boxed{\sigma_{см} = \frac{F}{A_{см}} \le [\sigma]_{см}} \rightarrow A_{см} = \frac{F}{[\sigma]_{см}} = \frac{40 \cdot 10^3}{8} = 50\,см^2. \qquad (4)$$

③ От действия силы врубки испытывают растяжение. Принимая для обеих врубок одинаковую прочность при растяжении, разрыв может произойти по ослабленному сечению площадью—

$$\boxed{A_{ослаб} = a\frac{(a-b)}{2}}, \qquad (5)$$

определяемому из условия прочности на разрыв:

$$\boxed{\sigma_{раст} = \frac{F}{A_{ослаб}} \le [\sigma]_{раст}} \rightarrow$$

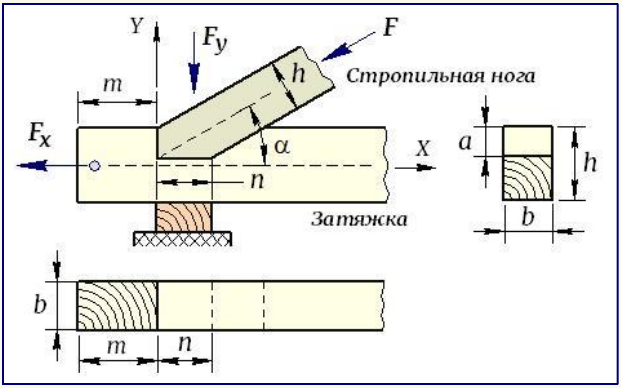
$$A_{ослаб} = \frac{F}{[\sigma]_{раст}} = \frac{40 \cdot 10^3}{10} = 40\,см^2. \qquad (6)$$

④ Решая совместно уравнения (1), (3) и (5) с учетом значений (2), (4) и (6), определяем необходимые размеры врубки «*прямым зубом*»:

$$\left.\begin{array}{l} A_{скал} = ac = 400\,см^2 \\ A_{см} = ab = 50\,см^2 \\ A_{ослаб} = a(a-b)/2 = 40\,см^2 \end{array}\right\} \rightarrow \begin{array}{l} \boxed{a} = 11,4\,см; \\ \boxed{b} = 4,4\,см; \\ \boxed{c} = 35,1\,см. \end{array}$$

Задача 37

Соединение стропильной ноги с затяжкой выполнено с помощью лобовой врубки. Определить размеры соединения $"a, m, n"$, если сжимающее усилие в подкосе равно $F = 60\,\text{кН}$, угол наклона крышки $\alpha = 30^\circ$, размеры сечений элементов — ноги и затяжки — $h = 20\,\text{см}$, $b = 10\,\text{см}$. Допускаемые напряжения для соединения: на растяжение и сжатие вдоль волокон $[\sigma] = 10\,\text{МПа}$, на скалывание вдоль волокон $[\tau]_{\text{скал}} = 0{,}8\,\text{МПа}$, на смятие вдоль и поперек волокон — $[\sigma]_{\text{см (вдоль)}} = 8\,\text{МПа}$, $[\sigma]_{\text{см (попер)}} = 2{,}4\,\text{МПа}$. Проверить также прочность стропильной ноги на сжатие и прочность затяжки в ослабленном месте сечения на растяжение.



<u>*РЕШЕНИЕ*</u>:

① Раскладываем силу на горизонтальную и вертикальную составляющие и определяем усилия, действующие по плоскостям врубки:

$$F_X = F\cos\alpha = 60\cos 30^\circ = 52\,\text{кН};$$
$$F_Y = F\sin\alpha = 60\sin 30^\circ = 30\,\text{кН}.$$

② <u>Горизонтальная сила</u> $"F_X"$ вызывает:

★ СМЯТИЕ затяжки и стропильной ноги по вертикальной упорной площадке в месте контакта торца ноги с затяжкой. Площадь смятия для обоих элементов одинакова — $\boxed{A_{\text{см}} = ab}$, но в затяжке смятие происходит вдоль волокон, а в стропильной ноге – под углом к волокнам, что определяет соответствующую прочность элемента.

Примечание.
Дерево является природным анизотропным материалом и имеет при деформировании разную прочность вдоль и поперек волокон. Наибольшую прочность на смятие древесина проявляет при нагружении вдоль волокон, в то же время смятию поперек волокон древесина сопротивляется слабо и ее предел прочности при сжатии поперек примерно в 10 раз ниже предела прочности при сжатии вдоль волокон. При нагружении под углом по отношению к направлению волокон предел прочности имеет промежуточное значение между продольным и поперечным смятием и зависит от угла нагружения. Поэтому $\rightarrow$ $\boxed{[\sigma]_{см\,(вдоль)} > [\sigma]_{см\,(\alpha^\circ)} > [\sigma]_{см\,(попер)}}$. *В справочной литературе для самых разных конструкций из дерева и различных пород представлены указанные величины, используемые в проверочных и проектировочных расчетах.*

По значению $[\sigma]_{см\,(вдоль)}$ из условия прочности затяжки на смятие определяем необходимую глубину врубки $''a''$:

$$\boxed{\sigma_{см} = \frac{F_x}{A_{см}} = \frac{F_x}{ab} \le [\sigma]_{см\,(вдоль)}} \rightarrow$$

$$\boxed{a} = \frac{F_x}{b[\sigma]_{см\,(вдоль)}} = \frac{52 \cdot 10^3}{100 \cdot 8} = 65 \text{ мм}.$$

★ СКАЛЫВАНИЕ вдоль волокон выступающего за врубку конца затяжки. Принимая площадь скалывания равной — $\boxed{A_{скал} = mb}$, из условия прочности на скалывание определяем требуемую длину выступающей части затяжки $''m''$:

$$\boxed{\tau_{скал} = \frac{F_x}{A_{скал}} = \frac{F_x}{mb} \le [\tau]_{скал}} \rightarrow$$

$$\boxed{m} = \frac{F_x}{b[\tau]_{скал}} = \frac{52 \cdot 10^3}{100 \cdot 0{,}8} = 650 \text{ мм}.$$

③ <u>Вертикальная сила</u> $''F_y''$ вызывает СМЯТИЕ затяжки по площадке опирания на опорную подушку. Принимая за площадь смятия $\boxed{A_{см} = bn}$, из условия прочности на смятие определяем ширину подушки, соответственно равную ширине врубки $''n''$ (хотя конструктивно последняя принимается значительно больше):

$$\boxed{\sigma_{см} = \frac{Fy}{A_{см}} = \frac{Fy}{bn} \le [\sigma]_{см\,(попер)}} \rightarrow$$

$$\boxed{n} = \frac{Fy}{b[\sigma]_{см\,(попер)}} = \frac{30 \cdot 10^3}{100 \cdot 2{,}4} = 125 \text{ мм}.$$

④ Проверяем прочность стропильной ноги на сжатие:

$$\sigma_{сж} = \frac{F}{A_{сж}} = \frac{F}{bh} = \frac{60 \cdot 10^3}{100 \cdot 200} = 3\,\text{МПа} \le 10\,\text{МПа} \rightarrow$$

прочность ноги на сжатие обеспечена.

⑤ Проверяем прочность затяжки на растяжение, принимая в расчет ослабленное сечение:

$$\sigma_{раст} = \frac{F_x}{A_{ослаб}} = \frac{F_x}{b(h-a)} = \frac{52 \cdot 10^3}{100(200-65)} = 3{,}9\,\text{МПа} \le 10\,\text{МПа} \rightarrow$$

прочность затяжки на растяжение обеспечена.

4. Расчет сварных соединений

Задача 38

При стыковой сварке двух стальных полос толщиной $\delta = 10\,\text{мм}$ соединение выдерживает растягивающую силу $F = 100\,\text{кН}$. Определить необходимую ширину полос $"b"$ и процент использования материала, если для металла полосы $[\sigma]_{раст} = 140 \text{ МПа}$, а для материала шва $[\sigma_э] = 100\,\text{МПа}$. Определить также силу, которую способно выдержать соединение при сварке косым швом, лежащим под углом 45° к направлению силы, если для шва $[\tau_э] = 80\,\text{МПа}$.

<u>РЕШЕНИЕ</u>:

① При ***сварке встык прямым швом*** (шов расположен перпендикулярно направлению силы) шов работает на *растяжение* (при сжимающих силах – на *сжатие*) и в его поперечном сечении, принимаемом равным $\boxed{A_{ш} = \delta \ell_{ш}}$, возникают нормальные растягивающие (сжимающие) напряжения (рис. 1, *а*). Работа шва и распределение напряжений по сечению происходит так же, как и в основном металле, поэтому расчет стыкового шва на прочность производят по такой же методике, как расчет цельного элемента на растяжение (сжатие), но с использованием допускаемого напряжения, соответствующего материалу шва. Наплывы сварного шва в расчете не учитываются.

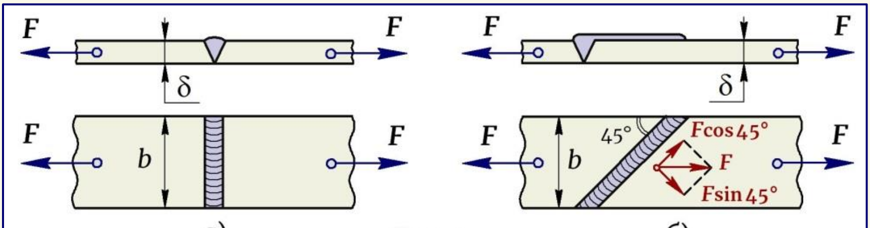


Рис. 1

Из условия прочности шва на разрыв определяем расчетную длину "$\ell_{ш}$" и ширину полосы "b" —

$$\boxed{\sigma_{раст} = \frac{F}{A_{ш}} = \frac{F}{\delta \ell_{ш}} \le \left[\sigma_{э}\right]} \rightarrow$$

$$\boxed{\ell_{ш}} = \frac{F}{\delta\left[\sigma_{э}\right]} = \frac{100 \cdot 10^3}{10 \cdot 100} = 100\,мм, \qquad (1)$$

где за расчетную длину сварного шва "$\ell_{ш}$" принимается длина шва с полноразмерной высотой, равной в стыковом соединении толщине детали "δ". Ширина полосы, учитывая непровары по краям, принимается больше расчетной длины на 10 мм и равна:

$$\boxed{b} = \ell_{ш} + 10\,мм = 110\,мм\,. \qquad (2)$$

<u>*Примечание*</u>.
Если полноразмерность сварного шва по всей длине технологически обеспечивается, например, сварка на специальных подкладках, и шов выполняется с полным проваром, включая его концевые участки, ширину детали принимают $\boxed{b = \ell_{ш}}$.

② Исследуем несущую способность сварного соединения по основному металлу в зоне сварного шва и из условия прочности полосы на разрыв определим наибольшую допустимую для детали силу:

$$\boxed{\sigma_{\text{раст}} = \frac{F_{\max}}{A} = \frac{F_{\max}}{\delta b} \le \left[\sigma\right]_{\text{раст}}} \rightarrow$$

$$\boxed{F_{\max}} = \delta b \left[\sigma\right]_{\text{раст}} = 10 \cdot 110 \cdot 140 = 154 \,\text{кН}, \qquad (3)$$

откуда следует, что при заданной для соединения силе основной металл полосы работает с недогрузкой и процент использования его материала составляет:

$$\boxed{\xi} = \frac{F}{F_{\max}} \cdot 100\% = \frac{100}{154} \cdot 100\% = 65\%.$$

3 Рассмотрим вариант ***сварки встык косым швом***, расположенным под углом 45° к направлению силы (рис. 1, *б*), и установим несущую способность такого соединения.

Поскольку допускаемое напряжение для сварного шва ниже, чем для основного металла, для увеличения прочности соединения на заданную нагрузку следует увеличить длину шва и, соответственно, площадь его сечения, что при стыковом соединении обеспечивается косым швом. В этом случае шов работает на растяжение и на срез под действием сил, соответственно равных — $F \sin 45^\circ$ и $F \cos 45^\circ$, длина шва по технологическим причинам принимается равной—

$$\boxed{\ell_{\text{ш}} = b/\sin 45^\circ - 10 \,\text{мм} = 110/\sin 45^\circ - 10 \,\text{мм} = 145{,}6 \,\text{мм}},$$

а площадь сечения шва на указанные деформации одинакова и определяется как — $\boxed{A_{\text{ш}} = \delta \ell_{\text{ш}}}$. Записываем для шва условия прочности на растяжение и на срез и определяем максимально допустимую силу для соединения:

$$\boxed{\sigma_{\text{раст}} = \frac{F_{\text{раст}}}{A_{\text{ш}}} = \frac{F_{\text{раст}} \sin 45^\circ}{\delta \ell_{\text{ш}}} \le \left[\sigma_{\text{э}}\right]} \rightarrow$$

$$\boxed{F_{\text{раст}}} = \frac{\delta \ell_{\text{ш}} \left[\sigma_{\text{э}}\right]}{\sin 45^\circ} = \frac{10 \cdot 145{,}6 \cdot 100}{\sin 45^\circ} = 206 \,\text{кН}; \qquad (4)$$

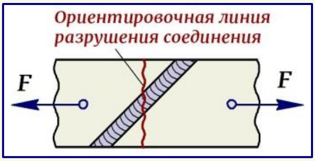
$$\boxed{\tau_{\text{срез}} = \frac{F}{A_{\text{ш}}} = \frac{F_{\text{срез}} \cos 45^\circ}{\delta \ell_{\text{ш}}} \le \left[\tau_{\text{э}}\right]} \rightarrow$$

$$\boxed{F_{\text{срез}}} = \frac{\delta \ell_{\text{ш}} \left[\tau_{\text{э}}\right]}{\cos 45^\circ} = \frac{10 \cdot 145{,}6 \cdot 80}{\cos 45^\circ} = 164{,}7 \,\text{кН}. \qquad (5)$$

Из расчетных значений (4) и (5) оценку грузоподъемности соединения производим по меньшему значению — $\boxed{F} = 164{,}7\,\text{кН}$.

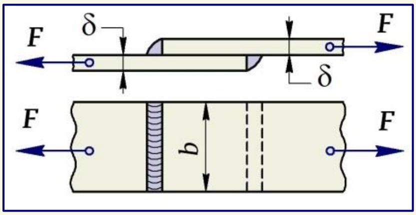
ВЫВОД.

Расчеты показывают, что сварное соединение встык швом по углом 45° (рис. 1, *б*) имеет более высокую прочность по сравнению с прямым стыковым соединением (рис. 1, *а*) и при тех же размерах соединяемых элементов имеет более высокую несущую способность. Если сварной шов с пониженными механическими свойствами выполнить косым, сварное соединение можно сделать равнопрочным основному металлу и даже способным воспринимать бóльшую нагрузку, чем соединяемые детали. Однако в этом случае следует контролировать прочность основного металла, особенно в зоне термического влияния, который способен воспринимать наибольшую силу (3) и при бóльших нагрузках (5) разрушение соединения может произойти не по сварному шву, а по металлу соединяемых деталей.



Задача 39

Определить наибольшую растягивающую силу $''F''$, которую способно выдержать соединение двух листов шириной $b = 150\,\text{мм}$ и толщиной $\delta = 8\,\text{мм}$, сваренных внахлестку двумя лобовыми швами, если для листов $[\sigma]_{\text{раст}} = 140\,\text{МПа}$, а для материала шва $[\tau_{\text{э}}] = 80\,\text{МПа}$. Определить загруженность листов и процент использования материала.



<u>*РЕШЕНИЕ:*</u>

① Определяем силу $''F''$ из условия прочности шва на срез, принимая катет шва равным толщине листов $''\delta''$ и учитывая, что на восприятие силы в соединении работают два шва суммарной длины $2\ell_{\text{ш}}$ —

$$\boxed{\tau_{\text{срез}} = \frac{F}{A_{\text{ш}}} = \frac{F}{0{,}7\delta \cdot 2\ell_{\text{ш}}} = \frac{F}{1{,}4\delta\ell_{\text{ш}}} \le [\tau_{\text{э}}]},$$

где расчетная длина шва по техническим условиям принимается равной — $\boxed{\ell_ш = b - 2\delta = 150 - 16 = 134\,мм}$:

$$\boxed{F} = 1{,}4\delta\ell_ш[\tau_э] = 1{,}4 \cdot 8 \cdot 134 \cdot 80 = 120\,кН.$$

② Определяем силу $"F_{max}"$ из условия прочности основного металла листа на растяжение:

$$\boxed{\sigma_{раст} = \frac{F_{max}}{A_{лист}} = \frac{F_{max}}{\delta b} \le [\sigma]_{раст}} \quad \rightarrow$$

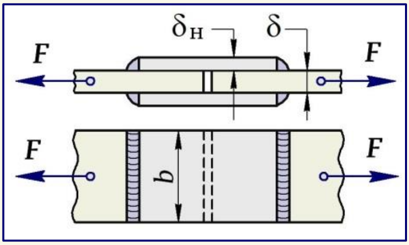
$$\boxed{F_{max}} = \delta b[\sigma]_{раст} = 8 \cdot 150 \cdot 140 = 168\,кН.$$

③ Недогрузка листов и процент использования материала составляет:

$$\boxed{\xi} = \frac{F}{F_{max}} = \frac{120}{168} \cdot 100\% \approx 70\%.$$

Задача 40

Две полосы шириной $b = 260\,мм$ и толщиной $\delta = 10\,мм$ соединены встык при помощи двух накладок, приваренных лобовыми швами, и нагружаются растягивающим усилием $F = 240\,кН$. Из условия прочности сварного шва на срез определить толщину накладок $"\delta_н"$, если для шва $[\tau_э] = 90\,МПа$. Для компенсации возможного непровара расчетную длину шва принять меньше ширины листов на $10\,мм$.



<u>*РЕШЕНИЕ*</u>:

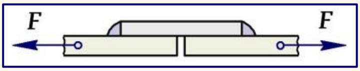
Из условия прочности шва на срез, принимая катет шва равным толщине накладки $"\delta_н"$ и учитывая, что на восприятие силы с каждой стороны работают два шва (сверху и снизу), а расчетная длина шва принимается равной $\boxed{\ell_ш = b - 10\,мм}$ —

$$\boxed{\tau_{срез} = \frac{F}{A_ш} = \frac{F}{0{,}7\delta_н \cdot 2\ell_ш} = \frac{F}{1{,}4\delta_н\ell_ш} \le [\tau_э]}$$

определяем толщину накладок, обеспечивающую прочность сварного соединения:

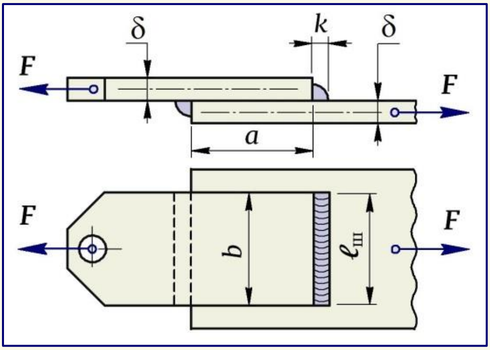
$$\boxed{\delta_{\text{н}}}=\frac{F}{1{,}4\ell_{\text{ш}}\left[\tau_{\text{э}}\right]}=\frac{240\cdot10^3}{1{,}4(260-10)\cdot90}=7{,}6\,\text{мм}\approx8\,\text{мм}.$$

<u>Примечание</u>.
В случае соединения двух листов с помощью одной накладки на восприятие силы с каждой стороны работает только один шов.



Задача 41

Лист шириной $b=160\,\text{мм}$ и толщиной $\delta=8\,\text{мм}$ приварен к пластине такой же толщины внахлестку двумя лобовыми швами. Соединение нагружается центрально приложенной продольной силой $F=90\,\text{кН}$, длина нахлестки равна $a=25\,\text{мм}$. Из условия прочности на срез определить катет "k" углового шва, если для материала $\left[\tau_{\text{э}}\right]=120\,\text{МПа}$. Считая, что швы выполнены с полным проваром по длине, длину шва принять равной $\ell_{\text{ш}}=b$.



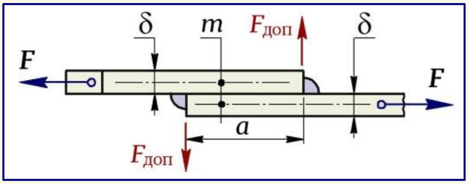
<u>РЕШЕНИЕ</u>:

① Записываем условие прочности шва на срез и, учитывая, что действие силы воспринимается двумя швами, а значит, на один шов приходится сила "$F/2$", определяем величину катета шва —

$$\boxed{\tau_{\text{срез}}=\frac{F/2}{A_{\text{ш}}}=\frac{F}{2\left(0{,}7k\ell_{\text{ш}}\right)}=\frac{F}{1{,}4kb}\le\left[\tau_{\text{э}}\right]}\quad\rightarrow$$

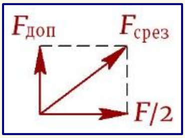
$$\boxed{k}=\frac{F}{1{,}4b\left[\tau_{\text{э}}\right]}=\frac{90\cdot10^3}{1{,}4\cdot160\cdot120}=3{,}4\,\text{мм}.\qquad(1)$$

② Однако при выполнении расчета следует учитывать, что продольные силы "F", приложенные к элементам, расположены друг относительно друга на некотором расстоянии и образуют пару сил с плечом, равным сумме полутолщин листов. Момент этой пары, определяемый как $\boxed{M_F = Fm}$, приводит к возникновению дополнительных сил "$F_{доп}$", действующих на шов со стороны листов и образующих пару с моментом $\boxed{M_{F_{доп}} = F_{доп}a}$. Из



условия равенства моментов определяем величину сил "$F_{доп}$":

$$\boxed{M_F = M_{F_{доп}}} \to \boxed{Fm = F_{доп}a} \to \boxed{F_{доп} = \frac{Fm}{a}}. \qquad (2)$$



Эти дополнительные силы увеличивают нагрузку на шов и суммарная срезывающая сила от совместного действия "$F/2$" и "$F_{доп}$" (2) будет равна:

$$\boxed{F_{срез}} = \sqrt{\left(\frac{F}{2}\right)^2 + F_д^{\,2}} = \sqrt{\left(\frac{F}{2}\right)^2 + \left(\frac{Fm}{a}\right)^2} = \frac{F}{2}\sqrt{1 + \frac{4m^2}{a^2}}. \qquad (3)$$

3 Записываем для шва условие прочности на срез —

$$\boxed{\tau_{срез} = \frac{F_{срез}}{A_ш} = \frac{F_{срез}}{0{,}7k\ell_ш} \le [\tau_э]}$$

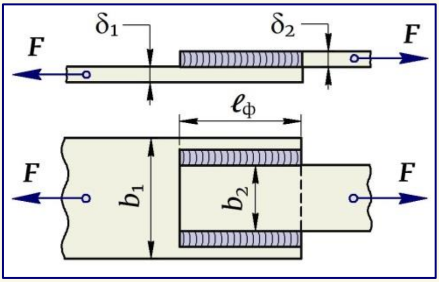
и с учетом $\boxed{m = \delta}$, $\boxed{\ell_ш = b}$ и значения (3) получаем:

$$\boxed{k} = \frac{F_{срез}}{0{,}7\ell_ш[\tau_э]} = \frac{F\sqrt{1 + \frac{4\delta^2}{a^2}}}{2 \cdot 0{,}7b[\tau_э]} = \frac{90 \cdot 10^3 \sqrt{1 + \frac{4 \cdot 8^2}{25^2}}}{1{,}4 \cdot 160 \cdot 120} = 4\,\text{мм}. \qquad (4)$$

Из двух расчетных значений катета шва (1) и (4) принимаем большее — $\boxed{k} = 4$ мм.

Задача 42

Две листа размерами $b_1 \times \delta_1 = 180 \times 10$ мм и $b_2 \times \delta_2 = 150 \times 12$ мм соединены внахлестку двумя фланговыми швами. Соединение работает на растягивающую силу $F = 250$ кН. Определить длину швов "$\ell_ф$", если $[\tau_э] = 70$ МПа, а также процент использования материала листов, для которых $[\sigma]_{\text{раст}} = 140\,\text{МПа}$. Вследствие непровара увеличить длину шва на $2\,\text{см}$.



РЕШЕНИЕ:

① Определяем длину фланговых швов "$\ell_{\text{ф}}$". Фланговые швы при действии осевого усилия также, как и торцевые, разрушаются вследствие среза, который происходит по биссекторному сечению, имеющему в шве наименьшую площадь.

Из условия прочности шва на срез, принимая катет шва равным "δ_2" и учитывая, что сила воспринимается двумя швами суммарной длины $2\ell_{\text{ш}}$, определяем расчетную и проектную длину шва:

$$\boxed{\tau_{\text{срез}} = \frac{F}{A_{\text{ш}}} = \frac{F}{0{,}7k\cdot 2\ell_{\text{ф}}} = \frac{F}{1{,}4\delta_2\ell_{\text{ф}}} \le [\tau_{\text{э}}]} \rightarrow$$

$$\boxed{\ell_{\text{ф}}} = \frac{F}{1{,}4\delta_2[\tau_{\text{э}}]} = \frac{250\cdot 10^3}{1{,}4\cdot 12\cdot 70} = 21{,}3\,\text{см};\ \boxed{\ell} = \ell_{\text{ф}} + 2 = 24\,\text{см}.$$

② Определяем силу "$F_{\max}$" из условия прочности листов на растяжение. Так как площадь сечения соединяемых листов одинакова и равна — $\boxed{A_{\text{лист}} = b_1\delta_1 = b_2\delta_2 = 1800\,\text{мм}^2}$, они имеют одинаковую прочность:

$$\boxed{\sigma_{\text{раст}} = \frac{F_{\max}}{A_{\text{лист}}} \le [\sigma]_{\text{раст}}} \rightarrow$$

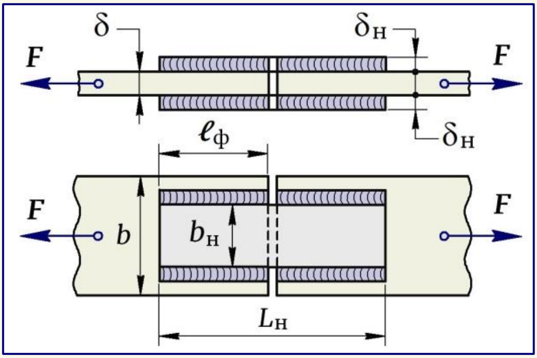
$$\boxed{F_{\max}} = A_{\text{лист}}[\sigma]_{\text{раст}} = 1800\cdot 140 = 252\,\text{кН},$$

откуда следует, что загрузка листов составляет 100% —

$$\boxed{\xi} = \frac{F}{F_{\max}} = \frac{250}{252}\cdot 100\% \approx 100\%.$$

Задача 43

Рассчитать стыковое соединение двух стальных листов шириной $b = 180\,мм$ и толщиной $\delta = 10\,мм$, перекрытых с двух сторон накладками толщиной $\delta_н = 6\,мм$, исходя из равнопрочности входящих в соединение элементов. Принять допускаемые напряжениях для основного металла $[\sigma]_{раст} = 160\,МПа$, для шва $[\tau_э] = 90\,МПа$. Определить длину $''L_н''$ и ширину $''b_н''$ накладок. Установить, как изменятся размеры накладок, если к фланговым швам добавить лобовые швы с теми же допускаемыми напряжениями. Непровар по концам флангового шва принять по $0{,}5\,см$. Зазором между соединяемыми листами пренебречь.



<u>*РЕШЕНИЕ*</u>:

① Равнопрочность конструкции предполагает, что все элементы соединения способны безопасно воспринимать одинаковую силу. Из условия прочности листов на растяжение определяем силу $''F''$:

$$\boxed{\sigma_{раст} = \frac{F}{A_{лист}} = \frac{F}{\delta b} \le [\sigma]_{раст}} \quad \rightarrow$$

$$\boxed{F} = \delta b [\sigma]_{раст} = 10 \cdot 180 \cdot 160 = 288\,кН. \qquad (1)$$

② Действию этой же силы (1) подвергаются две накладки, на каждую их которых приходится усилие $''F/2''$. Из условия прочности накладки на растяжение определяем ее ширину $''b_н''$:

$$\boxed{\sigma_{раст} = \frac{F/2}{A_н} = \frac{F/2}{\delta_н b_н} \le [\sigma]_{раст}} \quad \rightarrow$$

$$\boxed{b_н}=\frac{F}{2\delta_н[\sigma]_{раст}}=\frac{288\cdot 10^3}{2\cdot 6\cdot 160}=150\,мм. \qquad (2)$$

③ Длина накладок "$L_н$" зависит от длины фланговых швов, которая при стыковом соединении листов определяется на половине соединения. Из условия прочности шва на срез, учитывая, что на половине соединения работают четыре шва, определяем их длину:

$$\boxed{\tau_{срез}=\frac{F}{A_ф}=\frac{F}{0{,}7\delta_н\cdot 4\ell_ф}\le[\tau_э]}\ \rightarrow$$

$$\boxed{\ell_ф}=\frac{F}{2{,}8\delta_н[\tau_э]}=\frac{288\cdot 10^3}{2{,}8\cdot 6\cdot 90}=190{,}5\,мм\approx 19\,см, \qquad (3)$$

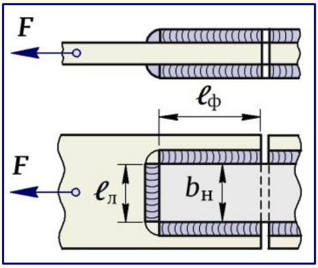
или с учетом непровара по краям — $\boxed{\ell_ф}=19+0{,}5\cdot 2=20\,см.$

Тогда длина накладки без учета зазора между листами равна:

$$\boxed{L_н}=2\ell_ф=40\,см. \qquad (4)$$

④ Укрепляем соединение лобовыми швами и устанавливаем, как в этом случае изменится длина накладок. Записываем для полученного *комбинированного стыка* условие прочности на срез —

$$\boxed{\tau_{срез}=\frac{F}{A_ш}=\frac{F}{0{,}7\delta_н\ell}\le[\tau_э]}$$



и определяем ℓ – суммарную длину лобовых $\ell_л$ и фланговых $\ell_ф$ швов на половине соединения, равную $\boxed{\ell=2\ell_л+4\ell_ф}$: (5)

$$\boxed{\ell}=\frac{F}{0{,}7\delta_н[\tau_э]}=\frac{288\cdot 10^3}{0{,}7\cdot 6\cdot 90}=762\,мм. \qquad (6)$$

И тогда, принимая для лобовых швов расчетную длину, равную ширине накладки (2) → $\boxed{\ell_л=b_н}$, на основании (5) и (6) получаем —

$$\boxed{\ell_ф}=\frac{\ell-2\ell_л}{4}=\frac{762-2\cdot 150}{4}=115{,}5\,мм\approx 11{,}5\,см, \qquad (7)$$

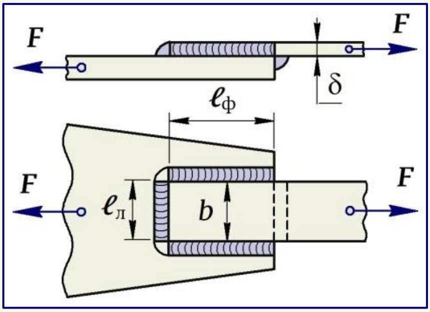
откуда определяем полную длину накладки без учета зазора между листами, но с учетом неполного провара фланговых швов:

$$\boxed{L_н} = 2(\ell_ф + 1см) = 2(11{,}5 + 0{,}5 \cdot 2) = 25см. \qquad (8)$$

Результаты решения (4) и (8) показывают, что укрепление соединения дополнительными торцевыми швами позволяет примерно в $1{,}6$ раза уменьшить длину накладок. Ширина накладок $"b_н"$, полученная из условия прочности на растяжение, остается неизменной.

Задача 44

Стальная полоса шириной и толщиной $b \times \delta = 150 \times 10$ мм приварена к фасонному листу лобовыми и фланговыми швами. Соединение подвергается растяжению продольной силой $"F"$. Определить длину фланговых швов $"\ell_ф"$, если для полосы $[\sigma]_{раст} = 160$ МПа, а для материала шва $[\tau_э] = 90$ МПа. Принять для всех швов непровары с каждой стороны шва по 5 мм.



<u>*РЕШЕНИЕ*</u>:

① Из условия прочности полосы на разрыв определяем силу $"F"$:

$$\boxed{\sigma_{раст} = \frac{F}{A_{полоса}} = \frac{F}{\delta b} \le [\sigma]_{раст}} \rightarrow$$

$$\boxed{F} = \delta b [\sigma]_{раст} = 10 \cdot 150 \cdot 160 = 240 кН.$$

② Из условия прочности шва на срез, принимая катет шва равным толщине полосы, а суммарную длину швов с учетом непроваров —

$$\boxed{\ell = 2\ell_л + 2\ell_ф = 2(b - 10мм) + 2(\ell_ф - 10мм) = 2(b + \ell_ф - 20мм)},$$

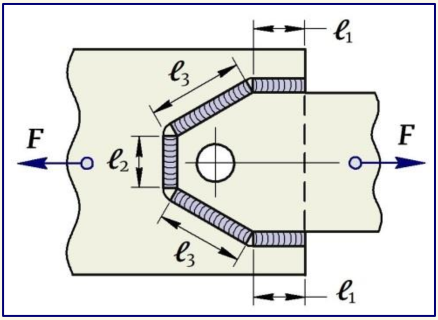
определяем $"\ell_ф"$:

$$\boxed{\tau_{срез} = \frac{F}{A_ш} = \frac{F}{0{,}7k\ell} = \frac{F}{0{,}7\delta \cdot 2(b + \ell_ф - 20мм)} \le [\tau_э]} \rightarrow$$

$$\boxed{\ell_ф} = \frac{F}{1{,}4\delta\left[\tau_э\right]} + 40 - b = \frac{240 \cdot 10^3}{1{,}4 \cdot 10 \cdot 90} + 20 - 150 = 60{,}5\,мм \approx 6\,см.$$

Задача 45

Произвести расчет комбинированного углового шва приваренной пластины, нагруженной силой $F = 50\,кН$, и из условия прочности определить требуемый катет шва $"k"$. Толщина привариваемой пластины $\delta = 6\,мм$, длины швов $\ell_1 = \ell_2 = 48\,мм$, $\ell_3 = 65\,мм$. Принять для материала швов $\left[\tau_э\right] = 130\,МПа$.



РЕШЕНИЕ:

Записываем условие прочности шва на срез —

$$\boxed{\tau_{срез} = \frac{F}{A_ш} = \frac{F}{0{,}7k\ell} \le \left[\tau_э\right]},$$

где ℓ – суммарная длина швов соединения, равная

$$\boxed{\ell = 2\ell_1 + \ell_2 + 2\ell_3 = 2 \cdot 48 + 48 + 2 \cdot 65 = 274\,мм},$$

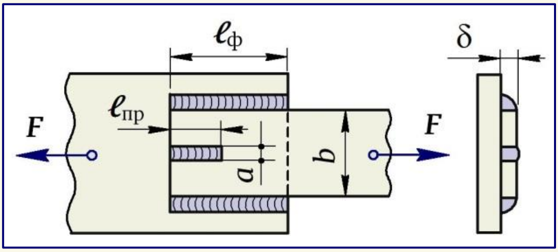
и определяем катет шва, обеспечивающий прочность соединения:

$$\boxed{k} = \frac{F}{0{,}7\ell\left[\tau_э\right]} = \frac{50 \cdot 10^3}{0{,}7 \cdot 274 \cdot 130} = 2\,мм.$$

Условие прочности выполняется при величине катета $k \ge 2\,мм$, поэтому принимаем минимально возможное значение $\boxed{k} = 3\,мм$.

Задача 46

Стальная пластина шириной $b = 150\,мм$ и толщиной $\delta = 12\,мм$ приварена к листу двумя фланговыми швами длиной $\ell_ф = 100\,мм$ и одним прорезным швом шириной $a = 20\,мм$ и нагружается продольной растягивающей силой $"F"$. Из условия равнопрочности конструкции определить длину прорезного шва $''\ell_{пр}''$, если для пластины $[\sigma]_{раст} = 160\,МПа$, для шва $[\tau_э] = 100\,МПа$. Сварные швы выполнены с полным проваром, высота катета шва равна $''\delta''$.



РЕШЕНИЕ:

① Из условия прочности пластины на разрыв определяем силу $''F''$:

$$\boxed{\sigma_{раст} = \frac{F}{A_{пл}} = \frac{F}{\delta b} \le [\sigma]_{раст}} \to$$

$$\boxed{F} = \delta b[\sigma]_{раст} = 12 \cdot 150 \cdot 160 = 288\,кН. \qquad (1)$$

② Из условия прочности на срез определяем силу $''F_ф''$, воспринимаемую двумя фланговыми швами:

$$\boxed{\tau_{срез} = \frac{F_ф}{A_ф} = \frac{F_ф}{0{,}7\delta \cdot 2\ell_ф} = \frac{F_ф}{1{,}4\delta\ell_ф} \le [\tau_э]} \to$$

$$\boxed{F_ф} = 1{,}4\delta\ell_ф[\tau_э] = 1{,}4 \cdot 12 \cdot 100 \cdot 100 = 168\,кН. \qquad (2)$$

③ Исходя из равнопрочности конструкции, сила $''F''$ (1), действующая на соединение, перераспределяется между фланговыми и прорезным швами, и тогда на основании значений (1) и (2) определяем силу $''F_{пр}''$, воспринимаемую прорезным швом:

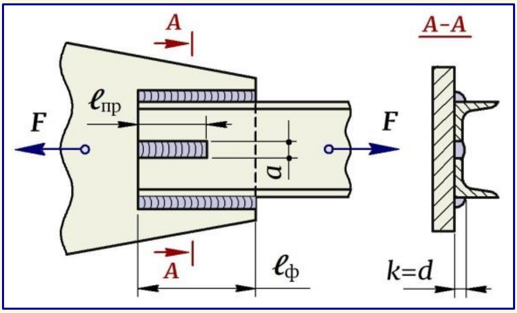
$$\boxed{F = F_ф + F_{пр}} \to \boxed{F_{пр}} = F - F_ф = 288 - 168 = 120\,кН. \qquad (3)$$

④ Записываем для прорезного шва условие прочности на срез и, учитывая, что площадь среза — $\boxed{A_{пр} = a\ell_{пр}}$, определяем его длину:

$$\boxed{\tau_{срез} = \frac{F_{пр}}{A_{пр}} = \frac{F_{пр}}{a\ell_{пр}} \le [\tau_э]} \to \boxed{\ell_{пр}} = \frac{F_{пр}}{a[\tau_э]} = \frac{120 \cdot 10^3}{20 \cdot 100} = 60\,мм.$$

Задача 47

Швеллер №30 приварен к листу двумя фланговыми и одним прорезным швами и нагружается продольной силой $F = 600$ кН. Длина фланговых швов $- \ell_{ф} = 35$ см, катет швов равен $k = d$, где d – толщина стенки швеллера. Длина и ширина прорезного шва соответственно равны $\ell_{пр} = 20$ см и $a = 20$ мм. Проверить прочность соединения, если для швеллера $\left[\sigma\right]_{раст} = 160$ МПа, а для материала шва $\left[\tau_{э}\right] = 100$ МПа. По таблицам сортамента принять для швеллера: $A = 40{,}5$ см^2, $d = 6{,}5$ мм. Швы считать выполненными с полным проваром по длине.



<u>*РЕШЕНИЕ*</u>:

① Проверяем прочность швеллера на растяжение:

$$\boxed{\sigma_{раст}} = \frac{F}{A} = \frac{600 \cdot 10^3}{40{,}5 \cdot 10^2} = 148\,\text{МПа} < \left[\sigma\right]_{раст} -$$

прочность швеллера на разрыв обеспечена.

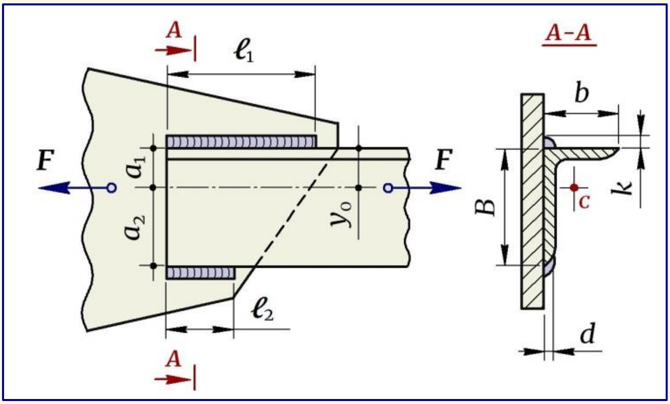
② Проверяем прочность швов на срез. Учитывая, что на восприятие силы работают один прорезной и два фланговых шва, образующих суммарную площадь среза — $\boxed{A_{ш} = A_{пр} + A_{ф} = a\ell_{пр} + 1{,}4k\ell_{ф}}$, определяем касательные напряжения в сварных швах:

$$\tau_{срез} = \frac{F}{a\ell_{пр} + 1{,}4k\ell_{ф}} = \frac{600 \cdot 10^3}{20 \cdot 200 + 1{,}4 \cdot 6{,}5 \cdot 350} = 83{,}5\,\text{МПа} < \left[\tau_{э}\right] -$$

прочность швов на срез обеспечена.

Задача 48

Неравнобокий уголок $B \times b \times d = 110 \times 70 \times 8$ мм приварен к фасонному листу двумя фланговыми швами и растягивается силой $"F"$, которая в сечении уголка вызывает возникновение напряжений $\sigma_{\text{раст}} = 120$ МПа. Из условия равнопрочности элементов соединения определить длину фланговых швов, если для материала шва $\left[\tau_{\text{э}}\right] = 90$ МПа, а катет шва равен толщине уголка — $k = d = 8$ мм. Принять для уголка — $A = 13{,}93$ см^2, $y_0 = 3{,}61$ см.



РЕШЕНИЕ:

1 Определяем силу "F", растягивающую уголок:

$$\boxed{F} = \sigma_{\text{раст}} A = 120 \cdot 13{,}93 \cdot 10^2 = 167{,}2\,\text{кН}.$$

2 Из условия прочности на срез определяем полную длину швов:

$$\boxed{\tau_{\text{срез}} = \frac{F}{A_{\text{ш}}} = \frac{F}{0{,}7k\ell} = \frac{F}{0{,}7d\ell} \le \left[\tau_{\text{э}}\right]} \quad \rightarrow$$

$$\boxed{\ell} = \frac{F}{0{,}7d\left[\tau_{\text{э}}\right]} = \frac{167{,}2 \cdot 10^3}{0{,}7 \cdot 8 \cdot 90} = 331{,}7\,\text{мм} \approx 332\,\text{мм}. \qquad (1)$$

3 Для создания в уголке центрального растяжения продольная сила "F" должна проходить по геометрической оси уголка – оси, соединяющей центры тяжести его сечений. Но в этом случае по отношению к фланговым швам нагрузка будет приложена асимметрично и швы будут нагружены неодинаково: шов, лежащий ближе к оси, будет нагружен больше, чем шов, расположенный на большем от нее расстоянии. По правилу рычага распределение сил между швами будет обратно пропорционально их расстоянию от линии действия силы:

$$\frac{F_1}{F_2}=\frac{a_2}{a_1}=\frac{B-y_0}{y_0}. \qquad (2)$$

Исходя из равнопрочности швов для восприятия нагрузки их длины также должны быть неодинаковыми и находиться в соотношении:

$$\left.\begin{aligned}\tau_{\text{срез}\,(1)}&=\frac{F_1}{0{,}7k\ell_1}=\left[\tau_{\text{э}}\right]\\ \tau_{\text{срез}\,(2)}&=\frac{F_2}{0{,}7k\ell_2}=\left[\tau_{\text{э}}\right]\end{aligned}\right\}\to\frac{F_1}{F_2}=\frac{\ell_1}{\ell_2}. \qquad (3)$$

И тогда на основании (2) и (3) получаем —

$$\frac{\ell_1}{\ell_2}=\frac{B-y_0}{y_0}=\frac{110-36{,}1}{36{,}1}=2{,}05\to\boxed{\ell_1=2{,}05\ell_2} \qquad (4)$$

и с учетом значений (1) и (4) определяем длину фланговых швов, обеспечивающих прочность соединения:

$$\ell=\ell_1+\ell_2=3{,}05\ell_2\to\left\{\begin{aligned}&\boxed{\ell_1}=222{,}9\,\text{мм}\approx223\text{ мм};\\&\boxed{\ell_2}=108{,}7\,\text{мм}\approx109\,\text{мм}.\end{aligned}\right.$$

Задача 49

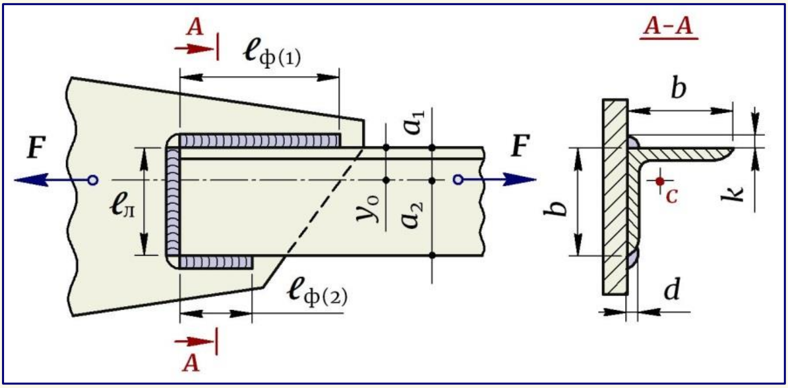
Равнобокий уголок $b\times b\times d=90\times90\times9\,\text{мм}$, приваренный к фасонному листу лобовым и двумя фланговыми швами, растягивается силой $''F''$. Спроектировать сварное соединение, равнопрочное уголку, и определить длину фланговых швов, если для материала уголка $\left[\sigma\right]_{\text{раст}}=200\,\text{МПа}$, а для швов $\left[\tau_{\text{э}}\right]=120\,\text{МПа}$. По таблицам сортамента принять для уголка — $A=15{,}6\text{ см}^2$, $y_0=2{,}55\text{см}$, а катет шва равным толщине уголка — $k=d=9\,\text{мм}$.

РЕШЕНИЕ:

1 Из условия прочности уголка на растяжение определяем силу $''F''$:

$$\boxed{\sigma_{\text{раст}}=\frac{F}{A}\le\left[\sigma\right]_{\text{раст}}}\to$$

$$\boxed{F}=A\left[\sigma\right]_{\text{раст}}=15{,}6\cdot10^2\cdot200=312\,\text{кН}. \qquad (1)$$



② Из условия прочности на срез, учитывая равнопрочность швов и уголка, определяем суммарную длину лобового и фланговых швов:

$$\boxed{\tau_{срез} = \frac{F}{A_ш} = \frac{F}{0{,}7k\ell} = \frac{F}{0{,}7d\ell} \le [\tau_э]} \rightarrow$$

$$\boxed{\ell} = \frac{F}{0{,}7d[\tau_э]} = \frac{312 \cdot 10^3}{0{,}7 \cdot 9 \cdot 120} = 412{,}7\,мм \approx 415\,мм. \qquad (2)$$

③ Определяем усилие "$F_л$", приходящееся на лобовой шов. Принимая длину лобового шва равной длине полки уголка $\boxed{\ell_л = b}$, из условия прочности шва на срез получаем:

$$\boxed{\tau_{срез} = \frac{F_л}{A_л} = \frac{F_л}{0{,}7k\ell_л} = \frac{F_л}{0{,}7db} \le [\tau_э]} \rightarrow$$

$$\boxed{F_л} = 0{,}7db[\tau_э] = 0{,}7 \cdot 9 \cdot 90 \cdot 120 = 68\,кН. \qquad (3)$$

④ Рассчитываем фланговые швы:

★ Нагрузка, приходящаяся на фланговые швы, с учетом значений (1) и (3) равна —

$$\boxed{F_ф} = F - F_л = 312 - 68 = 244\,кН, \qquad (4)$$

а их суммарная длина на основании $\boxed{\ell_л = b}$ и (2) составляет —

$$\boxed{\ell = \ell_л + \ell_ф} \rightarrow \boxed{\ell_ф} = \ell - b = 415 - 90 = 325\,мм. \qquad (5)$$

★ Так же, как это рассмотрено выше, нагрузка $"F_ф"$, воспринимаемая фланговыми швами, вследствие асимметричности их расположения относительно центра тяжести уголка будет распределяться между ними обратно пропорционально расстоянию швов от линии действия силы —

$$\boxed{\frac{F_{ф(1)}}{F_{ф(2)}} = \frac{a_2}{a_1} = \frac{b - y_0}{y_0}}, \qquad (6)$$

а соотношение между силами для обеспечения равнопрочности швов будет прямо пропорционально их длинам —

$$\boxed{\frac{F_{ф(1)}}{F_{ф(2)}} = \frac{\ell_{ф(1)}}{\ell_{ф(2)}}}, \qquad (7)$$

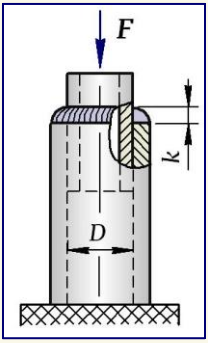
откуда, приравнивая правые части выражений (6) и (7) получаем —

$$\frac{\ell_{ф(1)}}{\ell_{ф(2)}} = \frac{b - y_0}{y_0} = \frac{90 - 25{,}5}{25{,}5} = 2{,}53 \rightarrow \boxed{\ell_{ф(1)} = 2{,}53\ell_{ф(2)}}. \qquad (8)$$

И тогда с учетом значений (5) и (8) определяем длину фланговых швов, обеспечивающих прочность соединения:

$$\ell_ф = \ell_{ф(1)} + \ell_{ф(2)} = 3{,}53\ell_{ф(2)} \rightarrow \begin{cases} \boxed{\ell_{ф(1)}} = 233 \text{ мм}; \\ \boxed{\ell_{ф(2)}} = 92 \text{ мм}. \end{cases}$$

Задача 50



Труба с наружным диаметром $D = 80$ мм плотно вставлена одним концом в полость другой трубы и приварена к ней по периметру сварным швом с катетом $k = 8$ мм. Определить расчетные напряжения среза в сварном шве при нагружении соединения силой $F = 85$ кН.

<u>*РЕШЕНИЕ*</u>:

В данном соединении срез шва, как в любых угловых швах, происходит по биссекторному сечения, имеющему наименьшую площадь, равную $\boxed{A_{\text{ш}} = 0,7k\ell_{\text{ш}}}$, где $\boxed{\ell_{\text{ш}} = \pi D}$ – длина шва. Определяем напряжения среза в сварном шве:

$$\boxed{\tau_{\text{срез}}} = \frac{F}{A_{\text{ш}}} = \frac{F}{0,7k\pi D} = \frac{85 \cdot 10^3}{0,7 \cdot 8 \cdot 3,14 \cdot 80} = 60\,\text{МПа}.$$

* *

ЛИТЕРАТУРА

1. Дарков, А.В. Сопротивление материалов: Учебник / А.В. Дарков, Г.С. Шпиро – М.: Высшая школа, 1975. – 742 с.
2. Варданян, Г.С. Сопротивление материалов с основами теории упругости и пластичности / Г.С. Варданян, В.И. Андреев, Н.М.Атаров, А.А. Горшков. – М.: 1995. – 572 с.
3. Жуков, В.Г. Механика. Сопротивление материалов: Учебное пособие / В.Г. Жуков – СПб.: 2012. – 416 с.
4. Заславский, Б.В. Краткий курс сопротивления материалов: Учебник / Б.В. Заславский – М.: Машиностроение, 1986. – 328 с.
5. Зозуля, В.В. Механика материалов: Учебник / В.В. Зозуля, А.В. Мартыненко, А.Н. Лукин. – Харьков, 2001. – 404 с.
6. Межецкий, Г.Д. Сопротивление материалов: Учебник / Г.Д. Межецкий, Г.Г. Загребин, Н.Н. Решетник. – М.: 2016. – 432 с.
7. Иванов, М.Н. Детали машин: Учебник / М.Н. Иванов, В.А. Финогенов. – М.: Высшая школа, 2008. – 410 с.
8. Никитин, С.В. Прикладная механика. Часть 1. Сопротивление материалов: Учебно-методическое пособие / С.В. Никитин, М.Ю. Карелина. – М.: 2014. – 245 с.
9. Сборник задач по сопротивлению материалов / А.С. Вольмир [и др.]; под ред. Вольмира А.С. .– М.: Наука, 1984. – 407 с.
10. Подскрепко, М.Д. Сопротивление материалов / М.Д. Подскрепко – Минск: Изд. «Дизайн ПРО», 1998. – 586 с.