

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ РЕСПУБЛИКИ БЕЛАРУСЬ
Белорусский национальный технический университет

Кафедра «Гидротехническое и энергетическое строительство,
водный транспорт и гидравлика»

ТЕОРИЯ КОРАБЛЯ. ОСТОЙЧИВОСТЬ

Пособие
для студентов специальности 1-37 03 02
«Кораблестроение и техническая эксплуатация
водного транспорта»

*Рекомендовано учебно-методическим объединением по образованию
в области транспорта и транспортной деятельности*

Минск
БНТУ
2024

УДК 629.5.017:378.14(075.9)

ББК 39.42-01я7

В58

А в т о р ы:

В. В. Власов, И. В. Качанов, В. А. Ключников,

С. А. Ленкевич, И. М. Шаталов

Р е ц е н з е н т ы:

заведующий кафедрой «ЭГиТ» Белорусского государственного
технологического университета,

канд. техн. наук, доцент *А. С. Дмитриченко;*

директор ОАО «Белсудопроект» Министерства транспорта
и коммуникаций Республика Беларусь *А. П. Афанасьев*

Теория корабля. Остойчивость : пособие для студентов специ-
В58 альности 1-37 03 02 «Кораблестроение и техническая эксплуатация
водного транспорта» / В. В. Власов [и др.]. – Минск : БНТУ, 2024. –
118 с.

ISBN 978-985-583-961-4.

Пособие содержит изложение основных вопросов, изучаемых в разделе «Остой-
чивость» дисциплины «Теория корабля». Изложенный в пособии материал будет
способствовать формированию у студентов-корабелов знаний, необходимых для ре-
шения практических задач в процессе эксплуатации, ремонта и проектирования объ-
ектов водного транспорта.

УДК 629.5.017:378.14(075.9)

ББК 39.42-01я7

ISBN 978-985-583-961-4

© Белорусский национальный
технический университет, 2024

Введение

Теория корабля (судна) – наука о его мореходных качествах (МК) – плавучести, остойчивости, непотопляемости, ходкости, умеренности качки и управляемости.

Изучение ТК проводится в зависимости от главных размерений корабля, формы обводов корпуса, распределения грузов и внешних нагрузок.

Корабль в ТК рассматривается как твердое недеформируемое тело, поэтому изучение законов его движения опирается на законы теоретической механики. Но, поскольку движение корабля происходит в жидкости и воздушной среде, то наряду с законами теоретической механики в ТК широко используются законы движения жидкостей и газов.

Рассмотрим основные определения мореходных качеств.

Плавучесть – способность судна плавать в заданном положении относительно поверхности воды.

Остойчивость – способность судна (корабля), выведенного из равновесия, возвращаться в исходное положение после прекращения действия внешних сил.

Непотопляемость – способность судна оставаться на плаву и в ограниченной степени сохранять МК после затопления одного или группы отсеков. Непотопляемость определяется плавучестью и остойчивостью поврежденного судна.

Ходкость – способность судна двигаться с заданной скоростью при наименьшей возможной мощности главной механической установки.

Качка – это колебательное движение корабля при перемещении его или стоянке на поверхности или над поверхностью воды. Качка исключительно вредное явление. В понятие умеренность качки входят малость и плавность наклонений.

Управляемость – способность корабля удерживать заданное направление движения или изменять его в соответствии с действиями судоводителя.

Плавучесть, остойчивость и непотопляемость входят в раздел, называемый статикой корабля; *ходкость, качка и управляемость* – в раздел, именуемый динамикой корабля.

Учение о плавучести, остойчивости и непотопляемости основано на законе Архимеда: *«На всякое тело, погруженное в жидкость, со стороны этой жидкости действует выталкивающая (поддерживающая) сила, равная весу (силе тяжести) вытесненной телом жидкости, направленная вверх и проходящая через центр тяжести вытесненного*

объема». Поддерживающую (выталкивающую) силу, действующую на погруженную часть корабля называют Архимедовой силой.

Закон Архимеда был открыт в III в. до н. э., но практическое применение его началось с XVII в., когда в 1666 г. английский инженер А. Дин предсказал осадку военного корабля «Рупперт», что дало возможность до его спуска прорезать в бортах отверстия для установки пушек. С тех пор расчеты по статике корабля стали предшествовать его постройке.

В XVIII в. началось развитие ТК, как самостоятельной науки. В 1746 г. французский ученый Бугер издал первые труды по теории корабля. В 1749 г. член РАН Л. Эйлер издал фундаментальный труд «Корабельная наука», основанный на использовании методов математического анализа для решения задач по теории корабля.

В первой половине XIX в. были разработаны методы вычисления элементов плавучести и остойчивости корабля и установлен практический способ определения его ЦТ.

Основоположником современной теории корабля является А. Н. Крылов (1863–1945), который расширил и углубил знания по всем разделам этой науки. Российские ученые А. Н. Крылов и С. О. Макаров являются авторами методов расчета остойчивости и инициаторами ее нормирования. Они же разработали теорию непотопляемости. Важные работы этой области выполнили И. Г. Бубнов, В. Г. Власов, В. В. Семенов-Тяньшанский. Большое значение для развития теории ходкости имели труды Д. И. Менделеева, В. И. Жуковского, В. Л. Поздюнина, Г. Е. Павленко и др.

Перед теорией корабля в настоящее время стоят следующие основные проблемы:

- дальнейшее развитие теории остойчивости и непотопляемости и разработка на этой базе практических мероприятий, направленных на увеличение безопасности плавания;

- увеличение скоростей хода судов за счет улучшения их обводов, управления пограничным слоем и создания более современных типов судовых движителей;

- дальнейшее развитие теории качки и создание эффективных способов ее успокоения;

- дальнейшее развитие теории поворотливости и устойчивости судна на курсе и разработка мероприятий по улучшению управляемости судов.

1. ОСТОЙЧИВОСТЬ

1.1. Общее понятие остойчивости

Остойчивость – способность судна, выведенного из положения равновесия внешним воздействием, возвращаться в положение равновесия после прекращения этого воздействия.

Судно, обладающее такой способностью называется **остойчивым**, а не обладающее – **неостойчивым**.

Термин остойчивость следует отличать от понятия устойчивость, применяющегося в теоретической механике. В теоретической механике понятие устойчивость (способность системы, тела возвращаться в исходное равновесное состояние после прекращения силового воздействия) используется только для бесконечно малых (б. м.) перемещений. В то же время в ТК понятие остойчивость используется и для больших перемещений, т. е. более широко.

Остойчивость имеет меру, т. е. может быть большой и малой, а устойчивость характеризует только качественное состояние.

При изучении остойчивости будем рассматривать равнообъемные наклонения корабля и ограничимся наклонениями около главных центральных осей, понимая под осью наклонения линию пересечения действующих ватерлиний. Малые наклонения около произвольных осей могут рассматриваться как результат наложения наклонений около главных осей.

Плоскость, перпендикулярную к оси наклонения, называют **плоскостью наклонения**. Наклонение корабля в поперечной (МШ) плоскости называют **креном** (характеризуется углом крена θ), а в продольной плоскости – **дифферентом** (характеризуется углом дифферента ψ).

Различают начальную остойчивость, т. е. остойчивость при б. м. наклонениях и остойчивость при больших наклонениях.

Выводы начальной остойчивости можно распространить на случай наклонения кораблей для конечных, но «малых» углов, понимая под этим термином углы, при которых не оголяется днище (скула не выходит, а верхняя кромка палубы не входит в воду). На практике это соответствует углу до 15° крена и до 5° дифферента; ($\theta \leq 15^\circ$) – малые углы крена, ($\psi \leq 5^\circ$) – малые углы дифферента.

Что касается остойчивости при больших углах наклона, то здесь в основном рассматриваются только поперечные наклоны, т. е. крен, т. к. изменение дифферента на практике ограничивается лишь малыми углами.

В зависимости от характера действия внешних сил (моментов), вызывающих наклонение корабля, различают статическую и динамическую остойчивость. Если момент, вызывающий наклонение, постоянный или изменяется во времени крайне медленно, то его действие рассматривается как статическое, в случае, когда момент вызывает наклонение корабля с существенной угловой скоростью (рывок буксирного троса, шквал ветра, и т. д.), его действие рассматривают как динамическое.

Наклонение корабля может происходить вокруг произвольной оси, лежащей в плоскости ватерлинии и проходящей через ее ЦТ (центр тяжести). Предельными с точки зрения значений кинематических параметров и характеристик остойчивости являются поперечное наклонение вокруг продольной оси OX и продольное – вокруг поперечной оси OY . Остойчивость, характерная для этих двух случаев наклона, называется поперечной и продольной соответственно. При вращениях относительно осей, параллельных OX (крен) и OY (дифферент) судно может быть остойчивым или нестойчивым, что зависит от формы корпуса, распределения весовой нагрузки, величины отклонения и т. д. Предметом этого раздела ТК является изучение в основном этих двух видов остойчивости. Противодействие судна наклонам относительно осей, параллельных OX и OY , получается за счет возникновения на корпусе со стороны воды восстанавливающего момента. Для нестойчивого судна восстанавливающий момент может быть равным нулю и даже отрицательным.

При рассмотрении наклонов корабля условились сохранять первоначальный чертеж корабля и на нем наносить дополнительно действующую ватерлинию, так как достаточно рассматривать относительное положение корабля, а не истинное его положение относительно уровня воды. В соответствии с этим на рис. 1.1, *a* приведено поперечное сечение, где ватерлиния $ВЛ_1$ соответствует крену корабля на угол θ на правый борт. На продольном разрезе ватерлиния $ВЛ_1$ соответствует дифференту корабля на угол ψ (на нос, рис. 1.1, *b*). В соответствии с этим вертикальные силы будут изо-

бражаться векторами, перпендикулярными к следу действующих ватерлиний.

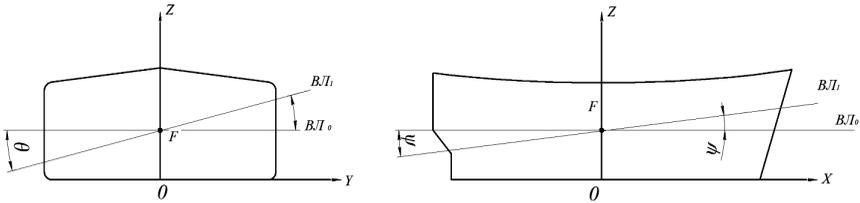


Рис. 1.1. Схемы, поясняющие крен корпуса на правый борт (а)
И дифферент на нос (б)

1.2. Теорема Эйлера для равнообъемных ватерлиний

Наклонение корабля называется равнообъемным, если водоизмещение остается постоянным по величине и изменяется лишь по форме. **Ватерлинии**, соответствующие этому наклонению, **называют равнообъемными**. Они характеризуются свойством, которое в ТК называется «Теорема Эйлера». Ее формулируют следующим образом: *«две равнообъемные ватерлинии при бесконечно малом наклонении пересекаются по прямой, проходящей через центры тяжести их площадей»*.

Для доказательства этой теоремы предположим, что корабль накренился на бесконечно малый угол $d\theta$ и это наклонение является равнообъемным (рис. 1.2). В этом случае входящий dV_{k1} и выходящий dV_{k2} клиновые объемы будут одинаковыми, т. е.

$$dV_{k1} = dV_{k2}. \quad (1.1)$$

Для определения объемов клиньев dV_{k1} и dV_{k2} предварительно найдем площади треугольников $S_{\Delta AOL}$ и $S_{\Delta DOK}$:

$$S_{\Delta AOL} = \frac{1}{2} y_1^2 \operatorname{tg} d\theta.$$

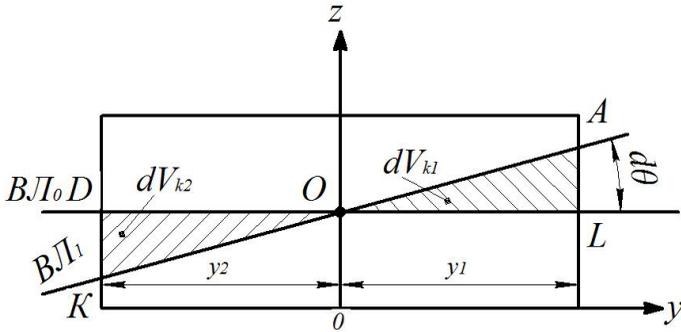


Рис. 1.2. Равнообъемные наклоны корпуса

Принимая, что для малых наклонов $\operatorname{tg}d\theta = d\theta \Rightarrow S_{\Delta AOL} = \frac{1}{2}y_1^2 d\theta$.

Аналогично для треугольника ODK $S_{\Delta ODK} = \frac{1}{2}y_2^2 \operatorname{tg}d\theta$, или по аналогии с предыдущим случаем $S_{\Delta ODK} = \frac{1}{2}y_2^2 d\theta$. Умножая площади треугольников AOL и ODK на элемент длины dx , найдем элементарные клиновые объемы δdV_{K1} и δdV_{K2} :

$$\left. \begin{aligned} \delta dV_{K1} &= \frac{1}{2}y_1^2 d\theta dx \\ \delta dV_{K2} &= \frac{1}{2}y_2^2 d\theta dx \end{aligned} \right\} \quad (1.2)$$

Интегрируя уравнение (1.2) в пределах изменения длины от $-L/2$ до $+L/2$, определим искомые клиновые объемы:

$$\left. \begin{aligned} dV_{K1} &= \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{+L/2} y_1^2 d\theta dx \\ dV_{K2} &= \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{+L/2} y_2^2 d\theta dx \end{aligned} \right\} \quad (1.3)$$

$$\frac{1}{2} \int_{-L/2}^{+L/2} y_1^2 dx = \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{+L/2} y_2^2 dx. \quad (1.4)$$

Обе части этого уравнения выражают соответствующие статические моменты вошедшей и вышедшей частей площади ватерлинии (ВЛо) относительно оси (линии) пересечения равнообъемных ватерлиний ВЛо и ВЛ₁. Отсюда можно прийти к выводу, что статические моменты двух частей площади ватерлинии ВЛо относительно линии пересечения двух равнообъемных ватерлиний ВЛо и ВЛ₁ равны между собой. Отсюда следует, что линия пересечения двух равнообъемных ватерлиний ВЛо и ВЛ₁ проходит через центр тяжести ватерлинии ВЛо.

$$\left. \begin{aligned} \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{+L/2} y_1^2 d\theta dx &= M_{x_{\text{п}}} = \frac{1}{2} \int_{S_{\text{п}}} y dS \\ \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{+L/2} y_2^2 d\theta dx &= M_{x_{\text{л}}} = \frac{1}{2} \int_{S_{\text{л}}} y dS \end{aligned} \right\}, \quad (1.5)$$

где $M_{x_{\text{п}}}$ и $M_{x_{\text{л}}}$ – статические моменты правой и левой частей площади ватерлинии ВЛо относительно оси OX .

Тогда, учитывая (1.4), уравнение (1.5) представим в виде:

$$M_{x_{\text{п}}} = M_{x_{\text{л}}} = M_S \left(M_S = \frac{1}{2} \int_S y dS \right) = 0, \quad (1.6)$$

где M_S – статический момент (результатирующий) площади ватерлинии ВЛо, относительно линии пересечения равнообъемных ватерлиний ВЛо и ВЛ₁.

Если момент площади ватерлиний ВЛо $M_S = 0$, при условии, что площадь $S = S_1 + S_2$, то ось, относительно которой рассчитывается статический момент площади, проходит через центр тяжести площади ватерлинии ВЛо.

Воспользовавшись данными рис. 1.2 нетрудно доказать, что линия пересечения ватерлиний ВЛо и ВЛ₁ проходит также через центр тяжести площади ватерлинии ВЛ₁.

2.3. Перемещение ЦВ при малых равнообъемных наклонениях

При равнообъемном наклонении (рис. 1.3) изменяется лишь форма погруженного объема, поскольку объемное водоизмещение сохраняется постоянным.

Изменение формы погруженного объема при равнообъемном наклонении судна на бесконечно малый угол крена $d\theta$ можно представить как перемещение клиновидного объема dV_1 с сечением BOB_1 на место клиновидного объема dV_2 с сечением LOL_1 .

Будем считать, что центр тяжести объема dV_1 находится в точке « g_1 », а объема dV_2 – в точке « g_2 ».

Расстояние между центрами тяжести указанных объемов g_1g_2 называется *плечом перемещения*. При малом равнообъемном наклонении объемы dV_1 и dV_2 равны между собой, т. е. $dV_1 = dV_2 = dV$.

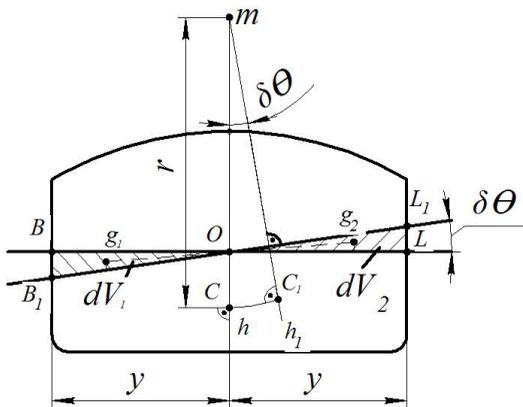


Рис. 1.3. Схема для расчета перемещения центра величины при равнообъемном наклонении судна на угол $d\theta$

Произведение из плеча перемещения g_1g_2 на объем dV называется моментом перемещения $M_{\text{пер}}$ объема dV ($M_{\text{пер}} = \overline{g_1g_2}dV$).

В нашем случае объем dV равняется объему клиньев водоизмещения ($dV = dV_1 = dV_2$).

Так как часть объема, создающего силу плавучести F_{AP} , перемещается на отрезке $\overline{g_1g_2}$, то параллельно ему и в ту же сторону будет перемещаться ЦВ погруженного объема из точки C в новое положение C_1 .

Этот вывод следует из теоремы механики о том, что «если одно из тел, входящих в систему перемещается в каком-либо направлении, то центр тяжести всей системы перемещается в том же направлении, параллельно перемещению тела». При этом указанные перемещения обратно пропорциональны весам (массам) объемам тела и системы, т. е.

$$\frac{\overline{CC_1}}{g_1g_2} = \frac{dV}{V}.$$

Таким образом, можно утверждать, что плечо перемещения центра величины – участок дуги $\overline{CC_1}$ можно определить из соотношения:

$$\overline{g_1g_2}dV = \overline{CC_1} \cdot V, \quad (1.7)$$

где левая часть (1.7) $(\overline{g_1g_2}dV)$ представляет собой момент от перемещения объема dV на расстояние $\overline{g_1g_2}$, а правая – момент объемного водоизмещения корабля $(\overline{CC_1} \cdot V)$.

Следовательно, при наклонении корабля перемещение ЦВ описывается следующей системой уравнений:

$$\left. \begin{aligned} \overline{CC_1} \parallel \overline{g_1g_2} \\ \overline{CC_1} = \overline{g_1g_2} \frac{dV}{V} \end{aligned} \right\}. \quad (1.8)$$

Из уравнений системы (1.8) следует, что $\overline{CC_1}$ – плечо перемещения ЦВ, при наклонении корабля непосредственно зависит от перемещения клиньев водоизмещения $\overline{g_1g_2}$, параллельно ему и пропорционально отношению объемов $\frac{dV}{V}$.

Рассматривая клиновидный элемент объема δdV (рис. 1.4) длиной dx , можно определить, что его объем будет равен произведению площади треугольника BOB_1 на длину dx :

$$\delta dV = \frac{1}{2} y^2 \operatorname{tg} \delta \theta dx. \quad (1.9)$$

Принимая во внимание, что при малых углах наклона $\operatorname{tg} \delta \theta = \delta \theta$ (угол $\delta \theta$ измеряется в радианах), уравнение (1.9) можно представить в таком виде:

$$\delta dV = \frac{1}{2} y^2 \delta \theta dx. \quad (1.10)$$

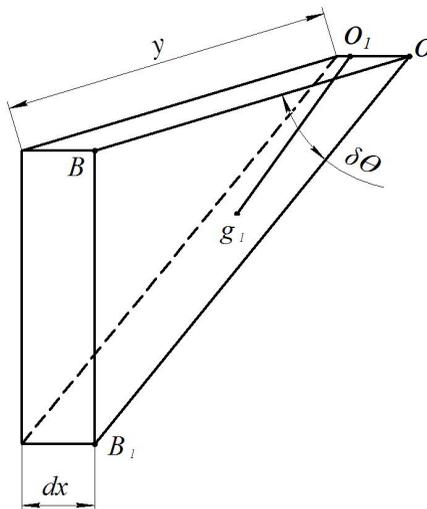


Рис. 1.4. Схема для вычисления перемещения центра величины подводного объема при малых равнообъемных наклонах

Для рассматриваемых треугольников BOB_1 и LOL_1 (см. рис. 1.3) точки g_1 и g_2 , как центры тяжести этих треугольников, расположены на медианах на расстоянии $\frac{2}{3}$ их длины y от соответствующей

ших вершин. Так как угол крена $\delta\theta$ является бесконечно малым, а площади треугольников BOB_1 и LOL_1 равны между собой, то можно принять, что плечо перемещения $\overline{g_1g_2}$ будет определяться уравнением:

$$\overline{g_1g_2} = 2 \cdot \frac{2}{3} y = \frac{4}{3} y. \quad (1.11)$$

Перемножая (1.10) и (1.11) и интегрируя полученный результат по длине судна, получим:

$$\overline{g_1g_2} dV = \frac{2}{3} \int_{-L/2}^{+L/2} y^3 dx \delta\theta$$

или

$$\overline{g_1g_2} dV = \frac{2}{3} \delta\theta \int_{-L/2}^{+L/2} y^3 dx. \quad (1.12)$$

В уравнении (1.12) выражение $\frac{2}{3} \int_{-L/2}^{+L/2} y^3 dx$ представляет собой центральный момент инерции J_x площади ватерлинии относительно центральной продольной оси OX , проходящей через центр тяжести площади ватерлинии ВЛ.

В этом случае уравнение (1.12) можно представить таким образом:

$$\overline{g_1g_2} dV = \delta\theta J_x \quad (1.13)$$

или учитывая (1.8)

$$\overline{CC_1} = \frac{J_x}{V} \delta\theta. \quad (1.14)$$

Для бесконечно малого угла крена $\delta\theta$ участок дуги $\overline{CC_1}$ можно заменить отрезком прямой ($CC_1 = \overline{CC_1}$), величину которого определяют из треугольника mCC_1 (см. рис. 1.5).

$$\overline{CC_1} = r \operatorname{tg} \delta \theta = r \delta \theta, \quad (1.15)$$

где r – малый метацентрический радиус (поперечный метацентрический радиус).

Точка m в ТК называется поперечным метацентром.

Из (1.14) видно, что приращение (перемещение) ЦВ $\overline{CC_1}$ происходит с нарастанием угла наклона (в данном случае угла крена θ).

Одновременно с этим приращение ЦВ пропорционально отношению момента инерции площади относительно главных центральных осей к объемному водоизмещению корабля:

$$\overline{CC_1} = \frac{\delta \theta J_x}{V}. \quad (1.16)$$

2.4. Метацентры и метацентрические радиусы

Как видно из рассмотренного рис. 1.5 при крене судна центр величины смещается в сторону наклона, описывая кривую $\cup CC_1$, которая называется кривой центров величины.

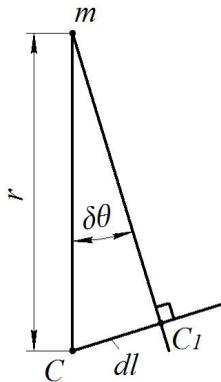


Рис. 1.5. Схема к вычислению перемещения ЦВ при поперечном наклоне судна

Центр кривизны этой кривой называется поперечным метацентром (точка m).

Указанная точка – точка пересечения двух линий действия сил поддержания при малых углах крена $\delta\theta$.

Различают поперечный метацентр m при крене и продольный метацентр M при дифференте.

Расстояние от центра величины (кривая CC_1) до поперечного или продольного метацентров называется соответственно поперечным r или продольным R метацентрическим радиусами.

Из рис. 1.5 видно, что поперечный метацентрический радиус r – это радиус кривизны кривой CC_1 . Обозначив длину дуги $\overset{\cup}{CC_1}$ через dl , можно записать $dl = r\delta\theta$.

Ввиду б. м. размеров dl , можно считать, что

$$dl = \overset{\cup}{CC_1} = \overline{CC_1} = r\delta\theta.$$

Тогда, учитывая, что

$$CC_1 = \delta\theta \frac{J_x}{V},$$

получим

$$r\delta\theta = \delta\theta \frac{J_x}{V}$$

или

$$r = \frac{J_x}{V}, \quad (1.17)$$

где r – малый (поперечный) метацентрический радиус;

J_x – момент инерции площади ВЛ относительно продольной главной центральной оси OX ;

V – объемное водоизмещение судна.

Так как J_x и V – сугубо положительные числа, то и r – число всегда положительное.

Рассуждая аналогично, получим радиус R кривизны траектории (кривой CC_1 при продольных наклонениях (рис. 1.6)).

$$R = \frac{J_{yf}}{V}, \quad (1.18)$$

где R – продольный метацентрический радиус, а соответствующий центр кривизны продольной кривой CC_1 (\cdot) M , называется продольным метацентром (см. рис. 1.4);

J_{yf} – момент инерции площади ватерлинии относительно главной центральной поперечной оси.

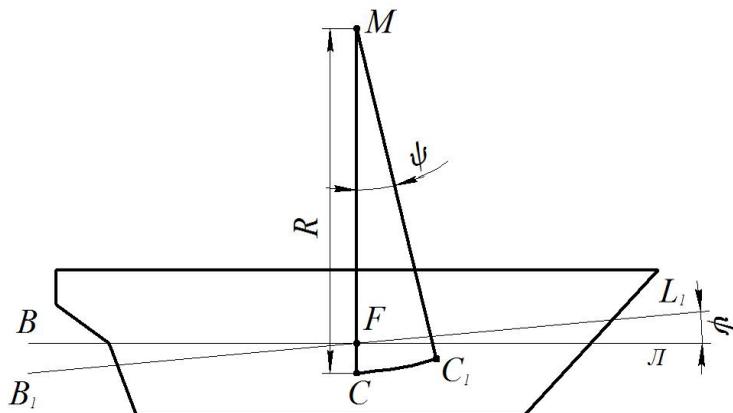


Рис. 1.6. Схема к вычислению продольного метацентрического радиуса R

С изменением осадки изменяются значения J_x , J_{yf} , V , следовательно, меняются также r и R . Примерный характер зависимостей $r(z)$ и $R(z)$ представлен на рис. 1.7.

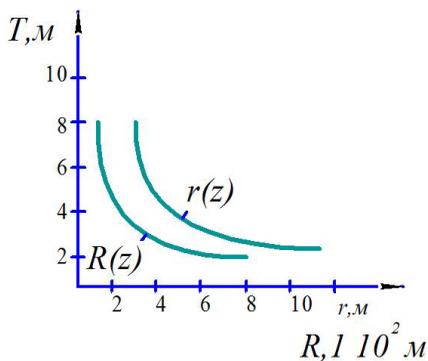


Рис. 1.7. Характер зависимости $r(z)$ и $R(z)$

Эти кривые входят в совокупность кривых элементов теоретического чертежа.

Поскольку длина судна значительно больше ширины, то момент инерции J_{yf} значительно больше момента J_x и, следовательно, радиус R больше r .

Обычно $R = (1-2)L$, $r = (0,15-0,3)B$.

Например, для прямоугольного понтона длиной L и шириной B можно записать:

$$\begin{cases} J_x = \frac{LB^3}{12} \\ J_{yf} = \frac{BL^3}{12} \end{cases} \Rightarrow, \quad (1.19)$$

$$\frac{R}{r} = \frac{J_{yf}}{J_x} = \frac{BL^3 \cdot 12}{12LB^3} = \left(\frac{L}{B}\right)^2. \quad (1.20)$$

Если $\frac{L}{B} = 6$, то $\frac{R}{r} = 36$, $\Rightarrow R = 36r$.

$$J_x = \frac{LB^3}{12}, \quad J_{yf} = \frac{BL^3}{12}.$$

2.5. Восстанавливающий момент.

Метацентрические формулы остойчивости.

Понятие о метацентрической высоте

При равнообъемном наклонении с углом крена θ ЦТ судна не меняет своего положения по отношению к системе координат XYZ , связанной с судном, а ЦВ перемещается в сторону наклонения. При крене, например, силы веса D и поддержания $F_{AP} = \rho g$ перестают быть расположенными на одной прямой (вертикальной) и образуют пару сил, действующих на плече \overline{GK} (рис. 1.8).

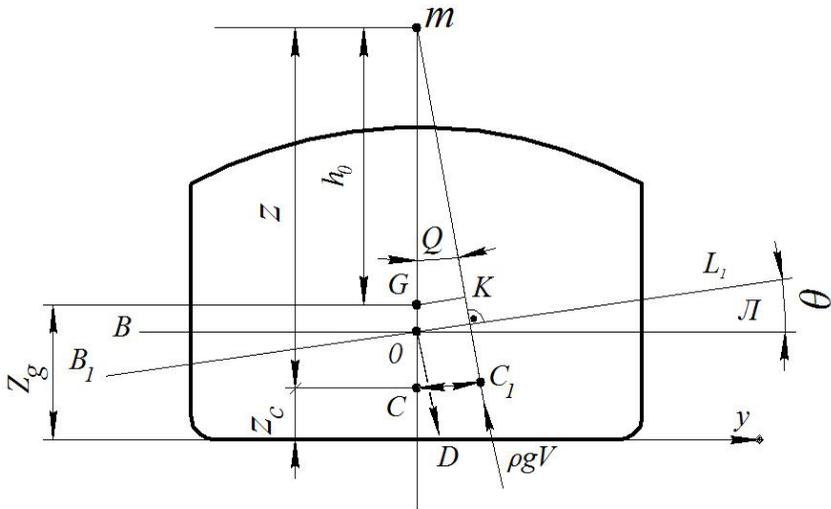


Рис. 1.8. К расчету восстанавливающего момента при крене судна

Момент этой пары сил называется восстанавливающим моментом. Плечо этой пары сил $GK = l$ называется плечом статической устойчивости.

Из треугольника MGK (см. рис. 1.8) следует, что отрезок $\overline{GK} = \overline{mG} \sin \theta$. Учитывая равенство сил D и $\rho g V$, восстанавливающий момент M_B можно определить как произведение силы D ($D = \rho g V$) на плечо \overline{GK} , т. е. $M_B = D \overline{GK}$ или Dl , или, учитывая, что отрезок $\overline{mG} = h_0$:

$$M_B = Dh_0 \sin \theta, \quad (1.21)$$

где h_0 – поперечная метацентрическая высота, характеризующая возвышение метacentра m над центром тяжести судна ($(\cdot)G$ на рис. 1.8).

Для малых углов наклона можно считать, что $\sin \theta = \theta$. Поэтому выражение (1.21) можно представить в виде

$$M_B = Dh_0 \theta. \quad (1.22)$$

При наклонении вокруг поперечной оси OY та же пара сил D и $F_{AP} = \rho g$ создает восстанавливающий момент $M_{в\psi}$:

$$M_{в\psi} = \overline{DGK_{\psi}}, \quad (1.23)$$

где $\overline{GK_{\psi}}$ – плечо восстанавливающего момента (рис. 1.9) при продольном наклонении корабля.

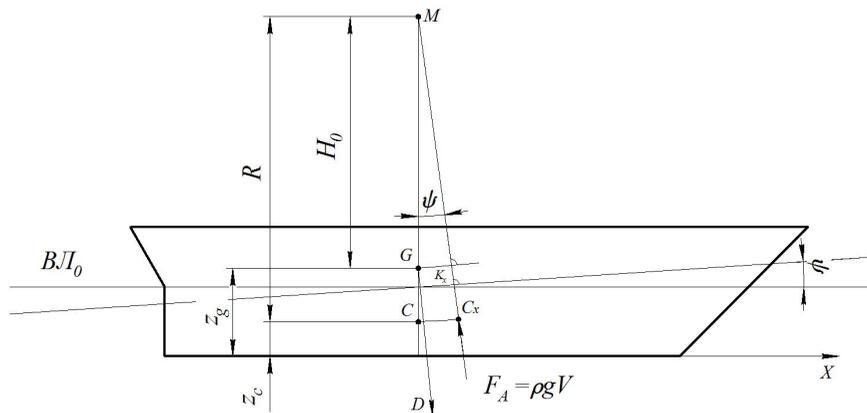


Рис. 1.9. Схема для расчета восстанавливающего момента $M_{в\psi}$ при продольном наклонении корабля

Из треугольника MGK_{ψ} следует, что $\overline{GK_{\psi}} = \overline{MG} \sin \psi$. Тогда, учитывая, что $D = \rho g V$, восстанавливающий момент при продольном наклонении корабля $M_{в\psi}$ определится из выражения, которое принимает во внимание, что

$$\overline{GK_{\psi}} = H_0 \sin \psi = H_0 \psi, \quad (1.24)$$

где H_0 – продольная метацентрическая высота, показывающая превышение продольного метацентра (точка M) над центром тяжести корабля (точка G).

С учетом (1.24) зависимость (1.23) для момента $M_{в\psi}$ запишется в виде:

$$M_{в\psi} = DH_0\psi. \quad (1.25)$$

или используя уже известные соотношения

$$M_{в\psi} = DH_0 \frac{x_c - x_g}{R} = D(x_c - x_g), \quad (1.26)$$

где R – продольный метацентрический радиус, величина которого вполне соизмерима с продольной метацентрической высотой ($R \approx H_0$);

x_c, x_g – абсциссы центров величины (точка C) и тяжести (точка G) соответственно.

Формулы (1.21) и (1.25) называются метацентрическими формулами устойчивости.

В расчетной практике для определения метацентрических высот h_0 и H_0 используются выражения, составленные на основе рассмотрения рис. 1.10 и 1.11.

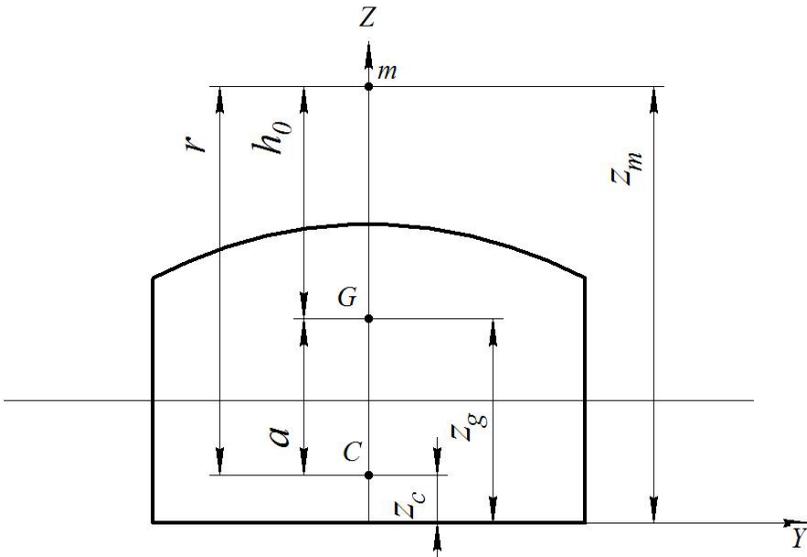


Рис. 1.10. Схема для определения поперечной метацентрической высоты

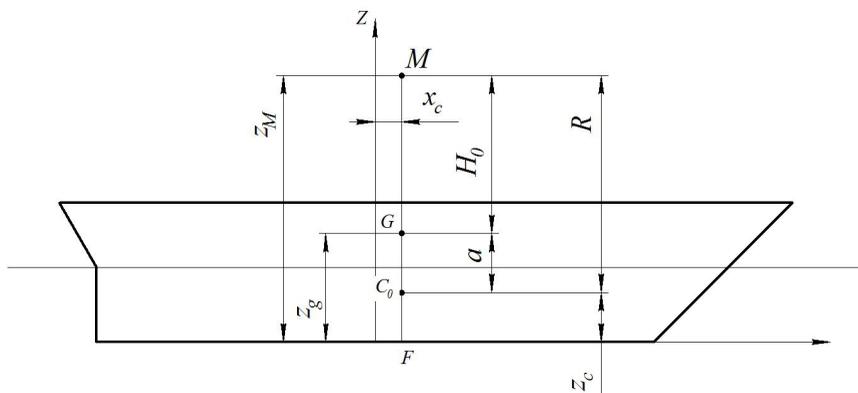


Рис. 1.11. Схема для определения продольной метацентрической высоты

Так, например, для поперечной метацентрической высоты h_0 , исходя из рис. 1.10, можно записать:

$$h_0 = r + z_c - z_g, \quad a = z_G - z_C,$$

$$h_0 = z_m - z_g, \quad (1.27)$$

$$h_0 = r - a, \quad (1.28)$$

$$h_0 = z_m - a - z_c. \quad (1.29)$$

Аналогичным образом, по данным рис. 1.9 можно определить продольную метацентрическую высоту по следующим формулам:

$$H_0 = R + z_c - z_g, \quad (1.30)$$

$$H_0 = R - a, \quad (1.31)$$

$$H_0 = z_m - z_c - a. \quad (1.32)$$

В формулах (1.25), (1.26), (1.28), (1.29) a – превышение ЦТ над ЦВ.

1.6. Метацентрическая высота как мера начальной остойчивости

Из структуры метацентрических формул остойчивости следует, что чем больше будет метацентрическая высота h_0 или H_0 при данном водоизмещении, тем больше будет величина восстанавливающих моментов M_B и $M_{B\Psi}$ и поэтому тем больше будет начальная остойчивость судна.

Таким образом, метацентрические высоты h_0 и H_0 могут служить мерой начальной остойчивости в метацентрических формулах остойчивости:

$$M_B = Dh_0\theta \quad \text{и} \quad M_{B\Psi} = DH_0\Psi.$$

Рассмотрим эти положения для ряда примеров при анализе начальной остойчивости.

1.6.1. Анализ начальной остойчивости судна при $z_m > z_g$ и $z_g > z_c$

Допустим, что в начальном положении ЦТ судна расположен выше ЦВ, а метацентр (точка m) расположен выше ЦТ (точка G). Для этого случая соотношения между ординатами указанных точек будут следующие: $z_g > z_c$, $z_m > z_g$ (рис. 1.12).

Учитывая соотношения (1.27)–(1.29), метацентрическая высота h_0 в данном случае будет величиной положительной ($h_0 > 0$). Восстанавливающий момент $M_B = Dh_0\theta$ будет направлен против действия кренящего момента $M_{кр}$.

При этом после окончания действия кренящего момента $M_{кр}$ восстанавливающий момент M_B вернет судно в исходное положение равновесия.

Таким образом, при положительной метацентрической высоте h_0 и при соотношениях ординат $z_g > z_c$, $z_m > z_g$ судно является **остойчивым**.

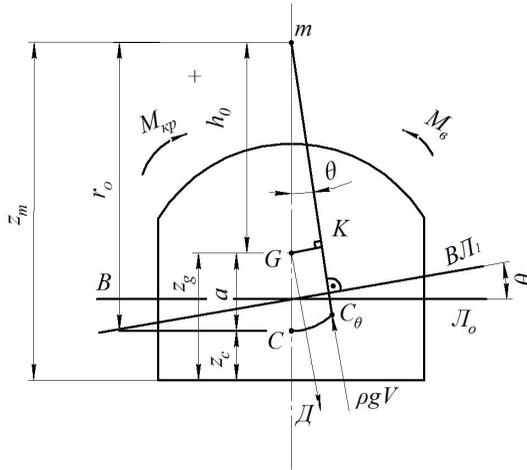


Рис. 1.12. Схема действия, кренящего и восстанавливающего моментов $M_{кр}$ и M_B при положительной метацентрической высоте h_0

1.6.2. Анализ начальной остойчивости судна при $z_c > z_g$ и $z_m > z_c$

Допустим, что в начальном положении ЦТ (точка G) судна находится ниже ЦВ (точка C) (рис. 1.13).

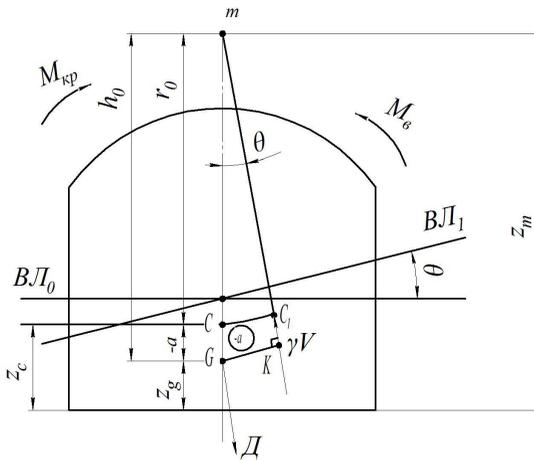


Рис. 1.13. Кренящий $M_{кр}$ и восстанавливающий M_B моменты при расположении центра величины (точка C) выше центра тяжести (точка G) судна

Для этого случая соотношения между ординатами указанных точек будут следующие $z_c > z_g$, $z_m > z_c$.

Как видно из рис. 1.13 для данного случая метацентрический радиус r_0 сугубо положительная величина. Так как поперечный метациентр (точка m) находится выше ЦВ (точка C), то метацентрическая высота h_0 тем более будет положительной величиной ($h_0 > 0$, $h_0 = r_0 - (-a) = r_0 + a$). Восстанавливающий момент M_B , действующий на корпус судна после окончания действия кренящего момента $M_{кр}$, также является положительной величиной ($M_B = Dh_0\theta > 0$).

Поэтому судно с указанным соотношением между ординатами z_c , z_g , z_m ($z_c > z_g$ и $z_m > z_c$) будет обладать безусловной остойчивостью. У надводных судов такое положение трудно достичь, но оно встречается в некоторых гоночных парусных судах, яхтах, где применяют специальные меры повышения остойчивости (металлический киль, балласт в килевой плоскости и т. д.), а также в подводных лодках.

1.6.3. Анализ начальной остойчивости судна при соотношении ординат $z_g > z_m$

Допустим, что в начальном положении ЦТ (точка G) (рис. 1.14) лежит выше метациентра (точка m).

В этом случае поперечная высота h_0 будет отрицательной ($h_0 < 0$). При этом восстанавливающий момент M_B будет действовать в ту же сторону, что и кренящий момент $M_{кр}$. Поэтому после прекращения действия кренящего момента $M_{кр}$ судно не вернется в исходное положение, т. е. оно будет неостойчивым.

Как видно из рис. 1.14, при $z_g > z_m$ поперечная метацентрическая высота становится отрицательной, что следует из выражения:

$$-h_0 = z_m - z_g, \quad h_0 = r - a < 0.$$

Принимая во внимание это обстоятельство, и восстанавливающий момент $M_B = Dh\theta$ также будет отрицательным, и действие его будет направлено в сторону действия кренящего момента $M_{кр}$. Учи-

тывая однонаправленность моментов M_B и $M_{кр}$, положение судна будет неустойчивым и после окончания действия момента $M_{кр}$ оно не будет возвращаться в исходное положение.

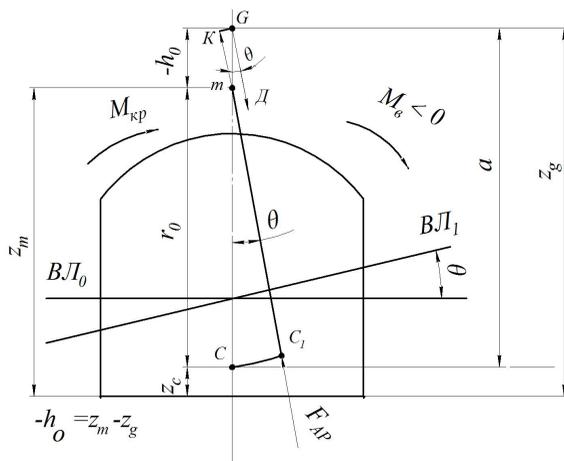


Рис. 1.14. Схема действия моментов M_B и $M_{кр}$ при отрицательной метацентрической высоте h_0

1.6.4. Анализ начальной остойчивости судна при равенстве ординат z_m и z_g ($z_m = z_g$)

В данном случае при $z_m = z_g$ положение метacentра (точка m) и центра тяжести судна (точка G) совпадают (рис. 1.15), что соответствует нулевой метацентрической высоте ($h_0 = 0$).

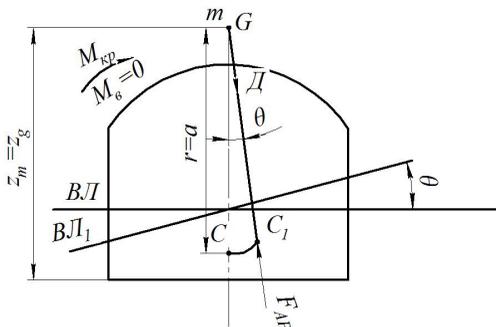


Рис. 1.15. Схема для оценки поперечной остойчивости при поперечной метацентрической высоте $h_0 = 0$

Из схемы видно, что при $r = a \Rightarrow h_0 = r - a = 0$.

В случае, когда $h_0 = 0$ и восстанавливающий момент M_B также будет равен нулю ($M_B = 0$) и поэтому никакого противодействия кренящему моменту $M_{кр}$ со стороны корпуса судна оказано не будет.

Учитывая это обстоятельство, после прекращения действия момента $M_{кр}$ судно не вернется в исходное положение и поэтому оно будет неустойчивым.

Мерой поперечной остойчивости может также служить произведение Dh_0 , которое характеризуется коэффициентом μ_0 поперечной остойчивости:

$$\mu_0 = Dh_0, \quad (1.33)$$

где μ_0 – коэффициент поперечной остойчивости.

Для оценки продольной остойчивости используют коэффициент μ_{ψ} продольной остойчивости, определяемый по уравнению:

$$\mu_{\psi} = DH_0. \quad (1.34)$$

1.7. Составляющая восстанавливающего момента. Остойчивость формы и остойчивость веса

Так как по уравнению (1.22) восстанавливающий момент $M_B = Dh\theta$ и метацентрическая высота $h_0 = r - a$, выражение для момента M_B можно представить в таком виде:

$$\left. \begin{aligned} M_B &= D(r - a)\theta \quad \text{или} \\ M_B &= Dr\theta - Da\theta \end{aligned} \right\}. \quad (1.35)$$

Первое выражение $Dr\theta$ называется моментом остойчивости формы M_{ϕ} :

$$M_{\phi} = Dr\theta = \gamma V \frac{J_x}{V} \theta = \gamma J_x \theta. \quad (1.36)$$

Такое название этот момент получил потому, что входящий в выражение (1.36) поперечный метacentрический радиус r определяется по выражению $r = \frac{J_x}{V}$, зависящему только от размеров и формы корпуса.

Вторая составляющая в выражении (1.35) называется моментом остойчивости веса M_g

$$M_g = Da\theta. \quad (1.37)$$

Такое название момента M_g обусловлено тем, что величина a ($a = z_g - z_c$) зависит от положения ЦТ судна (точка G), а точнее от его возвышения над центром величины (точка C).

Окончательно выражение для восстанавливающего момента с учетом вышеизложенного примет вид:

$$M_b = M_\phi - M_g. \quad (1.38)$$

Из (1.38) следует вывод, что восстанавливающий момент M_b тем больше, чем больше момент остойчивости формы M_ϕ и меньше момент остойчивости веса M_g .

Изложенное можно проиллюстрировать соответствующим графическим примером (рис. 1.16), предварительно установив по уравнению (1.21), что момент M_b можно представить и таким образом:

$$M_b = Dl = Dr\theta - Da\theta.$$

Или, восстанавливая исходные тригонометрические функции, выражение для M_b примет вид:

$$Dl = Dr \sin \theta - Da \sin \theta. \quad (1.39)$$

Разделив выражение (1.39) на вес судна D , получим (рис. 1.16)

$$l = r \sin \theta - a \sin \theta. \quad (1.40)$$

1.8. Остойчивость на больших углах крена. Определение координат центра величины и метацентра при больших наклонениях

Полученные ранее зависимости и выводы справедливы для малых углов наклона. Однако, при больших углах крена, достигающих в условиях не очень суровой бортовой качки значений 20° и выше эти зависимости применять нельзя. Это объясняется заметным изменением площади, соответствующей ВЛ, ее моментов инерции, величины метацентрического радиуса. Метацентр плавания также изменяет свое положение в процессе наклона на большой угол.

При больших углах крена, характеризующихся минимальной устойчивостью судна, восстанавливающий момент M_B определяется как произведение весового водоизмещения D на плечо статической устойчивости, а именно:

$$M_B = Dl, \quad (1.42)$$

где D – весовое водоизмещение судна, н;

l – плечо статической устойчивости при больших углах крена, м.

Плечо статической устойчивости l при больших углах крена так же, как и при малых определяется длиной перпендикуляра \overline{GK} , опущенного из центра тяжести корабля (точка G) на линию действия силы поддержания $F_{AP} = \rho g V$ (см. рис. 1.16).

Однако особенностью больших углов наклона является переменное положение метацентра (точка m), в связи с чем будет изменяться и искомая длина плеча l .

Чтобы точно определить значение плеча статической устойчивости $l = \overline{GK}$ необходимо точно знать координаты центра величины C_θ и координаты метацентра m_θ , т. к. линия поддержания проходит через обе эти точки перпендикулярно плоскости равнообъемной ВЛ.

Для решения этой задачи рассмотрим (рис. 1.17) положение линии поддержания $m_\theta C_\theta$, заданное в системе координат YOZ при произвольном значении угла крена θ .

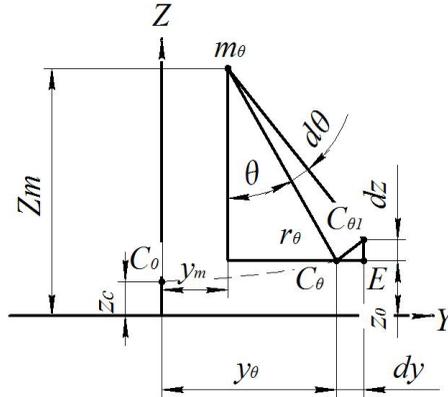


Рис. 1.17. Определение координат ЦГ во время наклонения на большой угол крена

Расстояние между метацентром $m_\theta(y_m, z_m)$ и центром $C_\theta(y_\theta, z_\theta)$ равно метацентрическому радиусу $r_\theta = r(\theta)$, при этом угол крена θ будем считать независимой переменной.

От заданного наклонного положения корабля сообщим ему дополнительное наклонение на бесконечно малый угол $d\theta$, в результате чего ЦВ переместится из точки C_θ в бесконечно близкую по расположению точку $C_{\theta 1}$ и его координаты получат бесконечно малые приращения dy и dz (рис. 1.17).

Принимая, что для бесконечно малого наклонения $d\theta$ положение метацентра m_θ и метацентрического радиуса r_θ не изменяются, бесконечно малое перемещение $C_\theta C_{\theta 1}$ будет равно:

$$\tilde{C}_\theta C_{\theta 1} = \overline{C_\theta C_{\theta 1}} = r_\theta d\theta. \quad (1.43)$$

Тогда составляющие перемещения ЦВ по осям Y и Z определим из треугольника $C_\theta E C_{\theta 1}$ с помощью следующих выражений:

$$\left. \begin{aligned} dy &= \overline{C_\theta C_{\theta 1}} \cos \theta = r_\theta d\theta \cos \theta \\ dz &= \overline{C_\theta C_{\theta 1}} \sin \theta = r_\theta d\theta \sin \theta \end{aligned} \right\}. \quad (1.44)$$

Если проинтегрировать (1.44) с учетом (1.43), то получим следующие соотношения для координат ЦВ при больших углах наклона.

При интегрировании по ординате Z следует иметь в виду, что при $\theta = 0$ $z = z_{c0}$, тогда

$$\left. \begin{aligned} y_{\theta} &= \int_0^{\theta} r_{\theta} \cos \theta d\theta \\ z_{\theta} &= \int_0^{\theta} r_{\theta} \sin \theta d\theta + z_{c0} \end{aligned} \right\}. \quad (1.45)$$

С помощью системы (1.45) для координат ЦВ легко можно получить формулы для координат метацентра m_{θ} в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} y_m &= y_{\theta} - r_{\theta} \sin \theta \\ z_m &= z_{\theta} + r_{\theta} \cos \theta \end{aligned} \right\}. \quad (1.46)$$

С учетом (1.45) выражение (1.46) запишем таким образом:

$$\left. \begin{aligned} y_m &= \int_0^{\theta} r_{\theta} \cos \theta d\theta - r_{\theta} \sin \theta \\ z_m &= \int_0^{\theta} r_{\theta} \sin \theta d\theta + r_{\theta} \cos \theta + z_{c0} \end{aligned} \right\}. \quad (1.47)$$

Таким образом, для построения кривых ЦВ и метацентра m_{θ} необходимо знать метацентрический радиус r_{θ} при произвольных углах крена θ .

1.9. Способ расчета плеч статической остойчивости при равнообъемных наклонах (Крылова-Дарньи)

Для того чтобы вычислить плечи статической остойчивости, координаты центра величины и поперечного метацентра, необходимо иметь данные по изменению зависимости $r_{\theta} = f(\theta)$ для равнообъемных наклонов. Для этого используется формула:

$$r_{\theta} = \frac{J_{x\theta}}{V}, \quad (1.48)$$

где $J_{x\theta}$ – момент инерции площади равнообъемной ватерлинии относительно центральной (продольной) оси;

V – объемное водоизмещение судна – величина постоянная для выбранного диапазона углов наклона.

Для решения задачи по определению поперечного метacentрического радиуса r_{θ} используем широко известный в практике проектирования судов метод А. Н. Крылова-Дарньи.

По этому методу положение равнообъемной ватерлинии $ВЛ_1$ определяется с помощью вспомогательной ватерлинии $ВЛ'_1$, которые не совпадают между собой и проходят друг относительно друга под одним и тем же углом $\Delta\theta$, но на каком-то расстоянии ε (рис. 1.18).

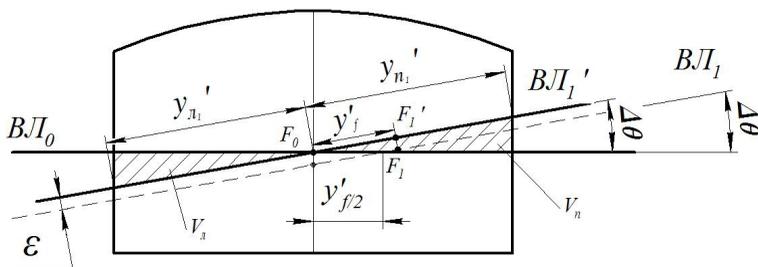


Рис. 1.18. Схема для определения плеч статической устойчивости способом Дарньи-Крылова

Считается, что разность между объемами $V_{п}$ и $V_{л}$ будет приближенно равна объему промежуточного слоя с площадью основания S'_1 и высотой ε (такое допущение корректно, если полагать величину ε достаточно малой). Тогда, учитывая данные рис. 1.18, можно записать:

$$V_{п} - V_{л} = \varepsilon S'_1 \Rightarrow \varepsilon = \frac{V_{п} - V_{л}}{S'_1}, \quad (1.48)$$

где S'_1 – площадь вспомогательной ватерлинии $ВЛ'_1$, определяемая по известной формуле:

$$S'_1 = \int_{-L/2}^{+L/2} (y'_{п1} - y'_{л1}) dx, \quad (1.49)$$

где $y'_{п1}$ и $y'_{л1}$ – ординаты соответственно входящей и выходящей частей площади вспомогательной ватерлинии $ВЛ'_1$, измеряемые от точек $F_{0,i}$ на всех шпангоутах, пересекающихся с ватерлинией $ВЛ'_1$. При этом вспомогательная ватерлиния проводится через центр тяжести предыдущей действующей ватерлинии.

След первой вспомогательной ватерлинии $ВЛ'_1$, таким образом, проходит под углом $\Delta\theta$ через точку F_0 пересечения начальной ватерлинии $ВЛ_0$ и ДП.

Ватерлиния равнообъемная $ВЛ_1$ будет расположена от вспомогательной $ВЛ'_1$ на расстоянии ϵ , которое называется толщиной поправочного слоя. Для определения толщины ϵ предположим, что объем клина, вошедшего в воду $V_{п}$ и отсекаемого вспомогательной ватерлинией $ВЛ'_1$, не равен объему $V_{л}$ клина, вышедшего из воды (см. рис. 1.18). Чаще всего эти объемы не равны между собой, поэтому положение вспомогательной и равнообъемной ватерлиний будет отличаться на величину ϵ .

Замеряя ординаты носовых и кормовых шпангоутов $y'_{п1}$ и $y'_{л1}$ по вспомогательной ватерлинии $ВЛ'_1$ от точки F_0 , в результате интегрирования элементарных объемов $\delta V_{п}$ и $\delta V_{л}$ (рис. 1.19) можно определить объемы клиньев водоизмещения $V_{п}$ и $V_{л}$.

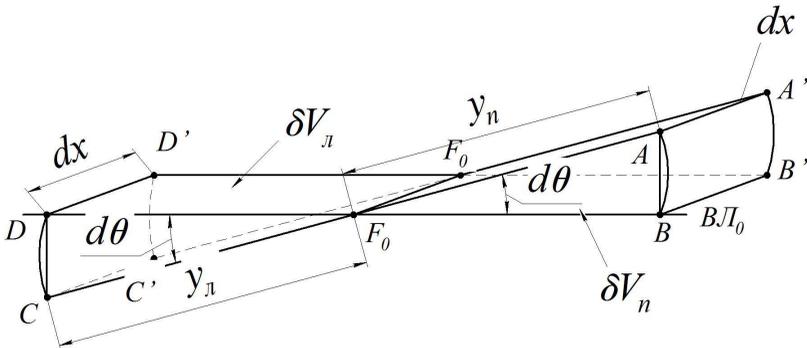


Рис. 1.19. Схема для расчета объемов клиньев водоизмещения $V_{п}$ и $V_{л}$

Если предположить относительно малым значение угла наклона $d\theta$, то объемы клиньев V_{Π} и V_{Λ} (рис. 1.19) можно определить по следующим выражениям:

$$\left. \begin{aligned} V_{\Pi} &= \frac{1}{2} \int_{0-L/2}^{\theta+L/2} \int y_{\Pi}^{\prime 2} d\theta dx \\ V_{\Lambda} &= \frac{1}{2} \int_{0-L/2}^{\theta+L/2} \int y_{\Lambda}^{\prime 2} d\theta dx \end{aligned} \right\}. \quad (1.50)$$

Учитывая выражения (1.49), (1.50), формула для расчета высоты слоя ε и, следовательно, расстояния между ВЛ'₁ и ВЛ₁ примут вид:

$$\varepsilon = \frac{1}{2S'_1} \int_{0-L/2}^{\theta+L/2} \int \left[(y_{\Pi}')^2 - (y_{\Lambda}')^2 \right] d\theta dx = \frac{1}{S'_1} \int_0^{\theta} Mx'_1 d\theta, \quad (1.51)$$

где

$$\frac{1}{2} \int_{-L/2}^{+L/2} \left[(y_{\Pi}')^2 - (y_{\Lambda}')^2 \right] dx = Mx'_1 - \quad (1.51, a)$$

статический момент площади S'_1 вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁ относительно продольной оси наклона OX , проходящей через точку F_0 .

Учитывая (1.50) и (1.51), (1.51, a), можно записать для любых углов наклона θ_i и θ_{i+1} , что

$$\delta V = V_{\Pi} - V_{\Lambda} = \varepsilon S'_i = \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} Mx'_1 d\theta, \quad (1.52)$$

где S'_1 – площадь любой вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁;

θ_i и θ_{i+1} – предыдущий и последующий углы наклона вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁.

Выражение (1.52) по правилу трапеции приводится к виду, который показывает, что величина δV рассчитывается по уравнению:

$$\delta V = \varepsilon S'_i = \int_{\theta_i}^{\theta_{i+1}} M_x d\theta = \frac{\Delta\theta}{2} (M_{x_i} + M_{x_{i+1}}) = M_{x_{i+1}} \frac{\Delta\theta}{2} \Rightarrow \varepsilon = \frac{\delta V}{S'_i}. \quad (1.53)$$

В уравнении (1.53) M_{x_i} – статический момент площади предыдущей действующей ватерлинии ВЛ₀. Обычно $M_{x_i} = 0$, т. к. вспомогательная ватерлиния ВЛ'₁ проходит через тяжести (точка F_0) действующей ватерлинии ВЛ₀, которая является равнообъемной, $M_{x, i+1}$ – статический момент площади вспомогательной ватерлинии относительно той же продольной оси OX .

Учитывая (1.53), выражение (1.48) имеет вид:

$$\varepsilon = \frac{\Delta\theta}{2} \frac{M_{x, i+1}}{S'_i}. \quad (1.53')$$

Так как момент площади

$$M_{x, i+1} = y_{f, i+1} S'_i, \quad (1.53'')$$

то выражение (1.53') примет вид:

$$\varepsilon = \frac{y_{f, i+1}}{2} \Delta\theta, \quad (1.54)$$

где $y_{f, i+1}$ – ордината центра тяжести (точка F'_1) площади вспомогательной ватерлинии, отсчитываемая от ЦТ (точка F_0) площади начальной ватерлинии ВЛ₀;

$\Delta\theta$ – угол в радианах между ватерлиниями ВЛ₀ и ВЛ'₁.

Как следует из (1.54) ордината $y_{f, i+1} = \frac{M_{x, i+1}}{S'_i}$ или, учитывая (1.49) и (1.51, а),

$$y_{f, i+1} = \frac{1}{2} \frac{\sum (y_{п,2} - y_{л,2})}{\sum y_i}, \quad (1.55)$$

где $M_{x, i+1}$ – статический момент площади вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁ относительно продольной оси, проходящей через точку F_0 .

Из (1.54) следует, что при изменении знака у одной из величин ε или $y_{f,i+1}$, должен изменяться знак и у другой величины. Геометрически это означает, что при откладывании $+y_f$ вправо, величина $+\varepsilon$ откладывается вниз и наоборот.

В соответствии со сказанным на рисунке 1.18 на расстоянии $+\varepsilon$, отложенном вниз от вспомогательной ватерлинии $ВЛ'_1$, проводится первая равнообъемная ватерлиния $ВЛ_1$.

Ввиду того, что равнообъемная ватерлиния $ВЛ_1$ расположена достаточно близко к вспомогательной $ВЛ'_1$, это позволяет перенести по нормали к $ВЛ_1$ точку F'_1 в новое положение F_1 . Положение точки F_1 будет характеризовать положение ЦТ площади равнообъемной ватерлинии $ВЛ_1$. Далее процесс повторяется.

Величина ε при рассмотренных построениях незначительна, поэтому считается, что площади, моменты инерции, статические моменты площади и другие элементы вспомогательной и действительной равнообъемной ватерлинии одинаковы. Поэтому, как правило, вычисления производят для вспомогательной ватерлинии, но полученные результаты используются для расчета некоторых элементов, например, метацентрических радиусов (большого и малого) равнообъемной ватерлинии $ВЛ_1$.

1.10. Расчет поперечного метацентрического радиуса r_θ по методу Крылова-Дарны

Для расчета поперечного метацентрического радиуса r_θ равнообъемной ватерлинии $ВЛ_1$ полностью используются данные вспомогательной ватерлинии $ВЛ'_1$.

Так, например, после определения координаты $y_{f,i+1}$ ЦТ площади вспомогательной ватерлинии $ВЛ'_1$ (точка F'_1 на рис. 1.18), осуществляют расчет момента инерции этой площади $ВЛ'_1$ относительно продольной центральной оси OX , проходящей через указанную точку F'_1 по формуле:

$$Jx_\theta = Jx'_\theta - \Delta Jx_\theta \quad (1.56)$$

или

$$Jx_\theta = Jx'_\theta - S'_1 y_{f,i+1}^2, \quad (1.56, a)$$

где Jx_θ – момент инерции площади вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁ относительно центральной продольной оси, проходящей через точку F'_1 ;

Jx'_θ – момент инерции площади вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁ относительно продольной главной оси, проходящей через точку F_0 , где расположен ЦТ (точка F_0) предыдущей действующей равнообъемной ватерлинии ВЛ₀;

$\Delta Jx'_\theta = S'_1 y_{f,i+1}^2$ – переносный момент инерции площади вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁.

Момент Jx'_θ определяется по формуле:

$$Jx'_\theta = \frac{1}{3} \int_{-L/2}^{+L/2} (y_{п1}^3 - y_{л1}^3) dx, \quad (1.56, б)$$

По правилу трапеции величину момента инерции Jx'_θ можно рассчитать по формуле:

$$Jx'_\theta = \frac{\Delta L}{3} \sum (y_{п1}^3 - y_{л1}^3). \quad (1.56, в)$$

Как видно из формул (1.56, б) и (1.56, в) для расчета момента инерции Jx'_θ необходимо с теоретического чертежа снять входящие $y_{п1}$ и выходящие $y_{л1}$ ординаты со вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁ и затем для этой же ватерлинии вычислить момент инерции Jx'_θ площади S'_1 относительно продольной оси (главной), проходящей через точку F_0 .

При использовании метода Крылова-Дарньи отстояние ε между вспомогательной ВЛ'₁ и равнообъемной ВЛ₁ ватерлиниями настолько незначительно, что моменты инерции Jx_θ и Jx'_θ можно считать примерно равными.

При этом точку отсчета ординат $y'_п$ и $y'_л$ можно назначать где угодно, т. к. в дальнейшем при вычислении момента инерции Jx_θ

производится его уточнение с помощью переносного момента инерции $\Delta J_{x_0} = y_f^2 S$.

Если момент инерции площади равнообъемной ватерлинии принять равным моменту инерции площади вспомогательной ватерлиний, то величина метацентрического радиуса для равнообъемной ватерлинии ВЛ₁ при угле крена θ с учетом (1.41) будет равна

$$r_\theta = \frac{Jx'_\theta - \Delta Jx_\theta}{V} = \frac{Jx_\theta}{V}. \quad (1.57)$$

Таким образом, после определения МЦР r_θ по (1.57) для всех равнообъемных ватерлиний при больших углах крена вопрос об установлении остойчивости судна можно считать решенным полностью, т. к. используя формулы (1.44) и (1.46) определяются координаты ЦВ и метацентра наклонной ватерлинии. Это в свою очередь позволяет определить направление действия силы поддержания и плечо статической остойчивости.

1.11. Графический метод определения толщины поправочного слоя ε и центра тяжести равнообъемной ватерлинии ВЛ₁

Как было получено выше, величину толщины ε поправочного слоя водоизмещения можно рассчитать по уравнению (1.54)

$$(\varepsilon = \frac{y_{f,i+1}}{2} \Delta\theta).$$

Это уравнение по предложению Дарньи можно использовать для определения величины ε графическим путем. Для этого ε не вычисляют, а ограничиваются графическими построениями, с использованием значений $y_{f,i+1}$.

Для этого необходимо после проведения вспомогательной ватерлинии и вычисления ординаты $y_{f,i+1}$ отложить от ЦТ предыдущей

действующей ВЛ₀ (от точки F_0) отрезок $\overline{F_0K} = \frac{y_{f,i+1}}{2}$ по направлению ВЛ₀ и через полученную точку K провести линию, параллельную вспомогательной ватерлинии ВЛ'₁ (рис. 1.20).

Указанная линия и по построению, и по (1.54) будет находиться на расстоянии ε от вспомогательной, т. е. будет действующей и равнообъемной.

Затем на вспомогательной ВЛ₁ необходимо отложить от ЦТ предыдущей линии (точка F_0) отрезок $y_{f,i+1}$ и перенести его конечную точку F_1' по вертикали на действующую ватерлинию ВЛ₁. Полученная таким образом точка F_1 на действующей ВЛ₁ будет характеризовать положение ее ЦТ, через которую должна проводиться последующая вспомогательная ВЛ₂.

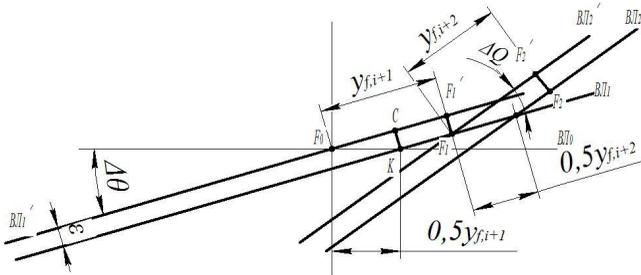


Рис. 1.20. Схема для графического определения толщины поправочного слоя ε и центра тяжести равнообъемной ватерлинии ВЛ₁

Из построений на рис. 1.20 отрезок $\overline{CK} = \sin \Delta\theta \frac{1}{2} y_{f,i+1} = \frac{y_{f,i+1}}{2} \sin \Delta\theta$ или учитывая (1.54) и принимая, что $\sin \Delta\theta = \Delta\theta$, получим

$$\overline{CK} = \varepsilon = \frac{y_{f,i+1}}{2} \Delta\theta, \quad (1.58)$$

где $y_{f,i+1}$ – ордината ЦТ площади вспомогательной ВЛ₁,

$$y_{f,i+1} = \frac{M_{x,i+1}}{S'}.$$

1.12. Порядок расчета Jx_0 и r_0 на больших углах крена

Расчет момента инерции площади Jx_0 накренной ватерлинии относительно ее центральной продольной оси OX и метacentриче-

ского радиуса судна r_0 в нашем случае будет проводиться по второму способу А. Н. Крылова-Дарньи, который является графоаналитическим и требует чередования вычислений с графическими построениями на корпусе.

В ТК допускается производить расчет в диапазоне углов крена $0-60^\circ$ с интервалом $\Delta\theta = 15^\circ$.

Порядок расчета величин J_{x_0} и r_0 следующий.

1. Для начальной ватерлинии ($\theta = 0^\circ$) $ВЛ_0$ вычисляются момент инерции площади относительно ее центральной продольной оси J_{x_0} и метacentрический радиус r_0 по формулам:

$$J_{x_0} = \frac{2}{3} \int_{-L/2}^{+L/2} y^3 dx, \quad r_0 = \frac{J_{x_0}}{V}. \quad (1.59, a)$$

2. Через центр тяжести площади начальной ВЛ (точка F_0 – пересечения следа $ВЛ_0$ при $\theta = 0^\circ$ и ДП) проводится сплошная линия – вспомогательная $ВЛ'_1$ ($ВЛ'_{15}$) под заданным углом θ накренения (в нашем случае $\theta = 15^\circ$). С указанной $ВЛ'_{15}$ снимаются значения входящих $y_{н,15}$ и выходящих $y_{л,15}$ ординат с учетом правила знаков («+» – для входящих ординат и «-» – для выходящих) (рис. 1.21).

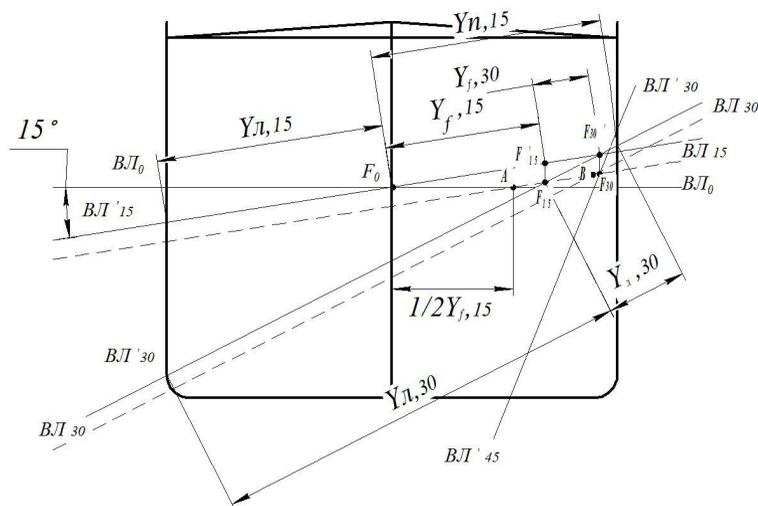


Рис. 1.21. Определение координат y_n и y_l при больших наклонениях судна

Для определения ординат $y_{п, 15}$ и $y_{л, 15}$ вспомогательной ватерлинии ВЛ₁₅ необходимо от точки F_0 по этой ватерлинии на всех шпангоутах измерить входящие $y_{п}$ и выходящие $y_{л}$ ординаты и их натуральные значения занести в табл. 1.1.

Таблица 1.1

Пример расчета равнообъемных наклонений по правилу трапеции

| θ_k | $\theta_0 = 0^\circ$ | | | | | | $\theta_1 = 15^\circ$ | | | | | |
|-------------|--|-----------------|------------------|------------------|------------------|-------------------|---|-----------------|------------------|------------------|------------------|-------------------|
| № шпангоута | $y_{п, м}$ | $y_{л, м}$ | $y_{п, м}^2$ | $y_{л, м}^2$ | $y_{п, м}^3$ | $y_{л, м}^3$ | $y_{п, м}$ | $y_{л, м}$ | $y_{п, м}^2$ | $y_{л, м}^2$ | $y_{п, м}^3$ | $y_{л, м}^3$ |
| 1 | | | | | | | | | | | | |
| 2 | | | | | | | | | | | | |
| ... | | | | | | | | | | | | |
| 10 | | | | | | | | | | | | |
| Σ | $\Sigma y_{п}$ | $-\Sigma y_{л}$ | $\Sigma y_{п}^2$ | $\Sigma y_{л}^2$ | $\Sigma y_{п}^3$ | $-\Sigma y_{л}^3$ | $\Sigma y_{п}$ | $-\Sigma y_{л}$ | $\Sigma y_{п}^2$ | $\Sigma y_{л}^2$ | $\Sigma y_{п}^3$ | $-\Sigma y_{л}^3$ |
| 1 | $\Sigma_1 = \Sigma y_{п} - (-\Sigma y_{л})$ | | | | | | $\Sigma_1 = \Sigma y_{п} - (-\Sigma y_{л})$ | | | | | |
| 2 | $\Sigma_2 = \Sigma y_{п}^2 - \Sigma y_{л}^2 = 0$ ТОЛЬКО ДЛЯ ВЛ ₀ | | | | | | $\Sigma_2 = \Sigma y_{п}^2 - \Sigma y_{л}^2 \neq 0$ | | | | | |
| 3 | $\Sigma_3 = \Sigma y_{п}^3 - (-\Sigma y_{л}^3)$ | | | | | | $\Sigma_3 = \Sigma y_{п}^3 - (-\Sigma y_{л}^3)$ | | | | | |
| 4 | $S_0 = \Sigma_1 \Delta L$ | | | | | | $S_{15} = \Sigma_1 \Delta L$ | | | | | |
| 5 | $M_0 = \Delta L / 2 \cdot \Sigma_2 = 0$ | | | | | | $M_{15} = \Delta L / 2 \cdot \Sigma_2 \neq 0$ | | | | | |
| 6 | $y_{f0} = \frac{M_0}{S_0} = \frac{1}{2} \frac{\Sigma_2}{\Sigma_1} = \frac{1}{2} \frac{(5)}{(4)} = 0$ | | | | | | $y_{f15} = \frac{M_{15}}{S_{15}} = 0,5 \frac{\Sigma_2}{\Sigma_1}$ | | | | | |
| 7 | $J'_{x0} = 2 \Delta L / 3 \Sigma_3$ | | | | | | $J'_{x15} = \Delta L / 3 \Sigma_3$ | | | | | |
| 8 | $\Delta J_{x0} = S_0 y_{f0}^2 = 0$ | | | | | | $\Delta J_{x15} = S_{15} y_{f15}^2$ | | | | | |
| 9 | $J_{x0} = J'_{x0} - \Delta J_{x0}$ | | | | | | $J_{x15} = J'_{x15} - \Delta J_{x15}$ | | | | | |
| 10 | $r_0 = J_{x0} / V$ | | | | | | $r_{15} = J_{x15} / V$ | | | | | |

Затем в табличной форме вычисляются $y_{f,15}$ – отстояние центра тяжести площади вспомогательной ватерлинии $ВЛ'_{15}$ от точки F_0 ; $J_{x,15}$ – центральный момент инерции площади ватерлинии; r_{15} – метацентрический радиус (см. табл. 1.1) по следующим формулам:

$$\left. \begin{aligned} y_{f,15} &= \frac{M_{x,15}}{S_{15}} \\ M_{x,15} &= \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{+L/2} (y_{п,15}^2 - y_{л,15}^2) dx = \frac{\Delta L}{2} \sum (y_{п,15}^2 - y_{л,15}^2) \\ S'_{15} &= \int_{-L/2}^{+L/2} (y_{п,15} - y_{л,15}) dx = \Delta L \sum (y_{п,15} - y_{л,15}) \\ J_{x,15} &= J'_{x,15} - y_{f,15}^2 S_{15} \\ J'_{x,15} &= \frac{1}{3} \int_{-L/2}^{+L/2} (y_{п,15}^3 - y_{л,15}^3) dx = \frac{\Delta L}{3} \sum (y_{п,15}^3 - y_{л,15}^3) \\ r_{15} &= \frac{J_{x,15}}{V} \end{aligned} \right\} (1.59, б)$$

3. Для нахождения положения равнообъемной ватерлинии $ВЛ_{15}$ производятся следующие графические построения (см. рис. 1.21): от точки F_0 по направлению ватерлинии $ВЛ_0$ ($\theta = 0^\circ$) откладывается отрезок $\overline{F_0A}$, равный $\frac{1}{2} y_{f,15}$. Через полученную точку A под углом $\theta = 15^\circ$ проводится ватерлиния $ВЛ_{15}$, которая и будет являться равнообъемной. Ее изображают пунктирной линией. Для определения центра тяжести площади ватерлинии $ВЛ_{15}$ необходимо от точки F_0 по направлению вспомогательной ватерлинии $ВЛ'_{15}$ отложить величину ординаты $y_{f,15}$ и из полученной точки F_{15} опустить перпендикуляр, точка пересечения которого с ватерлинией $ВЛ'_{15}$ даст положение ее центра тяжести – точку F_{15} (см. рис. 1.21). При этом построении используется допущение о прямобортности обводов судна.

Откладывая отрезки ординат $y_{f,15}$ и $\frac{1}{2}y_{f,15}$ необходимо учитывать правило знаков: при положительном значении отрезка $y_{f,15}$ он откладывается вправо от точки F_0 (в сторону входящих ординат), при отрицательном значении – в сторону выходящих ординат (т. е. налево от точки F_0).

4. Для нахождения положения равнообъемной ватерлинии ВЛ₃₀ при следующем угле крена $\theta = 30^\circ$ необходимо через точку F_{15} провести вспомогательную ватерлинию ВЛ₃₀ под углом $\theta = 15^\circ$ относительно ватерлинии ВЛ₁₅. Затем для ватерлинии ВЛ₃₀ снимают значения входящих $y_{п,30}$ и выходящих $y_{л,30}$ ординат. Далее, используя полученные значения ординат, производят для ватерлинии ВЛ₃₀ расчет, аналогичный тому, который выполнялся для ВЛ₁₅ по формулам:

$$\left. \begin{aligned} y_{f,30} &= \frac{M_{x,30}}{S'_{30}} \\ M_{x,30} &= \frac{1}{2} \int_{-L/2}^{+L/2} (y_{п,30}^2 - y_{л,30}^2) dx = \frac{\Delta L}{2} \sum (y_{п,30}^2 - y_{л,30}^2) \\ S'_{30} &= \int_{-L/2}^{+L/2} (y_{п,30} - y_{л,30}) dx = \Delta L \sum (y_{п,30} - y_{л,30}) \\ J_{x,30} &= J'_{x,30} - y_{f,30}^2 S'_{30} \\ J'_{x,30} &= \frac{1}{3} \int_{-L/2}^{+L/2} (y_{п,30}^3 - y_{л,30}^3) dx = \frac{\Delta L}{3} \sum (y_{п,30}^3 - y_{л,30}^3) \\ r_{30} &= \frac{J_{x,30}}{V} \end{aligned} \right\} (1.60)$$

Выполнив кренование для ряда ВЛ (водоизмещений V), получают данные для построения графика зависимости $r = f(\theta)$ (рис. 1.22).

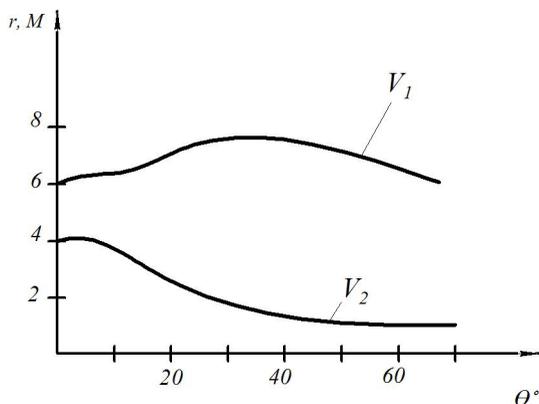


Рис. 1.22. Зависимости $r = f(\theta)$ для водоизмещений V_1 и V_2 ($V_1 < V_2$)

1.13. Плечо статической остойчивости и восстанавливающий момент при больших наклонениях. Диаграмма статической остойчивости (ДСО). Диаграмма Рида

1.13.1. Плечо статической остойчивости и восстанавливающий момент при больших наклонениях

Плечо статической остойчивости – это отрезок \overline{GK} (рис. 1.23) пары сил веса D и плавучести $\rho g V$. Определить его можно, проведя перпендикуляр из точки G на направление действия силы $\rho g V$. Обозначается отрезок \overline{GK} через l , т. е. $\overline{GK} = l$ (рис. 1.23).

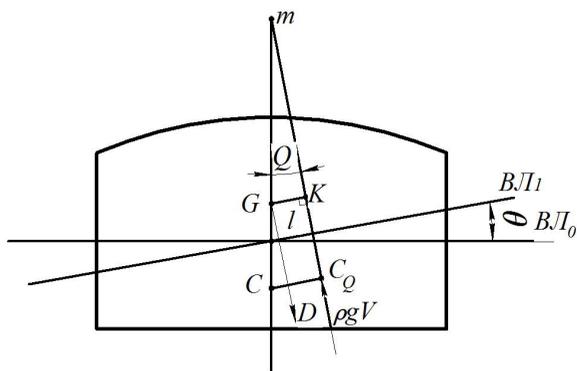


Рис. 1.23. Формирование плеча статической остойчивости при больших наклонениях

Определим величину GK из построений, приведенных на рис. 1.24.

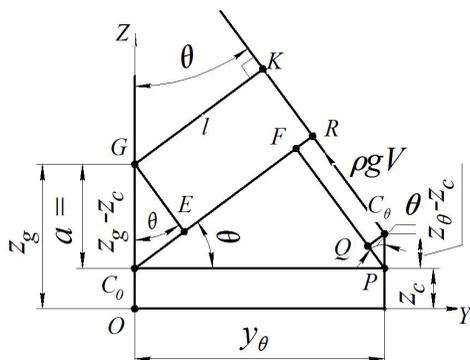


Рис. 1.24. Схема для расчета плеча статической остойчивости при больших наклонениях

Из рисунка видно, что

$$l = \overline{GK} \parallel \overline{C_0R} \parallel \overline{QC_0} \text{ и } \overline{GK} = \overline{ER}.$$

Величину отрезка \overline{ER} можно представить как

$$\begin{aligned} \overline{ER} &= \overline{C_0F} + \overline{FR} - \overline{C_0E} = \overline{C_0P} \cos \theta + \overline{C_0P} \sin \theta - \overline{GC_0} \sin \theta = \\ &= y_\theta \cos \theta + (z_\theta - z_c) \sin \theta - a \sin \theta. \end{aligned}$$

Таким образом

$$l = y_\theta \cos \theta + (z_\theta - z_c) \sin \theta - a \sin \theta. \quad (1.61)$$

При выводе было использовано очевидное равенство:

$$\overline{FR} = \overline{QC_0} = \overline{C_0P} \sin \theta.$$

По известному значению плеча статической остойчивости найдем восстанавливающий момент M_B , возникающий при крене корабля, равном углу θ :

$$M_B = Dl = D[y_\theta \cos \theta + (z_\theta - z_c) \sin \theta - a \sin \theta]. \quad (1.62)$$

1.13.2. Диаграмма статической остойчивости (ДСО). Диаграмма Руда

Графическое изображение зависимостей $l = f(\theta)$ и $M_B = f(\theta)$ (рис. 1.25) называют диаграммой статической остойчивости, при этом углы крена на правый борт откладываются по положительной оси координат, а углу крена на левый борт – по отрицательной оси координат.

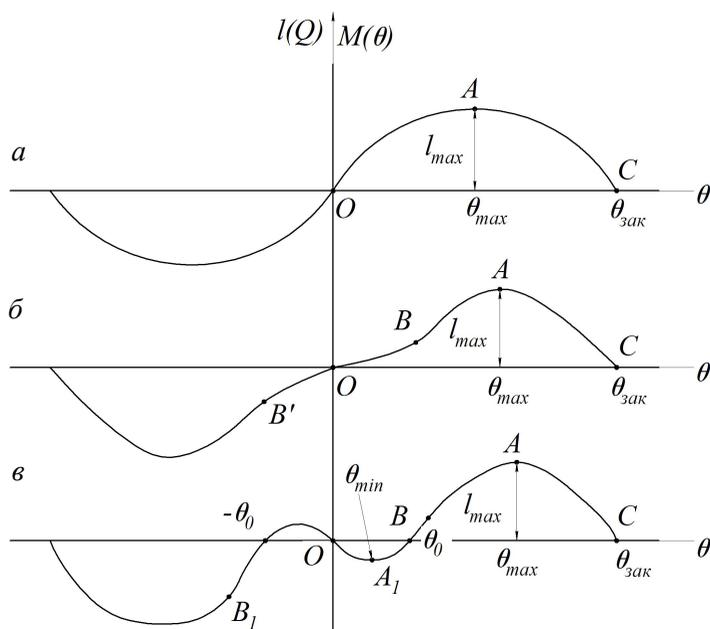


Рис. 1.25. Диаграммы статической остойчивости:
а – при большом значении h_0 ; б – S-образная;
в – с отрицательной метацентрической высотой

Зависимости $l = f(\theta)$ и $M_B = f(\theta)$ нечетные, поэтому при отрицательных углах они изображаются в 3-м квадранте. Обычно $l(\theta)$ и $M_B(\theta)$ изображаются в 1-м квадранте при $\theta > 0$.

Формы ДСО могут быть различными в зависимости от формы обводов и положения ЦТ судна. На рис. 1.25, а показана наиболее

распространенная ДСО, имеющая форму синусоиды с точкой перегиба в начале координат. Такая ДСО характерна для судов сравнительно широких (ледоколы, танкеры), имеющих отношение $L/B = 5 \div 6$. На рис. 1.25, б изображена ДСО, имеющая дополнительные перегибы в точках B и B' . Такая диаграмма называется S -образной. Такая ДСО характерна для высокобортных, в т. ч. и пассажирских, судов. Обеспечивая достаточную остойчивость, она способствует умерению-повышению периода бортовой качки.

На рис. 1.25, в изображена ДСО с отрицательным начальным участком для правого борта и положительным начальным участком для левого борта. При $\theta = 0$ судно неустойчиво (такие ДСО называются ДСО с отрицательной метацентрической высотой). При $\theta \geq \theta_0$ и L_{\max} плечо $l(\theta)$ становится положительным. Поэтому такие суда плавают с начальными углами крена $\theta = \theta_0$ или $\theta = -\theta_0$. Такие диаграммы ДСО бывают у аварийных судов при затоплении ряда отсеков, у судов с лесом при неправильной его загрузке. Способствует появлению начального крена обледенение верхней палубы и надстроек. Чтобы спрямить корабль при ДСО на рис. 1.25, в нельзя применять поперечное перемещение груза, т. к. это приведет к увеличению крена на противоположный борт, а надо восстановить начальную остойчивость. Для этого осуществляют мероприятия по снижению ЦТ корабля. Это осуществляют либо переносом груза по вертикали вниз, либо приемом груза, ниже предельной плоскости. Первый вариант обычно трудноосуществим, т. к. разово тяжело переместить в уже загруженные трюмы дополнительный груз. Поэтому на практике широко используют второй вариант путем приема забортной воды в балластные цистерны, расположенные в междудонном пространстве.

На всех диаграммах точка A характеризует максимум плеча статической остойчивости l_{\max} , а соответствующий угол обозначается Q_{\max} . Точка C характеризует угол, при котором плечо статической остойчивости становится нулевым и судно теряет статическую остойчивость. Эта точка на ДСО называется закатом диаграммы, а соответствующий угол обозначается $\theta_{\text{зак}}$. Для ДСО на рис. 1.25, в угол Q_{\min} соответствует точке A_1 .

Свойства ДСО.

1. Плечи статической остойчивости и восстанавливающие моменты, имеющие знак плюс, расположены над осью абсцисс, а имеющие знак минус – под осью абсцисс.

2. Близкая к началу координат часть ДСО представляет собой прямую линию. При малых углах крена θ изменение диаграммы подчиняется метacentрической формуле остойчивости:

$$M_B = Dh\theta,$$

где θ – угол крена в радианах.

Но $M_B = Dl$, а $l = h\theta$, поэтому зависимость между l и θ является линейной и изображается прямой линией.

3. Касательная к ДСО в начале координат отсекает на перпендикуляре к оси абсцисс, восстановленном в точке $\theta = 57,3^\circ$, отрезок AB , который в масштабе плеч статической остойчивости равен начальной метacentрической высоте (h).

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{l}{\theta}, \text{ но } l = h\theta \Rightarrow \operatorname{tg}\alpha = h.$$

Но $\operatorname{tg}\alpha = \frac{AB}{OB}$ (рис. 1.26), при $OB = 1$ рад, $\operatorname{tg}\alpha = AB = h$.

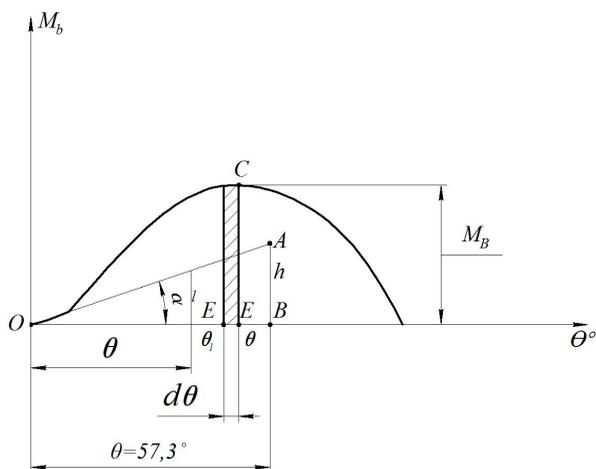


Рис. 1.26. Схема для анализа свойств ДСО

4. Часть площади ДСО S в масштабе моментов, расположенная слева от данной ординаты, M_B представляет собой работу восстанавливающего момента $T_{\text{восст}}$ при выпрямлении судна от угла крена θ_1 , при котором проведена эта ордината, до прямого положения ($\theta = 0$), или работу наклонения судна из прямого положения до угла крена θ_1 (рис. 1.27).

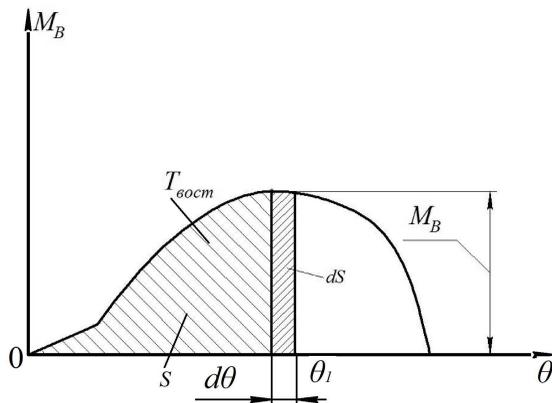


Рис. 1.27. Схема для расчета работы восстанавливающего момента $T_{\text{восст}}$ с помощью ДСО

Выделим на рис. 1.27 элемент площади ДСО:

$$dS = -M_B d\theta.$$

Знак « $-$ » в уравнении показывает, что угол крена θ при выпрямлении корабля уменьшается. Уравнение показывает, что элементарная площадка dS равна элементарной работе $dT_{\text{восст}}$ восстанавливающего момента M_B . После интегрирования получим

$$S = -\int_{\theta}^0 M_B d\theta = \int_0^{\theta} M_B d\theta = T_{\text{восст}} \quad \text{или} \quad S = T_{\text{восст}}.$$

5. При крене, соответствующем восходящей ветви ДСО, положение судна является остойчивым, а при крене, соответствующем нисходящей ветви ДСО, положение судна является нестойчивым.

$$M_B = Dl = D[y_0 \cos \theta + (z_0 - z_c) \sin \theta - a \sin \theta].$$

1.14. Составляющие восстанавливающего момента и плеча статической остойчивости при больших углах крена

Подобно тому, как при малых углах крена восстанавливающий момент M_B состоял из момента остойчивости формы M_ϕ и момента остойчивости веса M_g , при больших углах крена также можно записать:

$$M_B = Dl = M_\phi - M_g, \quad (1.63)$$

где в соответствии с формулой (1.62)

$$M_\phi = D[y_\theta \cos \theta + (z_\theta - z_c) \sin \theta], \quad (1.64)$$

$$M_g = Da \sin \theta = D(z_\theta - z_c) \sin \theta. \quad (1.65)$$

Из (1.64) следует, что M_ϕ зависит только от формы корпуса и положения ЦВ. Чем больше величина M_ϕ , тем больше будет значение восстанавливающего момента M_B , действующего на судно при крене.

Величина M_g в основном зависит от положения ЦТ судна и действует в противоположном направлении по отношению к моменту M_B снижая таким образом величину последнего и, следовательно, остойчивость судна.

Представляя составляющие момента M_B через произведения:

$$\left. \begin{aligned} M_\phi &= Dl_\phi \\ M_g &= Dl_g \end{aligned} \right\} \quad (1.66)$$

и принимая во внимание (1.64), (1.65), можно записать:

$$l_\phi = y_\theta \cos \theta + (z_\theta - z_c) \sin \theta, \quad (1.67)$$

$$l_g = a \sin \theta = (z_g - z_c) \sin \theta, \quad (1.68)$$

где l_ϕ – плечо остойчивости формы;

l_g – плечо остойчивости веса.

Таким образом, учитывая (1.67), (1.68) и (1.50), для плеча l статической остойчивости можно записать:

$$l = l_\phi - l_g. \quad (1.69)$$

Геометрически плечо остойчивости формы l_ϕ равно длине перпендикуляра (отрезок $\overline{G_0R}$ на рис. 1.24), опущенного из ЦВ (точка C_0) на линию поддержания C_0RK (рис. 1.24).

Геометрически плечо остойчивости веса l_g характеризуется отрезком C_0E (рис. 1.24), величина которого при данном угле крена θ зависит от возвышения ЦТ над ЦВ (отрезок $\overline{GC_0} = z_g - z_c$).

Приведенные выражения (1.63), (1.64), (1.66)–(1.69) являются основными при расчете остойчивости на больших углах крена.

1.15. Производная от плеча статической остойчивости по углу крена. Обобщенная метацентрическая высота

Продифференцируем (1.61) по углу крена θ и получим:

$$\begin{aligned} \frac{dl}{d\theta} = & \frac{dy_\theta}{d\theta} \cos \theta - y_\theta \sin \theta + \\ & + \frac{d(z_\theta - z_c)}{d\theta} \sin \theta + (z_\theta - z_c) \cos \theta - a \cos \theta. \end{aligned} \quad (1.70)$$

В соответствии с (1.44):

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy_\theta}{d\theta} = r_\theta \cos \theta \\ \frac{d(z_\theta - z_c)}{d\theta} = r_\theta \sin \theta \end{aligned} \right\}. \quad (1.71)$$

Подставляя (1.71) в (1.70) получим:

$$\frac{dl}{d\theta} = r_\theta \cos^2 \theta - y_\theta \sin \theta + r_\theta \sin^2 \theta - a \cos \theta + (z_0 - z_c) \cos \theta \quad (1.72)$$

или

$$\frac{dl}{d\theta} = r_\theta - y_\theta \sin \theta + (z_0 - z_c) \cos \theta - a \cos \theta. \quad (1.73)$$

При $\theta = 0$; $\sin \theta = 0$; $\cos \theta = 1$; $r_\theta = r$; z .

$$z_\theta = z_c \Rightarrow \left. \frac{dl}{d\theta} \right|_{\theta=0} = r - a = h_0, \quad (1.74)$$

т. е. производная от уравнения (1.51) при $\theta = 0$ равна начальной метацентрической высоте h_0 .

По аналогии с (1.74) обозначают:

$$\frac{dl}{d\theta} = h_\theta, \quad (1.75, a)$$

где h_θ – обобщенная метацентрическая высота.

Для обобщенной метацентрической высоты справедливо равенство:

$$h_\theta(\theta = 0) = h_0. \quad (1.75, б)$$

Таким образом, при $\theta = 0^\circ$, h_θ обращается в начальную метацентрическую высоту. При малых углах крена начальная метацентрическая высота характеризует превышение метацентра m над ЦТ G , т. е. расстояние \overline{mG} . При больших углах крена обобщенная метацентрическая высота также характеризует превышение метацентра m_θ над ЦТ, но это будет расстояние $m_\theta K$ (рис. 1.27').

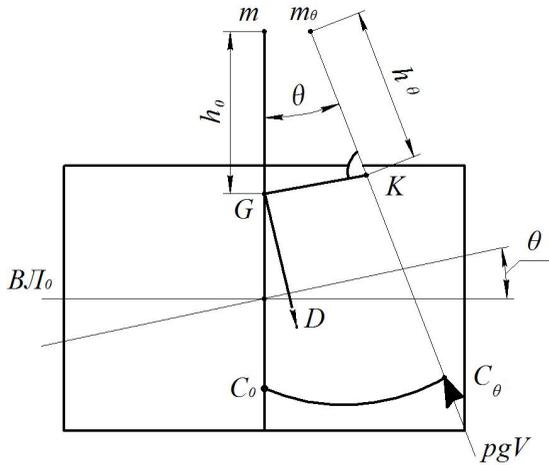


Рис. 1.27'. Схема для анализа геометрического смысла Обобщенной метацентрической высоты

На диаграмме статической остойчивости величину h_θ можно получить, проведя касательную в любой точке и отложив по горизонтальному направлению угол крена $\theta = 1$ рад (рис. 1.28, а).

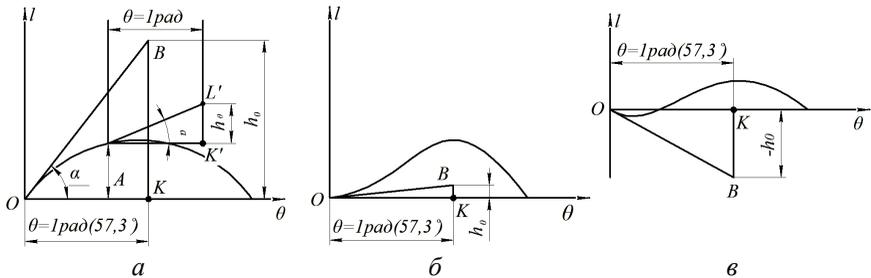


Рис. 1.28. Типовые диаграммы статической остойчивости

Тогда $\frac{dl}{d\theta} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{h_\theta}{1 \text{ рад}} = h_\theta$. Таким образом вертикальный отрезок $K'L'$, восстановленный от горизонтальной линии из точки K' , где $\theta = 1$ рад, и доведенный до касательной к диаграмме статической остойчивости (касательная проводится к ДСО в любой точке) будет характеризовать искомую обобщенную метацентрическую высоту h_θ . С другой стороны ордината касательной к ДСО в точке K , где

угол крена $\theta = 1$ рад, будет равна начальной метацентрической высоте h_0 (см. рис. 1.28, а, б, в). Из приведенных данных видно, что величина h_0 будет близкой к нулю (S -образная ДСО на рис. 1.28, б) или отрицательной (см. рис. 1.28, в).

Из рис. 1.28 видно, что для нахождения начальной поперечной метацентрической высоты h_0 необходимо провести касательную в точке $\theta = 0^\circ$ к кривой $l(\theta)$ и по оси абсцисс отложить отрезок, равный одному радиану ($\theta = 1$ рад). Метацентрическая высота h_0 определится отрезком KB , выполненным в масштабе плеч. Указанное свойство позволяет проверить правильность построения начального участка ДСО и значение начальной поперечной метацентрической высоты, вычисленной по формулам.

1.16. Динамическая остойчивость. Плечо динамической остойчивости

На судно могут действовать не только статические кренящие моменты, но и динамические, приложенные резко (качка, шквал ветра, рывок буксирного троса). В этом случае судно получает не только запас потенциальной энергии, но и кинетической. При этом вся приложенная к судну энергия должна компенсироваться работой восстанавливающего момента, которая характеризует динамическую остойчивость судна.

Работу, которую совершает корабль при наклонении, можно оценить двояко.

Из теоретической механики известно, что работа силы на линейном перемещении, совпадающем с ее перемещением, равна произведению силы на это перемещение. Применительно к наклонению судна работа T будет производиться при подъеме силы веса D на расстояние d (рис. 1.29).

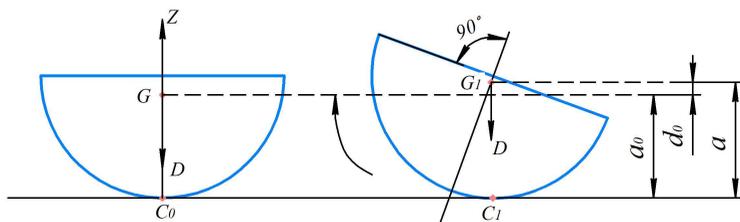


Рис. 1.29. Подъем ЦТ при качении твердого полуцилиндра по плоскости

При этом работа T будет равна:

$$T = D \cdot d, \quad (1.76)$$

где D – сила веса, Н;

d – изменение расстояния по высоте между центрами тяжести и величины (точки G и C_0 , G'_1 и C_1) или иначе плечо динамической остойчивости. Начальное расстояние между точками G и C_0 при этом равняется a_0 .

Определенная аналогия с наклоном корпуса судна имеет место при качении полуцилиндра по плоскости. При этом (рис. 1.29) ЦТ полуцилиндра G_1 поднимается над точкой опоры C_1 , на что тратится энергия. Величина подъема точки G_1 над точкой опоры C_1 будет равна a .

С другой стороны, при резком наклонении корабля на угол крена $d\theta$ будет совершаться работа T , направленная на преодоление сопротивления от действия восстанавливающего момента M_B . Величину этой работы можно определить из выражения:

$$T = \int_0^{\theta} M_B d\theta = D \int_0^{\theta} l d\theta. \quad (1.77)$$

Но $T = Dd \Rightarrow$ приравняв (1.76) и (1.77), получим:

$$d = \frac{T}{D} = \int_0^{\theta} l d\theta. \quad (1.78)$$

Таким образом, плечо динамической остойчивости d будет равно работе восстанавливающего момента, приходящейся на единицу веса водоизмещения при крене судна на угол $d\theta$.

Из формул (1.78) и (1.74) следует, что первая производная θ равна плечу:

$$\frac{d'}{d\theta} = l; \quad (d' = l) \quad (1.79)$$

и

$$d'' = h_{\theta}. \quad (1.80)$$

Для графического определения величины d проанализируем выражение (1.76), которое в соответствии с рис. 1.28 представим в таком виде:

$$T = D(a - a_0). \quad (1.81)$$

Т. е. работа при подъеме веса D определяется произведением этого веса на изменение расстояние между ЦВ и ЦТ. Это изменение в начальном и конечном положениях судна геометрически и будет являться плечом динамической остойчивости d :

$$d = a - a_0. \quad (1.82)$$

Учитывая сказанное, величину d определим графически. Для этого необходимо от точки K (рис. 1.30) отложить по линии C_0M_0 отрезки $KC_0 = a$ и $KN = a_0$.

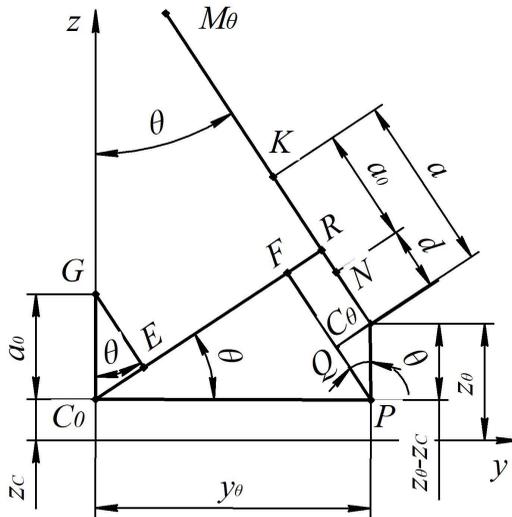


Рис. 1.30. Схема для определения плеча динамической остойчивости

Тогда отрезок \overline{NC}_θ будет характеризовать d , т. е. изменение расстояния по высоте между ЦТ и ЦВ:

$$\overline{NC}_\theta = d.$$

По построению на рис. 1.30 плечо $d = \overline{NC}_\theta = \overline{KC}_\theta - a_0 = a - a_0$, где a – расстояние между ЦГ и ЦВ в конечном положении судна, равняется отрезку длиной \overline{KC}_θ . В свою очередь $\overline{KC}_\theta = \overline{KR} + \overline{FP} - \overline{QP}$. Из схемы на рис. 1.30 видно, что

$$\overline{KC}_\theta = a_0 \cos \theta + y_\theta \sin \theta - (z_\theta - z_c) \cos \theta. \quad (1.82, a)$$

Окончательно, в результате преобразования выражения (1.82, а) с учетом (1.82), получим:

$$\begin{aligned} d &= a_0 \cos \theta + y_\theta \sin \theta - (z_\theta - z_c) \cos \theta - a_0 = \\ &= y_\theta \sin \theta - (z_\theta - z_c) \cos \theta - a_0 (1 - \cos \theta). \end{aligned} \quad (1.83)$$

Уравнение (1.83) является основным для определения плеча динамической остойчивости при конечных углах крена θ .

1.17. Диаграмма динамической остойчивости (ДДО)

Если результаты расчета по (1.83) откладывать в виде отрезков d по оси Od , то получим точки для построения графика (рис. 1.31), называемого диаграммой динамической остойчивости $d = f(\theta)$.

Поскольку, учитывая (1.78)

$$d = \int_0^\theta l d\theta,$$

то диаграмма $d = f(\theta)$ является интегральной кривой по отношению к диаграмме статической остойчивости (рис. 1.31).

Характерным точкам диаграммы $d(\theta)$ – начало O , точка перегиба A , точка B (максимума диаграммы) соответствуют характерные точки ДСО (см. рис. 1.31). Так, например, точка A соответствует максимуму диаграммы статической остойчивости (точка A'), а точка B – точке B' ее заката, т. е. кривая $d(\theta)$ имеет max и точку пере-

Для построения ДДО используются данные ДСО, с которой берутся значения ординат (плечи l) и подставляются в формулу (1.78):

$$d = \int_0^{\theta} l d\theta.$$

Применяя для этого интеграла с переменным верхним пределом формулу квадратур, получим:

$$d = \frac{\delta\theta}{2} \sum_{\text{инт}} l, \quad (1.84)$$

где $\delta\theta$ – угловой промежуток, рад, равный $\Delta\theta/57,3^\circ$;

$\sum_{\text{инт}} l$ – интегральная сумма плеч l .

Схема вычисления плеч ДДО по формуле (1.78) для заданных значений угла крена θ приведена в таблице 1.2.

Таблица 1.2

Табличная схема расчета плеч динамической остойчивости

| Угол крена, θ° | Плечо статической остойчивости, l | Интегральная сумма, $\sum_{\text{инт}} l$ | Плечо динамической остойчивости, $d = \frac{\Delta\theta}{2} \sum_{\text{инт}} l$ |
|----------------------------|-------------------------------------|---|---|
| 0° | 0 | 0 | 0 |
| 10° | l_{10} | A | d_{10} |
| 20° | l_{20} | B | d_{20} |
| 30° | l_{30} | C | d_{30} |

1.18. Кривые ЦВ и метацентров. Полярная диаграмма

Если для ряда углов крена $\theta = (10^\circ, 20^\circ, 30^\circ, \dots)$ нанести положения ЦВ и метацентров, отложить плечи статической и динамической остойчивости, плечи остойчивости формы и соединить соответствующие точки плавными кривыми, то получится диаграмма, изображенная на рис. 1.32.

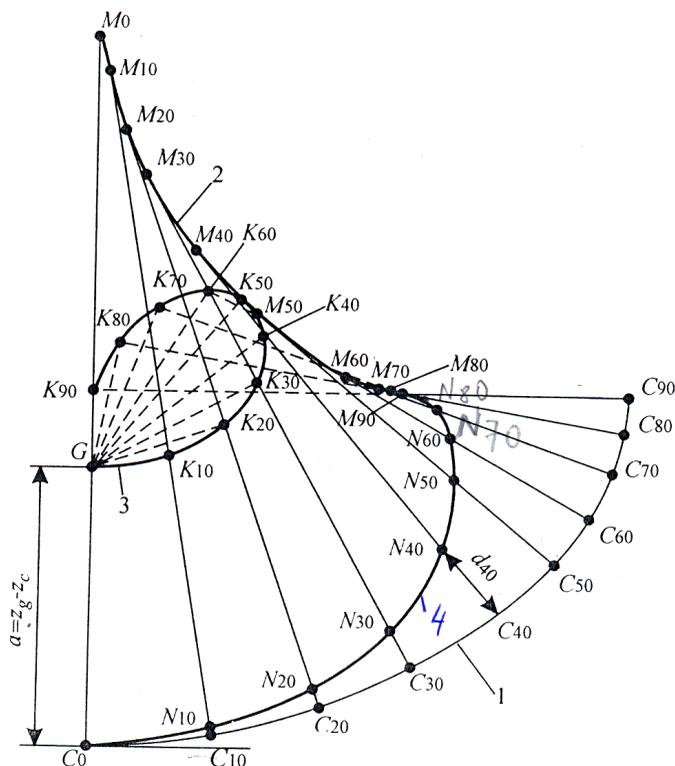


Рис. 1.32. Кривая ЦВ (1), кривая метацентров (2), полярная диаграмма (3)

На этой диаграмме кривая метацентров (2) будет геометрическим местом центров кривизны кривой ЦВ (1), т. е. эволютой или огибающей нормалей; кривая ЦВ (1) будет эвольвентой или разверткой кривой метацентров.

Эти кривые обладают следующими свойствами:

1. Касательная к кривой ЦВ (1) показывает положение ватерлинии при заданном угле крена θ .
2. Линия действия силы поддержания, проведенная из соответствующего ЦВ перпендикулярно плоскости действующей ватерлинии, будет нормальной к кривой ЦВ (1).
3. Радиус кривизны кривой ЦВ (1) в данной точке равен метацентрическому радиусу, вычисленному для площади действующей ватерлинии.

Зная положение лишь M_θ и C_θ для различных углов крена θ , можно быстро получить графическим способом плечи статической и динамической остойчивости, плечи остойчивости формы, метацентрические радиусы и т. п.

Если из ЦТ точки G опустить перпендикуляр на линию действия силы поддержания в точку K , то длина этого перпендикуляра \overline{GK} будет характеризовать плечо статической остойчивости (l). Производя это построение для нескольких углов θ , получим ряд точек K_θ и соответствующих плеч статической остойчивости. Огибающая всех точек K_θ называется полярной диаграммой статической остойчивости (плеч статической остойчивости).

Если от точек диаграммы статической остойчивости отложить отрезки длиной $a = z_g - z_c$, то получим плавную кривую $C_0N_{10}\dots N_{90}$, называемую полярной диаграммой динамической остойчивости 4.

На этой диаграмме будут расположены окончания плеч динамической остойчивости d . А сами плечи будут характеризоваться отрезками $N_{10}C_{10}\dots N_{90}C_{90}$, расположенными между кривой ЦВ (l) и полярной диаграммой динамической остойчивости 4.

1.19. Расчет плеч остойчивости формы

Плечо остойчивости формы определяется по известной формуле:

$$l_\phi = y_\theta \cos \theta + (z_\theta - z_c) \sin \theta,$$

где y_θ и z_θ – текущие координаты ЦВ при больших углах крена;

z_c – аппликата ЦВ в исходном положении судна при его посадке прямо и на ровный киль.

Учитывая ранее полученные выражения (1.30), можно записать

$$\left. \begin{aligned} y_\theta &= \int_0^\theta r_\theta \cos \theta d\theta \\ z_\theta - z_c &= \int_0^\theta r_\theta \sin \theta d\theta \\ z_\theta &= z_c + \int_0^\theta r_\theta \sin \theta d\theta \end{aligned} \right\}.$$

Аналогично из ранее полученных уравнений (1.31) следует, что координаты метacentра будут равны:

$$y_m = y_0 - r_0 \sin \theta = \int_0^{\theta} r_0 \cos \theta d\theta - r_0 \sin \theta,$$

$$z_m = z_0 + r_0 \cos \theta d\theta$$

или

$$z_m = z_c + \int_0^{\theta} r_0 \sin \theta d\theta + r_0 \cos \theta.$$

Вычислив значения метacentрического радиуса r_0 по данным табл. 1.1, можно определить по формулам (1.30) и (1.31) координаты ЦВ и метacentра плавания.

Если для интегрирования по углу крена θ применить правило трапеции, то приведенные выше формулы (1.30) можно записать в следующем виде:

$$\left. \begin{aligned} y_0 &= \frac{\Delta\theta}{2} \sum_{\text{инт}} r_0 \cos \theta \\ z_0 &= z_c + \frac{\Delta\theta}{2} \sum_{\text{инт}} r_0 \sin \theta \end{aligned} \right\}, \quad (1.30')$$

где $\Delta\theta$ – угловой промежуток в радианах, равный угловому промежутку $\Delta\theta$ в градусах, деленному на $57,3^\circ$.

Практические вычисления координат ЦВ по (1.30') и метacentра по (1.31) целесообразно проводить по табличной схеме. Исходные данные для соответствующих значений угла крена $\Delta\theta$ следует искать в табл. 1.1 или на вспомогательных графиках $r_0 = f(\theta)$.

Используя значения координат ЦВ, плечи статической и динамической остойчивости вычисляются по ранее полученным формулам (1.66)–(1.68):

$$l_{\phi} = y_{\theta} \cos \theta + (z_{\theta} - z_c) \sin \theta,$$

$$l_d = a_0 \sin \theta = (z_d - z_c) \sin \theta,$$

$$l = l_{\phi} - l_d = y_{\theta} \cos \theta + (z_{\theta} - z_c) \sin \theta - a_0 \sin \theta.$$

Плечо динамической остойчивости вычисляется по ранее полученной формуле (1.83):

$$d = y_{\theta} \sin \theta + (z_{\theta} - z_c) \cos \theta - a_0 (1 - \cos \theta).$$

Для нахождения значений l_{ϕ} , l_d , l и d предварительно по табл. 1.3 определяют координаты ЦВ и метacentра.

Таблица 1.3

Исходные данные для расчета координат ЦВ и метacentра

| № строки | | | | |
|--------------------------------|--|---|--|---|
| I | II | III | IV | V |
| углы крена θ | значения МЦР r_{θ} | $r_{\theta} \cdot \cos \theta$ | $\sum_{\text{инт}} r_{\theta} \cdot \cos \theta$ | $y_{\theta} = \frac{\Delta \theta}{2} \cdot \sum_{\text{инт}} r_{\theta} \cos \theta$ |
| 0° | r_0 | r_0 | 0 | 0 |
| 10° | r_{10} | A | A' | y_{10} |
| 20° | r_{20} | B | B' | y_{20} |
| 90° | r_{90} | C | C' | y_{30} |
| № строки | | | | |
| VI | VII | VIII | IX | X |
| $r_{\theta} \cdot \sin \theta$ | $\sum_{\text{инт}} r_{\theta} \cdot \sin \theta$ | $y_{\theta} = z_c + \frac{\Delta \theta}{2} \cdot \sum_{\text{инт}} r_{\theta} \sin \theta$ | $y_m = y_{\theta} - r_{\theta} \cdot \sin \theta$ $y_m = \text{V-VI}$ | $z_m = z_{\theta} + r_{\theta} \cdot \cos \theta$ $z_m = \text{VIII+III}$ |
| 0 | 0 | z_c | 0 | $z_c + r_0$ |
| D | D' | G | M | R |
| E | E' | K | N | P |
| F | F' | L | Q | V |

Таблица 1.4

Исходные данные для расчета плеч статической
и динамической остойчивости

| № строки | | | | | |
|---------------------------------|---|---|---|--|---|
| I | II | III | IV | V | VI |
| углы крена θ° | ординаты $y_\theta = \frac{\Delta\theta}{2} \times$ $\times \sum_{\text{инт}} r_\theta \cos \theta$ | $z_\theta - z_c =$ $= \frac{\Delta\theta}{2} \cdot \sum_{\text{инт}} r_\theta \sin \theta$ | $y_\theta \cos \theta$ II·cos θ | $(z_\theta - z_c) \sin \theta$ III·sin θ | $l_\phi = \text{IV} + \text{V}$ |
| 0° | Из V-го столбца табл. 2.3 | Из VIII-го столбца табл. 2.3 | A | E | $l_{\phi 0}$ |
| 10° | | | B | K | $l_{\phi 10}$ |
| 20° | | | C | L | $l_{\phi 20}$ |
| 90° | | | D | M | $l_{\phi 90}$ |
| l_ϕ | | | | | |
| № строки | | | | | |
| VII | VIII | IX | X | XI | XII |
| $l_d = a_0 \cdot \sin \theta$ | $l = \text{VI} - \text{VII}$ | $y_\theta \cdot \sin \theta$ | $(z_\theta - z_c) \cdot \cos \theta$ | $a_0 \cdot (1 - \cos \theta)$ | Плечо $d = \text{IX} - \text{X} - \text{XI}$ |
| l_{d0} | l_0 | N | Q | Q' | d_0 |
| l_{d10} | l_{10} | M | X | X' | d_{10} |
| l_{d20} | l_{20} | O | Z | Z' | d_{20} |
| l_{d90} | l_{90} | R | W | W'' | d_{90} |
| l | | | d | | |

Все кривые, подсчитанные по данным табл. 1.3 и 1.4, являются плавными, поэтому выпадающие расчетные точки будут свидетельствовать о неточностях вычисления. На рис. 1.33, 1.34 приведены кривые плеча остойчивости формы l_ϕ и плеч статической остойчивости l и динамической d зависимости от угла крена θ :

$$l = l_\phi - l_d = y_\theta \cos \theta + (z_\theta - z_c) \sin \theta - a_0 \sin \theta,$$

$$d = y_\theta \sin \theta - (z_\theta - z_c) \cos \theta - a_0 (1 - \cos \theta).$$

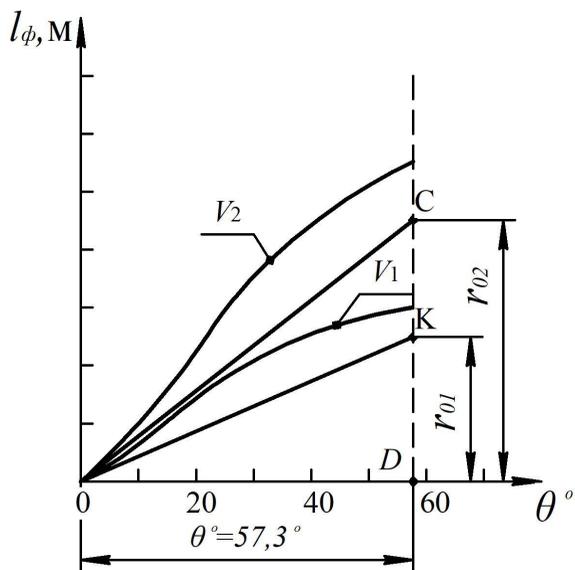


Рис. 1.33. Зависимость $l_{\phi} = f(\theta)$ при значениях объемных водоизмещений $V_1 > V_2$ и $r_{01} < r_{02}$

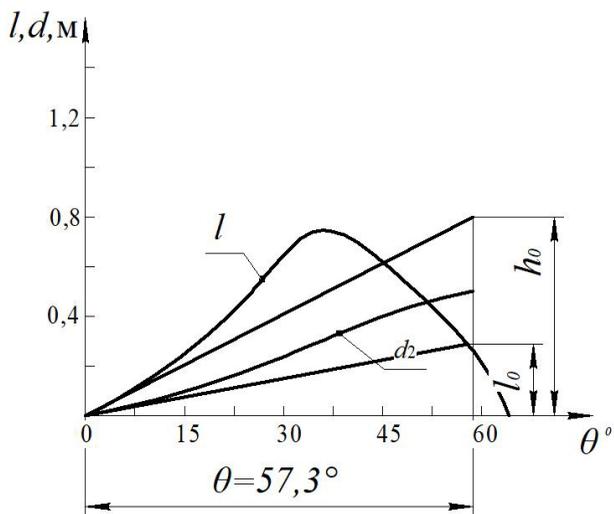


Рис. 1.34. Диаграммы статической (1) и динамической (2) остойчивости

1.20. Определение критериальных соотношений для кривой $l_\phi = f(\theta)$

Для установления критериальных соотношений, позволяющих проверить правильность построения кривой $l_\phi = f(\theta)$, проведем дифференцирование (1.67) углу крена θ . Тогда, при

$$l_\phi = y_\theta \cos \theta + (z_\theta - z_c) \sin \theta,$$

получим

$$\frac{dl_\phi}{d\theta} = \frac{dy_\theta}{d\theta} \cos \theta - y_\theta \sin \theta + \frac{d(z_\theta - z_c)}{d\theta} \sin \theta + \cos \theta (z_\theta - z_c). \quad (1.85)$$

Принимая во внимание (1.44)

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy_\theta}{d\theta} &= r_\theta \cos \theta \\ \frac{d(z_\theta - z_c)}{d\theta} &= r_\theta \sin \theta \end{aligned} \right\}$$

выражение (1.85) примет вид

$$\frac{dl_\phi}{d\theta} = r_\theta \cos^2 \theta - y_\theta \sin \theta + r_\theta \sin^2 \theta + \cos \theta (z_\theta - z_c). \quad (1.86)$$

Принимая в (1.86) $\theta = 0^\circ$, получим $\sin \theta = 0$, $\cos \theta = 1$. Тогда

$$\frac{dl_\phi}{d\theta} (\theta = 0^\circ) = r_0.$$

Таким образом, производная от плеча остойчивости формы l_ϕ по углу крена $\frac{dl_\phi}{d\theta}$ при $\theta = 0^\circ$ равна начальному поперечному метacentрическому радиусу r_0 . Это условие обычно проверяется графически, для чего на перпендикуляре к оси абсцисс, восстановленном при угле $\theta = 1 \text{ рад} = 57,3^\circ$, откладывается величина r_0 (отрезки DK

и DC на рис. 1.33) и полученная вершина этого отрезка (точки K и C) соединяется с началом координат. При этом наклонная прямая (отрезки OK и OC) должна пройти по касательной к кривой $l_\phi = f(\theta)$ в начале координат.

Для контроля правильности расчета и построения ДСО и ДДО используются соотношения $\frac{dl_1}{d\theta} = h_0$ при $\theta = 0^\circ$ и $\frac{d'}{d\theta} = l_0$ при $\theta = 0^\circ$ или $\frac{d'}{d\theta} = l_\theta$ при $\theta > 0^\circ$.

При построении диаграмм $l(\theta)$ и $d(\theta)$ следует учитывать, что между ними существуют интегральные соотношения:

1. При углах крена, когда диаграмма $l(\theta)$ пересекает ось абсцисс ($l = 0$), диаграмма $d(\theta)$ имеет экстремум.
2. При угле крена, соответствующем l_{\max} , диаграмма $d(\theta)$ имеет точку перегиба.

После построения диаграмм $l(\theta)$ и $d(\theta)$ необходимо проверить выполнение требований, предъявляемых к диаграммам нормами остойчивости Российского Морского регистра Судоходства.

2.21. Интерполяционные кривые плеч остойчивости формы

В процессе эксплуатации судно может находиться под различной нагрузкой, при этом оно будет иметь различные осадки и положения ЦТ. Чтобы не повторять громоздкие расчеты остойчивости на больших углах крена для каждого случая нагрузки применяются специальные интерполяционные кривые плеч остойчивости формы. Если они заранее построены, то для любого водоизмещения V можно установить значения $l_\phi(10^\circ)$, $l_\phi(20^\circ)$, $l_\phi(30^\circ)$ и т. д., т. е. получить зависимость $l_\phi = f(\theta)$, а затем, зная положение ЦТ, рассчитать плечи статической остойчивости по формуле:

$$l(\theta) = l_\phi(\theta) - (z_g - z_c) \sin \theta, \quad (1.87)$$

где z_g и z_c – аппликаты центров тяжести и величины соответственно.

Построение интерполяционных кривых проводится с использованием зависимостей l_ϕ , рассчитанных для ряда водоизмещений,

например, V_1, V_2, V_3 , которые выбраны так, чтобы в интервале между V_1 и V_3 находились все возможные в процессе эксплуатации водоизмещения (рис. 1.35).

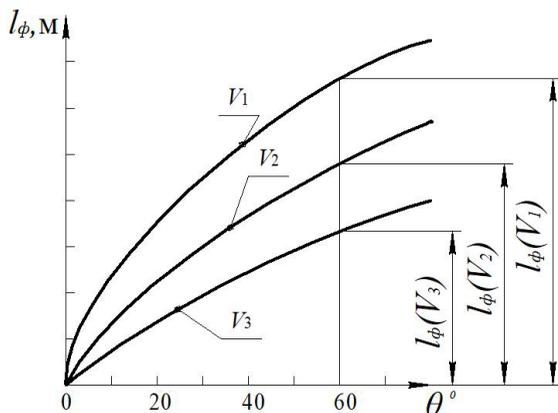


Рис. 1.35. Зависимости $l_\phi(\theta)$ для ряда водоизмещений V_1, V_2, V_3 , ($V_1 < V_2 < V_3$)

Сняв с рис. 1.35 значения $l_\phi(V_1), l_\phi(V_2), l_\phi(V_3)$ для определенного угла крена, например, для $\theta = 60^\circ$, их откладывают на вертикальной линии, соответствующей каждому водоизмещению (рис. 1.36). Затем продолжают построения для углов крена $\theta = 50^\circ, 40^\circ, 30^\circ, 20^\circ, 10^\circ$ и полученные точки соединяют плавными кривыми. При полном погружении судна ватерлиния отсутствует ($l_\phi = 0$) и объемное для этого состояния водоизмещение V_n принимает максимальное значение (рис. 1.36). Величина $l_\phi = 0$ объясняется отсутствием для этого случая ватерлинии, следовательно, момент инерции $J_x = 0$, а значит и $l_\phi = 0$.

Значение водоизмещения V_n , соответствующее полностью погруженному судну, определяется в табличной форме с применением масштаба Бонжана, где для каждого шпангоута снимается значение его площади с учетом погиби бимсов Ω_n . Тогда

$$V_n = \int_{-Ц2}^{+Ц2} \Omega_n dx, \quad (1.88)$$

где Ω_n – полная площадь погруженного шпангоута, снимаемая с масштаба Бонжана.

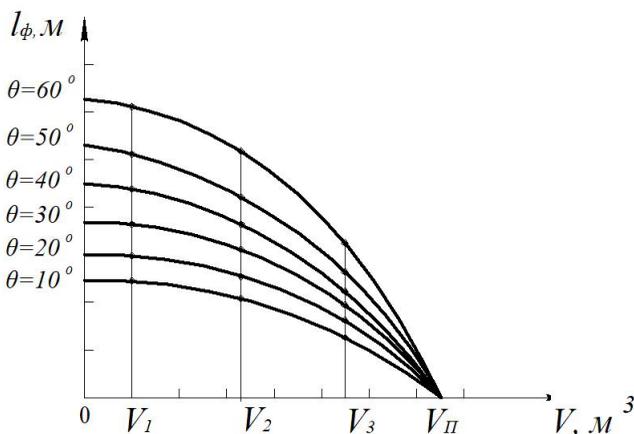


Рис. 1.36. Интерполяционные кривые плеч остойчивости формы для углов крена $\theta = 10^\circ\text{--}60^\circ$

Применяя правило трапеции, выражение (1.88) можно представить в виде:

$$V_{\Pi} = \Delta L \sum \Omega_{\Pi}, \quad (1.89)$$

где ΔL – расстояние между равноотстоящими шпангоутами;

$\sum \Omega_{\Pi}$ – исправленная сумма полных площадей (до верхней палубы) всех шпангоутов погруженного в воду судна.

С графиков на рис. 1.36 можно снять значения плеч остойчивости формы для любого значения водоизмещения и угла крена.

1.22. Диаграмма Рида и пантокарены

Диаграмма Рида – диаграмма статической остойчивости представляет собой кривую плеч статической остойчивости, построенную для заданного водоизмещения в зависимости от угла крена θ . Однако объемное водоизмещение корабля в процессе эксплуатации может быть различным. Поэтому для различных осадок будут различные диаграммы Рида. В общей постановке вопроса плечо статической остойчивости является функцией двух переменных θ и V :

$$l = f(\theta, V), \quad (1.90)$$

где θ – угол крена;

V – объемное водоизмещение.

В соответствии с (1.90) плечо статической остойчивости может быть рассмотрено как ордината поверхности, зависящая от θ и V (рис. 1.37).

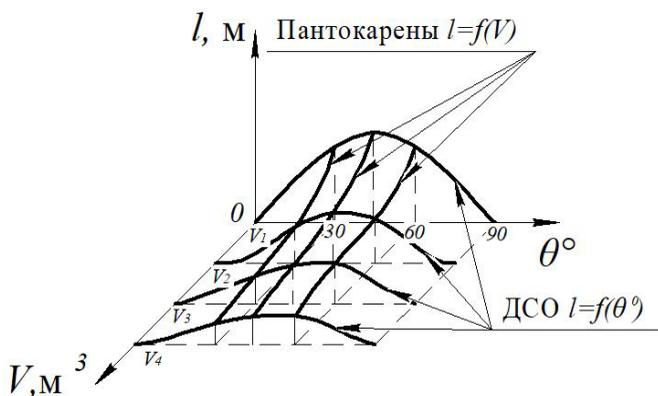


Рис. 1.37. Поверхность плеч статической остойчивости

В пересечении такой поверхности с плоскостями параллельными координатным плоскостям $l\theta$ и lV будут линии $l = f(\theta)$ и $l = f(V)$. Первое семейство кривых называется диаграммы статической остойчивости (ДСО), а второе – пантокарены.

Из сказанного следует, что, если имеется одно семейство кривых, то всегда можно построить линии второго семейства.

Имея предварительно построенные пантокарены, можно построить диаграммы статической остойчивости и затем решать вопросы прогнозирования остойчивости судна при различных режимах его эксплуатации.

1.23. Решение задач теории корабля с помощью ДСО и ДДО

При проектировании и эксплуатации корабля используются ДСО и ДДО для определения статических и динамических углов крена, возникающих при действии на судно кренящего момента. По ДСО и ДДО определяют также предельно допустимые кренящие моменты, которые способно выдержать судно без опрокидывания.

Углы крена при статическом действии кренящего момента $M_{кр}$ и восстанавливающего $M_{в}$ моментов определяются из выражения:

$$M_{кр} = M_{в}. \quad (1.91)$$

Углы крена при динамическом действии моментов $M_{кр}$ и $M_{в}$ определяют из условия равенства работ кренящего и восстанавливающего моментов:

$$T_{кр} = T_{в}. \quad (1.92)$$

где $T_{кр}$ – работа кренящего момента;

$T_{в}$ – работа восстанавливающего момента.

Углы крена, найденные по выражениям (1.91) и (1.92), называют статическими ($\theta_{ст}$) и динамическими ($\theta_{дин}$) углами крена соответственно.

1.23.1. Определение статических углов крена с помощью ДСО

Предположим, что на судно действует постоянный кренящий момент $M_{кр}$, не зависящий от угла крена θ . На рис. 1.38 он будет изображаться прямой линией KD параллельной оси абсцисс.

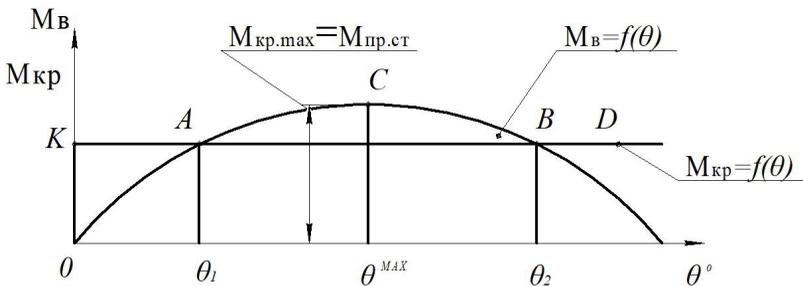


Рис. 1.38. Определение статических углов кренов с помощью ДСО при действии $M_{кр} = \text{const}$

Точки A и B на рис. 1.38 являются точками статического равновесия, т. к. в них соблюдается условие равенства кренящего $M_{кр}$ и восстанавливающего $M_{в}$ моментов:

$$M_{кр} = M_{в}.$$

В точке A угол θ_1 – угол устойчивого равновесия, т. к. при $\theta_1 + \Delta\theta$ судно под действием восстанавливающего момента M_B вернется в исходное положение (в точку A).

При угле крена $\theta_1 - \Delta\theta$ судно под действие кренящего момента $M_{кр}$ ($M_{кр} > M_B$) также вернется в исходное положение. При этом в точке A выполняется условие:

$$\frac{dM_B}{d\theta} > \frac{dM_{кр}}{d\theta}. \quad (1.93)$$

В точке B угол крена θ_2 характеризует положение неустойчивого равновесия, т. к. при угле крена $\theta_2 + \Delta\theta$ момент кренящий $M_{кр}$ становится больше восстанавливающего M_B , что приводит к дальнейшему крену судна, вплоть до его опрокидывания.

При угле крена $\theta_2 - \Delta\theta$ момент $M_B > M_{кр}$ и поэтому судно под действием восстанавливающего момента M_B возвращается в исходное положение равновесия, соответствующее точке A . В точке B имеет место следующее неравенство:

$$\frac{dM_{кр}}{d\theta} > \frac{dM_B}{d\theta}. \quad (1.94)$$

Таким образом, угол θ_1 будет являться углом устойчивого статического равновесия $\theta_{ст}$.

Если кренящий момент $M_{кр}$ принимает максимальное значение $M_{кр, \max}$, то точки A и B сольются в точку касания C , при этом судно будет находиться в безопасном равновесии, которое не является устойчивым.

Судно может плавать практически безопасно при углах крена $\theta \leq \theta_{\max}$.

При углах $\theta > \theta_{\max}$ внешние силы могут перевести судно из положения равновесия к углу заката ДСО и оно может перевернуться. Момент $M_{кр} = M_{кр, \max} = M_{пр, ст}$ называется предельным статическим кренящим моментом. Этот момент судно может выдержать не опрокидываясь. Угол θ_{\max} является предельным статическим углом кре-

на. Разница между моментами $M_{\text{пр, ст}}$ и $M_{\text{кр}}$ характеризует запас статической остойчивости судна.

1.23.2. Определение динамических углов крена с помощью ДСО

Динамические углы крена $\theta_{\text{дин}}$ находятся из условия равенства работ кренящего и восстанавливающего моментов ($T_{\text{кр}} = T_{\text{в}}$). Для определения работы моментов $M_{\text{кр}}$ и $M_{\text{в}}$ используется теорема механики о том, что работа пары сил при некотором угловом наклонении равна произведению момента этой пары на угол наклонения:

$$T = \int_0^{\theta_{\text{дин}}} M d\theta, \quad (1.95)$$

где M – момент пары сил;

$d\theta$ – бесконечно малый угол наклонения.

Для случая действия на судно динамически приложенного момента условие (1.92) принимает вид $T_{\text{кр}} = T_{\text{в}}$:

$$\int_0^{\theta_{\text{дин}}} M_{\text{кр}} d\theta = \int_0^{\theta_{\text{дин}}} M_{\text{в}} d\theta, \quad (1.96)$$

где $\theta_{\text{дин}}$ – угол крена, соответствующий углу динамического равновесия судна.

В частном случае, когда $M_{\text{кр}} = \text{const}$, уравнение (1.96) принимает вид:

$$M_{\text{кр}} \theta_{\text{дин}} = \int_0^{\theta_{\text{дин}}} M_{\text{в}} d\theta. \quad (1.96, \text{ а})$$

Аналитическое решение уравнения (1.96, а) возможно только методом последовательных приближений при условии, что подынтегральная функция известна. Однако практически уравнение (1.96, а) решают графическим путем. При этом угол $\theta_{\text{дин}}$ определяется из сле-

дующих соображений. Интегралы из уравнения (1.96) характеризуют площади фигур (прямоугольник $ODAEC$ и криволинейный треугольник OBC), ограниченные сверху моментами $M_{кр}$ и M_B , а справа абсциссой динамического угла крена $\theta_{дин}$ (рис. 1.39).

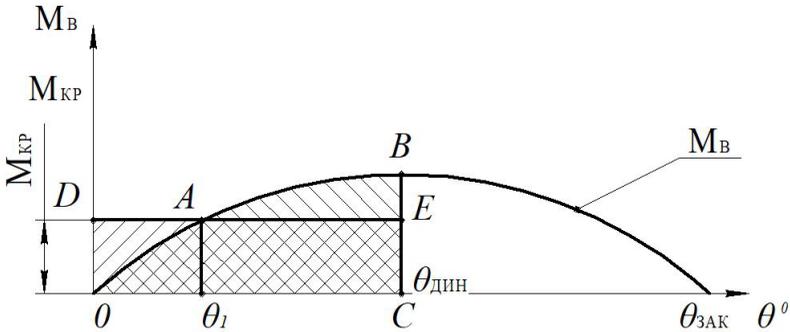


Рис. 1.39. Схема для определения динамического угла крена $\theta_{дин}$ с помощью ДСО

Из рис. 1.39 видно, что площади прямоугольника S_{ODAEC} и криволинейного треугольника S_{OBC} определяются выражениями:

$$S_{ODAEC} = M_{кр} \theta_{дин},$$

$$S_{OBC} = \int_0^{\theta_{дин}} M_B d\theta.$$

Приравняв площади S_{ODAEC} и S_{OBC} , определяют искомую величину угла $\theta_{дин}$.

Т. к. дважды заштрихованная площадь S_{OAEC} является общей, то для определения угла $\theta_{дин}$ достаточно уравнять площади криволинейных треугольников S_{ODA} и S_{ABE} (рис. 1.40).

Из построений на рис. 1.40 видно, что для одного и того же кренящего момента $M_{кр}$, но приложенного статически, либо динамически, величина динамического угла крена $\theta_{дин}$ будет больше по сравнению со статическим углом $\theta_{ст}$ ($\theta_{дин} > \theta_{ст}$).

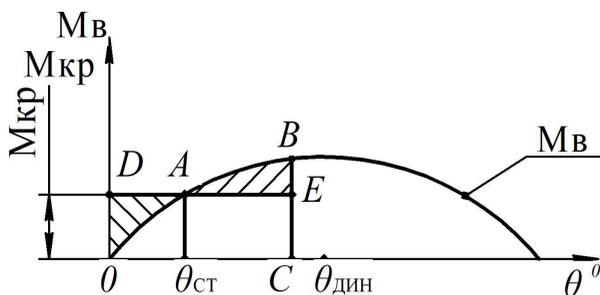


Рис. 1.40. Схема для определения угла $\theta_{\text{дин}}$ из условия равенства площадей треугольников $S_{ODA} = S_{ABE}$

1.24. Определение с помощью ДСО динамических углов крена для судна, имеющего начальный угол крена θ_0

В практике эксплуатации судна возможны случаи, когда судно плавает с некоторым начальным углом крена θ_0 , который вызван кренящим моментом M_0 .

Рассмотрим 2 случая.

Случай 1. Кренящий момент M_1 , возникающий, например, от динамического порыва шквалистого ветра, действует на судно в том же направлении, что и момент M_0 , вызывающий постоянный угол крена θ_0 (рис. 1.41, а, б).

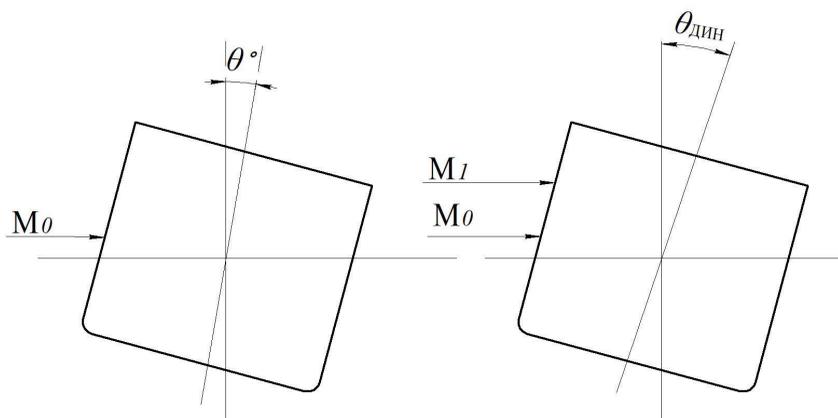


Рис. 1.41. Схемы формирования крена судна от действия начального кренящего момента M_0 (а) с последующим наложением однонаправленного кренящего шквалистого момента M_1 (б)

Поскольку направление действия этих моментов одинаковое, то по морской терминологии считается, что шквалистый момент M_1 действует с «наветра» (см. рис. 1.41, б).

Для определения угла крена $\theta_{\text{дин}}$ используем ДСО судна и покажем на ней однонаправленные моменты M_0 и M_1 (рис. 1.42). Учитывая выводы, из ранее изложенного материала, будем считать, что вертикальный отрезок \overline{BK} , полученный из условия равенства площадей криволинейных треугольников ($S_{ACD} = S_{ABF}$), при пересечении с осью абсцисс позволяет определить искомый динамический угол крена $\theta_{\text{дин}}$ в точке K (рис. 1.42).

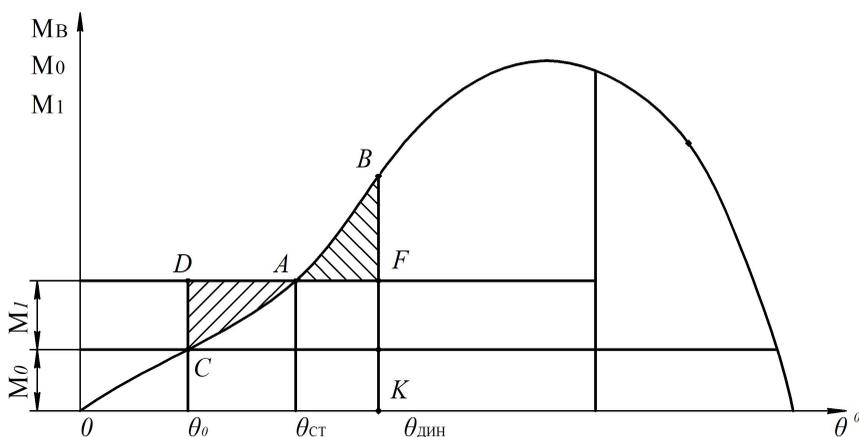


Рис. 1.42. Схема для определения ДСО динамического угла крена $\theta_{\text{дин}}$ при наложении с «наветра» динамического момента M_1 на однонаправленный статический момент M_0

При определении угла крена $\theta_{\text{дин}}$ все построения проводятся от угла крена θ_0 . Но расчет приведенных на схеме углов θ_0 , $\theta_{\text{ст}}$, $\theta_{\text{дин}}$ ($\theta_{\text{дин}} > \theta_{\text{ст}}$) проводится от начала координат.

Случай 2. Кренящий момент M_1 от действия шквалистого порыва ветра имеет направление, противоположное по отношению к статическому моменту M_0 , под действием которого судну придается начальный угол крена θ_0 (рис. 1.43, а).

Для разнонаправленных моментов M_0 и M_1 говорят, что шквалистый порыв ветра формирует момент M_1 , который действует с «подветра» и создает крен для судна, характеризуемый углом $\theta_{\text{дин}}$ (рис. 1.43, б).

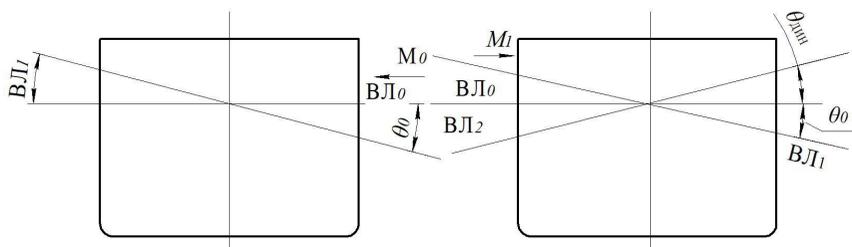


Рис. 1.43. Схемы формирования крена судна от действия разнонаправленных моментов M_0 и M_1 :

a – формирование начального угла крена статического момента θ_0 от действия статического момента M_0 ; b – формирование динамического угла крена $\theta_{\text{дин}}$ от действия с «подветра» момента M_1

Для определения угла крена $\theta_{\text{дин}}$ используем ДСО судна и покажем на ней разнонаправленные моменты M_0 и M_1 . Предположим, что под действием статического момента M_0 судно получило крен на левый борт с углом крена θ_0 (рис. 1.44).

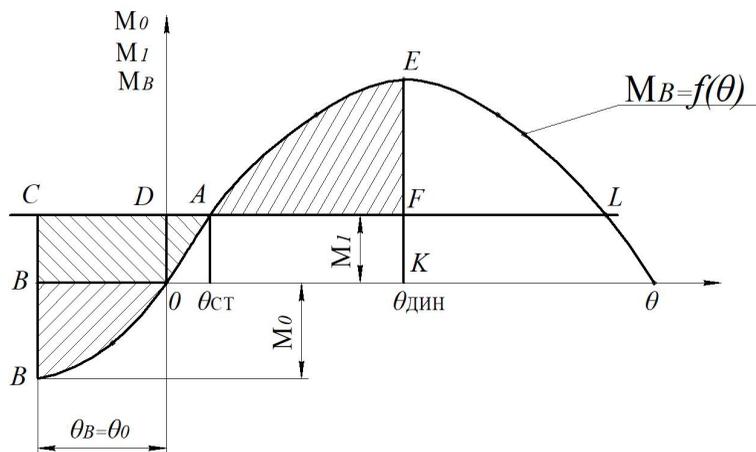


Рис. 1.44. Определение угла крена $\theta_{\text{дин}}$ при действии с «подветра» динамического момента M_1 на судно с начальным углом крена θ_0

В этом крайнем положении вместо снятого отрицательного момента M_0 к судну прикладывается противоположно направленный динамический момент M_1 , под действием которого судно резко поворачивается на правый борт с углом крена $\theta_{\text{дин}}$. Указанный дина-

мический угол крена $\theta_{\text{дин}}$ определяется из равенства площадей криволинейных треугольников $S_{ACB} = S_{AEF}$. При этом статический угол крена $\theta_{\text{ст}}$ будет находиться в точке A пересечения прямой \overline{CL} с ДСО (кривая $M_{\text{в}} = f(\theta)$).

Из рассмотрения схем на рис. 1.42 и 1.44 видно, что величина угла $\theta_{\text{дин}}$ при действии момента M_1 с «подветра» будет значительно больше, чем при действии с «наветра». Это увеличение угла $\theta_{\text{дин}}$ обусловлено тем, что в схеме с «подветра» кренящий момент M_1 действует в ту же сторону, что и восстанавливающий момент $M_{\text{в}}$. В результате сложения работы от действия этих моментов угловая скорость поворота судна при крене достигает максимального значения, что приводит к значительному увеличению угла крена $\theta_{\text{дин}}$.

1.25. Определение по ДСО предельных динамических углов крена и моментов при действии на судно с начальным углом крена момента M_1 с «наветра» и «подветра»

Для случая действия момента M_1 с «наветра» предельные значения динамического угла крена $\theta_{\text{дин, пр}}$, статического и динамического кренящих моментов $M_{\text{пр, ст}}$ и $M_{\text{пр, дин}}$ определяются из условия равенства площадей криволинейного треугольника ACD и сегмента ABC ($S_{ACD} = S_{ABC}$, где $S_{AQD} = T_{\text{кр}}$; $S_{ABC} = T_{\text{в}}$), представленных на рис. 1.45.

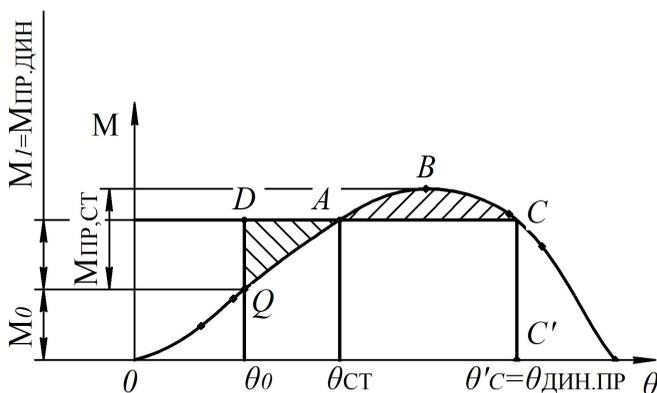


Рис. 1.45. Схема для определения по ДСО предельных значений моментов $M_{\text{пр, ст}}$ и $M_{\text{пр, дин}}$ и угла крена $\theta_{\text{дин, пр}}$ при действии на судно с начальным углом крена θ_0 динамического момента M_1 с «наветра»

Для случая действия динамического момента M_1 на судно с начальным креном θ_0 с «подветра» предельные значения моментов $M_{пр, ст}$ и $M_{пр, дин}$ и угла крена $\theta_{дин, пр}$ устанавливаются (при условии равенства нулю запаса динамической остойчивости) из равенства площадей криволинейного треугольника ADQ и сегмента ABC ($S_{ADQ} = S_{ABC}$), которое для данного случая характеризует условие равенства работ кренящего и восстанавливающего моментов $T_{кр} = T_в$ (рис. 1.46).

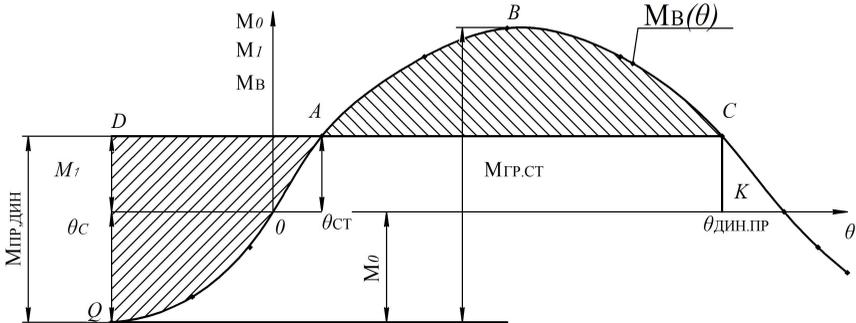


Рис. 1.46. Схема для определения предельных значений угла $\theta_{дин, пр}$ и моментов $M_{пр, ст}$ и $M_{пр, дин}$ при действии на судно с начальным углом крена θ_0 с «подветра» динамического момента M_1

1.26. Определение углов крена и предельных моментов и углов крена с помощью ДДО

С помощью ДДО решаются те же задачи, которые решались с помощью ДСО. Так, например, если кренящий момент $M_{кр}$ не зависит от угла крена θ , то работа его определяется из выражения (1.96):

$$T_{кр} = \int_0^{\theta_{дин}} M_{кр} d\theta = M_{кр} \theta. \quad (1.97)$$

Из уравнения (1.97) видно, что работа $T_{кр}$ является линейной функцией от угла крена θ , зависящей от углового коэффициента, равного $M_{кр}$.

При этом при угле крена $\theta = 1$ рад работа $T_{кр}$ численно будет равна величине кренящего момента $M_{кр}$:

$$T_{кр} = M_{кр} \text{ при } \theta = 1 \text{ рад.} \quad (1.98)$$

Указанное условие (1.98) используется для построения графика $T_{кр}(\theta)$, т. к. в осях $T(\theta)$ работа момента $T_{кр}$ характеризуется прямой, проходящей через начало координат с угловым коэффициентом $M_{кр}$.

С учетом сказанного рассмотрим решение задачи по определению динамического угла крена $\theta_{дин}$, возникающего под действием на судно динамического момента $M_{д}$. Исходный угол $\theta_{дин}$ определяется из условия равенства работ $T_{кр} = T_{в}$ кренящего $M_{кр}$ и восстанавливающего $M_{в}$ моментов ($T_{кр} = M_{кр}\theta$; $T_{в} = \int_0^{\theta_{дин}} M_{в}d\theta$).

Графическое изображение работы $T_{в}$ восстанавливающего момента $M_{в}$ характеризуется ДДО, а работы $T_{кр}$ – лучом, выходящим из начала координат. Поэтому, для построения графика работы $T_{кр}$ из точки 0 от начала координат необходимо отложить единичный угол $\theta = 1 \text{ рад} = 57,3^\circ$ (рис. 1.47) в виде отрезка \overline{OD} . На восстановленном из точки D перпендикуляре \overline{DK} отложить в масштабе заданный кренящий момент $M_{д}$ и соединить полученную точку K с началом координат прямой линией \overline{OK} . Там, где линия \overline{OK} пересекает ДДО, выполняется условие (1.96), т. е. точка B на пересечении линий \overline{OK} и ДДО на рис. 1.47 будет соответствовать искомому динамическому углу крена $\theta_{дин}$.

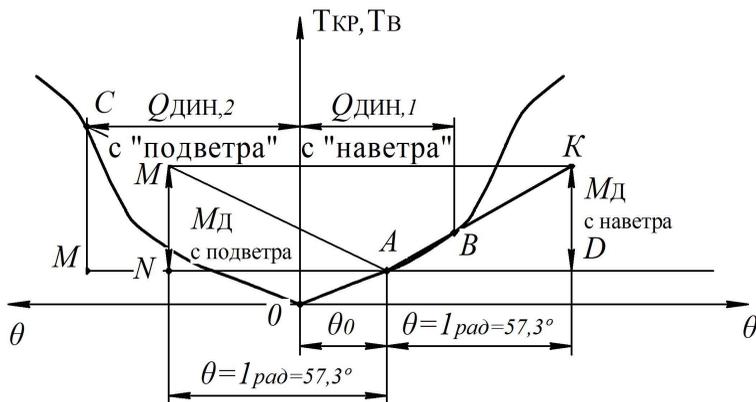


Рис. 1.47. Действие динамического момента $M_{д}$ на судно с углом наклонения θ_0 с «наветра» и с «подветра»

Для определения предельного динамического момента $M_{д, пр}$ (рис. 1.47) проводится касательная \overline{OC} к ДДО из начала координат. При этом точка касания A , спроецированная в точке A' на оси абсцисс, будет характеризовать угол $\theta_{A'}$, равный предельному динамическому углу крена $\theta_{дин, пр}$, а сам искомый момент $M_{д, пр}$ (предельный, динамический) определяется при угле крена $\theta = 1$ рад и характеризуется перпендикуляром \overline{CD} , который в масштабе будет равен $M_{д, пр} = \overline{CD}$.

1.27. Определение динамических углов крена с помощью ДДО при действии динамического момента $M_{д1}$ с «наветра» или с «подветра» в условиях качки

С помощью ДДО решается практическая задача о воздействии динамического кренящего момента на качающееся судно. При этом рассматриваются 2 случая:

1. Шквал действует на судно со стороны вошедшего в воду борта в момент, когда угол крена при качке достигает своего максимального значения, равного θ_0 (случай с «подветра»).

2. Шквал действует на судно со стороны борта, вышедшего из воды и уже имеющего наклон на угол крена $\theta = \theta_0$ (случай с «наветра»).

Решение по определению динамических углов крена в случаях 1 и 2 с помощью ДДО приведено на рис. 1.48.

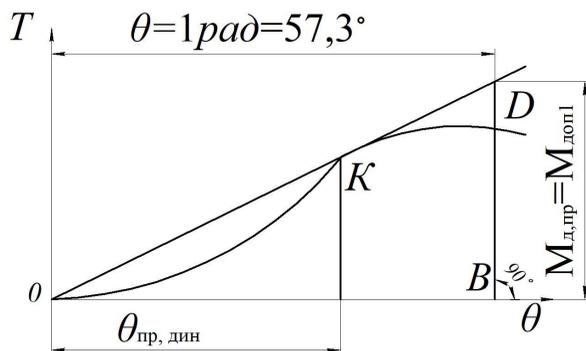


Рис. 1.48. Схема определения предельных углов опрокидывания $\theta_{пр, дин}$ и предельного момента $M_{доп1}$

Для определения динамических углов крена на судно, качающееся с амплитудой качки $\theta = \theta_0$ от точки A на ДДО вправо и влево откладываются 2 отрезка \overline{AD} и \overline{AN} одинаковой длины, равной единичному углу $\theta = 1$ рад. На восстановленных из точек D и N перпендикулярах откладывают в масштабе моментов 2 отрезка \overline{KD} и \overline{NM} , характеризующих величину действующих динамических моментов M_d с «наветра» и «подветра». Соединяя вершины отрезков \overline{KD} и \overline{NM} с точкой A , получают 2 луча \overline{AK} и \overline{AM} , которые представляют работу заданных динамических моментов M_d . Там, где эти лучи пересекают ДДО в точках B и C имеет место равенство работ кренящего и восстанавливающего моментов ($T_{кр} = T_v$), из которого определяются динамические углы крена $\theta_{дин1}$ и $\theta_{дин2}$. Как видно из рис. 1.47 момент M_d гораздо опаснее, когда он действует с «подветра» со стороны борта, вошедшего в воду. Это объясняется тем, что в данном случае в одном направлении действуют два момента (кренящий M_d и восстанавливающий M_v). Совместное действие этих моментов приводит к тому, что угол крена $\theta_{дин2}$ будет иметь гораздо большее значение, нежели $\theta_{дин1}$.

1.28. Определение по ДДО предельных угла опрокидывания и динамического (опрокидывающего) момента при качке судна с амплитудой θ_0

С помощью ДДО можно определить предельный динамический момент (опрокидывающий) допускаемый $M_{доп1}$ при качке судна с амплитудой θ_0 рис. 1.49.

Для этого влево от начала координат откладывается значение амплитуды качки θ_0 и на левой ветви ДДО фиксируется соответствующая точка A .

Затем из точки A проводится касательная \overline{AK} к правой ветви ДДО. Проекция точки касания K на ось абсцисс (тока K') в данном случае определяет предельный динамический угол опрокидывания $\theta_{пр,дин}$. Далее из точки A параллельно оси абсцисс откладывается отрезок \overline{AB} , равный углу крена θ в 1 радиан. Затем из точки B восстанавливается перпендикуляр \overline{BD} до пересечения с касательной

к ДДО \overline{AD} в точке D . Отрезок (перпендикуляр) \overline{BD} на рис. 1.49 в данном случае характеризует предельный динамический (опрокидывающий) момент $M_{д, пр}$, равный предельному допустимому моменту $M_{доп1}$, который соответствует углу опрокидывания судна $\theta_{пр, дин}$.

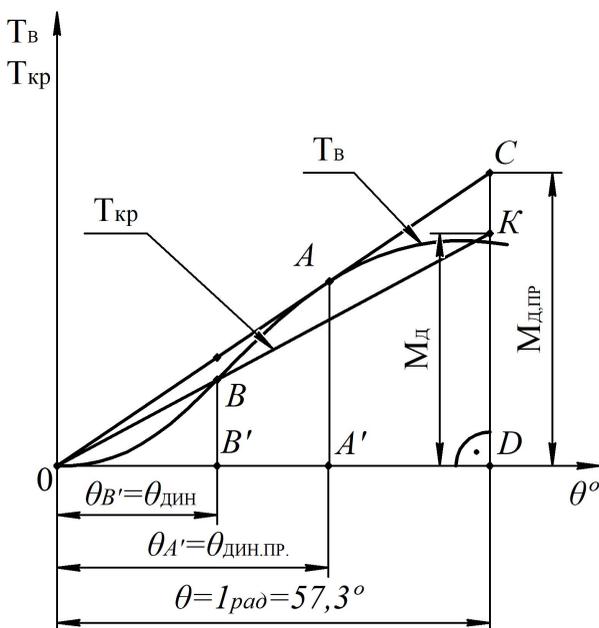


Рис. 1.49. Схема определения с помощью ДДО динамического угла крена $\theta_{дин}$ и предельных значений динамического момента $M_{д, пр}$ и угла крена $\theta_{дин, пр}$

1.29. Определение по ДДО предельно допустимого момента судна $M_{доп2}$, соответствующего углу заливания $\theta_{зал}$ с учетом начального угла крена θ_0

В бортах и палубах, включая надстройки, могут быть отверстия, которые из-за недостаточной надежности закрытия по правилам РРР, БИР или РМРС считаются открытыми. В соответствии с этими правилами наименьший угол крена, отвечающий началу входа открытого отверстия в воду, называется углом заливания $\theta_{зал}$. При этом при достижении судном угла $\theta_{зал}$ начинается заливание водой его внутренних помещений. Если на судне имеются открытые отвер-

стия, то при углах крена, превышающих угол заливания $\theta_{\text{зал}}$, судно считается полностью потерявшим остойчивость. Поэтому кривая ДДО при $\theta > \theta_{\text{зал}}$ обрывается (рис. 1.50).

В этом случае вместо касательной к ДДО проводится прямая линия \overline{AF} через точку F обрыва ДДО, которая соответствует углу крена $\theta_i = \theta_{\text{зал}}$ (см. рис. 1.50). Минимальный опрокидывающий момент $M_{\text{доп2}}$ при $\theta_i = \theta_{\text{зал}}$ определяется отрезком \overline{BD} . Положение данного отрезка на оси абсцисс рис. 1.50 соответствует углу крена $\theta = 1 \text{ рад} = 57,3^\circ$, отсчитанному с учетом начального крена θ_0 от точки A на левой ветви ДДО. Величина начального крена судна соответствует амплитуде качки θ_0 , которая рассчитывается по правилам РРР, БИР и РМРС в зависимости от ветроволнового режима того, либо иного района плавания. Указанное значение амплитуды качки θ_0 на ДДО фиксируется точкой A .

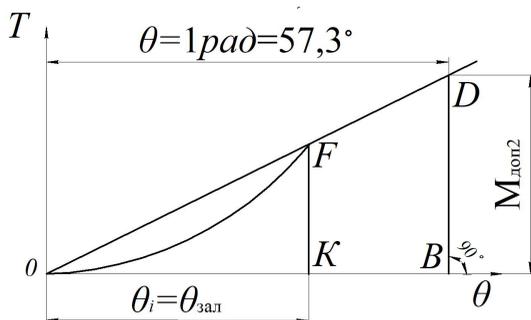


Рис. 1.50. Схема для определения по ДДО предельно допустимого момента $M_{\text{доп2}}$, соответствующего углу заливания $\theta_{\text{зал}}$

1.30. Определение по ДДО предельно допустимых моментов $M_{\text{доп1}}$ и $M_{\text{доп2}}$ без учета влияния бортовой качки

Рассмотренные выше методики определения предельно допустимых моментов $M_{\text{доп1}}$ и $M_{\text{доп2}}$ с учетом влияния бортовой качки применимы для судов классов «М» и «О», а также для судов класса «Р», которым разрешается плавание в бассейнах разряда «О» с ограничениями по погоде.

В соответствии с Правилами БИР и РРР для судов классов «Р» и «Л» предельно допустимые моменты $M_{\text{доп1}}$ и $M_{\text{доп2}}$ при проверке

остойчивости по основному критерию определяются по ДСО и ДДО как и в предыдущих случаях, но с той лишь разницей, что не учитывается влияние угла θ_0 от воздействия бортовой качки. Для судов указанных классов диаграммы устойчивости не продолжают в область отрицательных значений оси абсцисс и все построения (проведение касательной либо секущей) к ДСО (ДДО) выполняются только вправо от начала координат, от точки O (рис. 1.51, а, б).

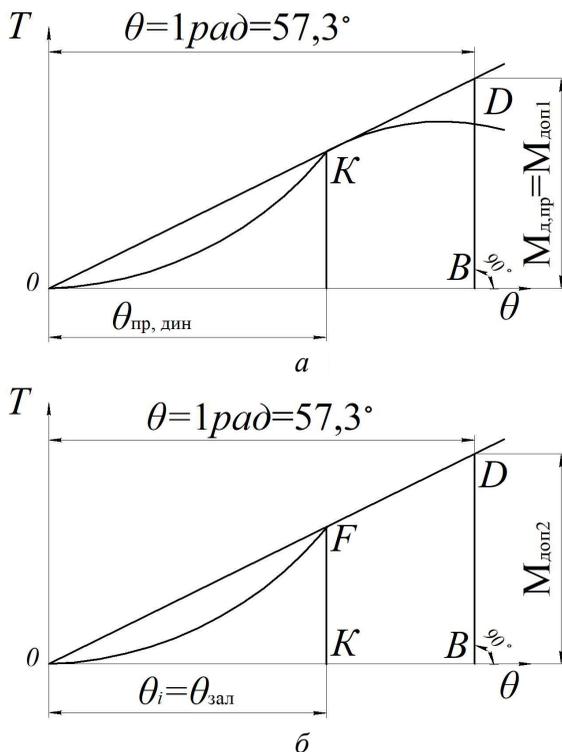


Рис. 1.51. Определение допустимых моментов $M_{\text{доп1}}$ и $M_{\text{доп2}}$ по углам опрокидывания (а) и заливания (б) без учета влияния бортовой качки

1.31. Нормирование устойчивости судна

Остойчивость судна по основному критерию считается достаточной, если при плавании на спокойной воде, или на волнении оно спо-

собно выдерживать динамически приложенное давление ветра не опрокидываясь, т. е. если соблюдается условие:

$$M_{кр} \leq (M_{доп1}; M_{доп2}), \quad (1.99)$$

где $M_{кр}$ – кренящий момент от действия порывистого ветра, кН·м;

$M_{доп1}, M_{доп2}$ – предельно допустимые (опрокидывающие) моменты при динамических наклонениях, соответствующих углам опрокидывания или заливания соответственно, кН·м.

Наряду с условием (1.99) для оценки остойчивости при воздействии динамического кренящего момента используется критерий погоды K , который представляет собой отношение опрокидывающего $M_{доп}$ и динамического кренящего $M_{кр}$ моментов:

$$K = \frac{M_{доп}}{M_{кр}} \geq 1,0. \quad (1.100)$$

Если суда эксплуатируются в тяжелых штормовых условиях, тогда критерий погоды K по согласованию с РРР или РМРС принимается даже более 1,5.

Кренящий момент от воздействия динамического порыва ветра $M_{кр}$ определяется по формуле:

$$M_{кр} = 0,001pSz, \text{ кН}\cdot\text{м}, \quad (1.101)$$

где p – условное расчетное динамическое давление ветра, Па;

S – площадь парусности судна при средней осадке по действующую ватерлинию, м²;

z – приведенное плечо кренящей пары при одновременном крене и боковом дрейфе судна, определяемые по выражению:

$$z = z_{п} - a_1T - a_2z_g, \quad (1.102)$$

где $z_{п}$ – возвышение центра парусности над основной плоскостью судна, м;

T – средняя осадка судна по действующую ватерлинию, м.

По правилам

$$z_{\Pi} = z_T + T, \quad (1.102, a)$$

где z_T – возвышение центра парусности судна (точка A на рис. 1.52) относительно плоскости действующей ватерлинии, м;

z_g – ордината ЦТ судна;

a_1, a_2 – коэффициенты, учитывающие влияние сил инерции и сопротивления воды на величину z при одновременном крене и боком дрейфе судна.

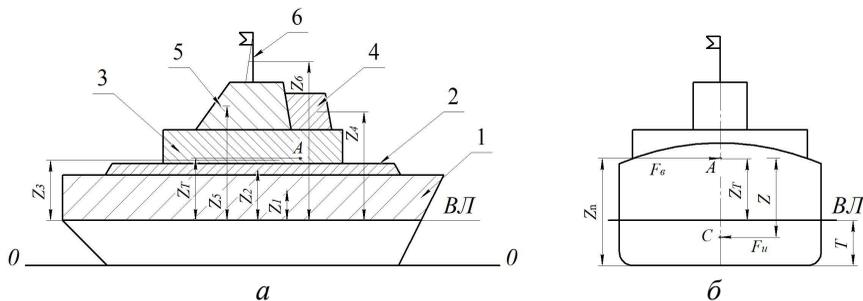


Рис. 1.52. Схемы для расчета возвышений z_T (а) и z (б)

Возвышение центра парусности z_T определяется так же, как и координаты центра тяжести плоских фигур. Для этого суммарный статический момент площади отдельных элементов парусности делится на суммарную площадь парусности S_{Π} :

$$z_T = \frac{\sum S_{\Pi,i} z_i}{S_{\Pi}}, \quad (1.103)$$

где $S_{\Pi,i}$ – площадь элементов парусности судна (1 – надводный борт; $2, 3$ – надстройки; 4 – рубка; 5 – труба; 6 – мачта; позиции $1-6$ см. на рис. 1.51, а);

z_i – ордината ЦТ парусности, относительно плоскости действующей ВЛ, м;

S_{Π} – площадь парусности – площадь проекции надводной части судна на его диаметральной плоскости в прямом положении, вычисляемая по ГВЛ (КВЛ), м².

Коэффициенты a_1 , a_2 в (1.102) определяются в зависимости от отношений B/T (B – ширина, T – осадка судна) и z_g/B (z_g – ордината ЦТ судна, B – ширина судна) по данным табл. 1.5.

Таблица 1.5

Значения коэффициентов a_1 , a_2 для расчета z по формуле (1.92)

| B/T | a_1 | z_g/B | a_2 | B/T | a_1 | z_g/B | a_2 |
|-------|-------|---------|-------|------------|-------|-------------|-------|
| 2,5 | 0,23 | 0,18 | 1,16 | 6,0 | -0,74 | 0,34 | 0,78 |
| 3,0 | 0,14 | 0,22 | 1,01 | 7,0 | -1,08 | 0,38 | 0,73 |
| 4,0 | -0,09 | 0,26 | 0,92 | 8,0 | -1,42 | 0,42 | 0,69 |
| 5,0 | -0,39 | 0,3 | 0,85 | $\geq 9,0$ | -1,82 | $\geq 0,46$ | 0,67 |

Значения динамического давления ветра принимают в зависимости от класса судна и возвышения центра парусности z_T над плоскостью ГВЛС (КВЛ) по данным табл. 1.6.

Таблица 1.6

Значения динамического давления ветра (Па)
в зависимости от класса судна и величины z_T

| Класс судна | Давление ветра, Па | Возвышение центра парусности z_T над ГВЛ (КВЛ), м | | | | | | | | | | |
|-------------|--------------------|---|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-------|
| | | 0,5 | 1,0 | 1,5 | 2,0 | 2,5 | 3,0 | 3,5 | 4,0 | 4,5 | 5 | > 5,0 |
| «М» | P , Па | 240 | 270 | 300 | 350 | 360 | 365 | 380 | 390 | 400 | 410 | 430 |
| «О» | P , Па | 200 | 235 | 270 | 295 | 315 | 330 | 345 | 355 | 365 | 375 | 395 |
| «Р» | P , Па | 165 | 205 | 240 | 265 | 285 | 295 | 310 | 320 | 330 | 340 | 360 |
| «Л» | P , Па | 145 | 185 | 220 | 245 | 265 | 275 | 290 | 300 | 310 | 320 | 340 |

1.32. Дополнительные требования по остойчивости судна

Остойчивость судна должна удовлетворять не только основному критерию погоды K , но и ряду дополнительных требований, в т. ч.:

1. Максимальное плечо ДСО l_{\max} для судов с длиной $L \leq 100$ м должно быть не менее 0,25 м:

$$l_{\max} \geq 0,25 \text{ м при } L \leq 100 \text{ м.}$$

При длине судна $L > 100$ м величина $l_{\max} \geq 0,2,5$ м при угле крена $\theta \geq 30^\circ$.

2. Угол заката ДСО $\theta_{\text{зак}}$ должен быть не менее 60° , т. е. $\theta_{\text{зак}} > 60^\circ$.

В случае обледенения угол $\theta_{\text{зак}}$ на ДСО должен быть не менее 55° , т. е. $\theta_{\text{зак}} \geq 55^\circ$.

3. Начальная метацентрическая высота h_0 с учетом действия свободных поверхностей жидких грузов при всех вариантах загрузки, за исключением судна порожнем, должна быть положительной, т. е. $h_0 > 0$.

4. Суммарная величина угла крена от скопления пассажиров у борта и от циркуляции не должна превышать $3/4$ угла заливания $\theta_{\text{зал}}$, либо угла входа палубы в воду, либо угла, при котором происходит оголение скулы (в зависимости от того, какой угол меньше).

В любом случае суммарная величина угла крена $\sum \theta_{\text{кр}}$ не должна превышать 12° ($\sum \theta_{\text{кр}} \leq 12^\circ$), или

$$\sum \theta_{\text{кр}} = (\theta_{\text{цир}} + \theta_{\text{пас}}) \leq 3/4 \theta_{\text{зал}},$$

где $\theta_{\text{цир}}$ – угол крена на установившейся циркуляции;

$\theta_{\text{пас}}$ – угол крена от скопления пассажиров у одного из бортов судна;

$\theta_{\text{зал}}$ – угол заливания.

5. Буксирные суда должны обладать достаточным запасом динамической остойчивости чтобы противостоять кренящему действию от поперечного рывка буксирного троса таким образом, чтобы угол крена от рывка буксирного троса не превышал угол заливания $\theta_{\text{зал}}$ либо угол опрокидывания $\theta_{\text{опр}}$, если последний меньше угла заливания:

$$\theta_{\text{дин}} \leq \theta_{\text{зал}} (\theta_{\text{опр}}).$$

6. Начальная метацентрическая высота должна удовлетворять следующим значениям:

– у промысловых судов $h_0 \geq 0,05$ м или $h_0 \geq 0,03B$ (B – ширина судна. Из двух указанных значений выбирается большее для расчета h_0 ;

– у морских пассажирских судов при скоплении пассажиров на верхней палубе угол статического крена $\theta_{ст, п}$ должен быть не более 0,5 угла заливания $\theta_{зал}$, при котором будет происходить заливание судна через отверстия, считающиеся открытыми:

$$\theta_{ст, п} \leq 0,5\theta_{зал}.$$

7. Проверка остойчивости при обледенении должна проводиться в предположении, что давление льда составляет $P_{л} = 300 \frac{H}{M^2}$ для общей горизонтальной проекции открытых палуб и $P_{л} = 150 \frac{H}{M^2}$ для площади парусности.

8. Угол крена пассажирских судов на установившейся циркуляции $\theta_{ц}$ (при изменении направления движения больше, чем на $90-100^\circ$) не должен превышать 8° ($\theta_{ц} \leq 8^\circ$).

2. ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПЛАВУЧЕСТИ И ОСТОЙЧИВОСТИ

Перемещение, прием и расходование грузов являются повседневными операциями в процессе эксплуатации судна. Такие операции приводят к изменению посадки (средней осадки, углов крена и дифферента) и остойчивости судна. Как правило, это изменение можно оценить по формулам начальной остойчивости.

2.1. Изменение начальной остойчивости при перемещении груза

В процессе эксплуатации, либо ремонта по судну перемещаются грузы. В общем случае перемещение груза можно разложить на три направления перемещения:

- 1) параллельно оси OZ (вертикальное);
- 2) параллельно оси OY (поперечно-горизонтальное);
- 3) параллельно оси OX (продольно-горизонтальное).

Вертикальное перемещение груза приводит к перемещению центра тяжести судна: поперечно-горизонтальное перемещение вызывает крен, а продольно-горизонтальное – дифферент судна.

Для решения ряда практических задач необходимо знать, какое изменение остойчивости, крена или дифферента влечет за собой то или иное перемещение груза. Для этого получим соответствующие формулы, обозначив вес груза через P , а изменение координат его ЦТ через Δx_p , Δy_p , Δz_p .

2.1.1. Вертикальное перемещение груза

Эта грузовая операция не влечет за собой изменения посадки судна, поскольку не сопровождается появлением моментов, поворачивающих судно относительно осей OX и OY . Однако при этом изменяется начальная остойчивость, т. к. перемещение груза весом P вдоль оси OZ на расстоянии Δz_p приводит к изменению положения ЦТ судна (точка G) на величину Δz_g .

Для определения перемещения на Δz_g используется теорема механики о перемещении ЦТ системы: «если одно из тел, входящих в систему, перемещается в каком-либо направлении, то центр тяжести

всей системы перемещается в том же направлении, а величина перемещения центра тяжести системы во столько раз меньше величины перемещения центра тяжести тела, во сколько раз вес тела меньше веса тяжести системы».

Применяя это правило к судну, с учетом схемы, приведенной на рис. 2.1 можно записать

$$\frac{\Delta z_g}{\Delta z_p} = \frac{P}{D}, \quad (2.1)$$

где Δz_g – перемещение ЦТ судна;

D – вес судна, кН;

P – вес груза, кН.

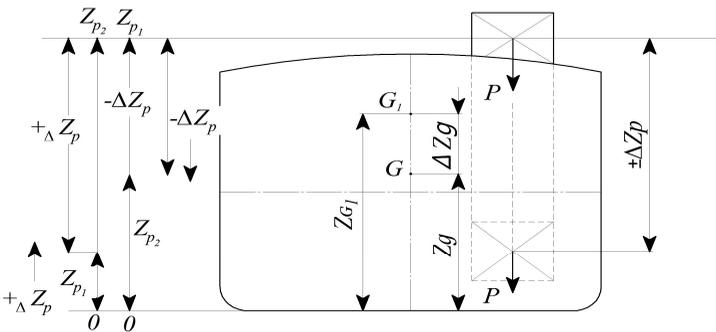


Рис. 2.1. Перемещение груза весом P по вертикальному направлению

Из (2.1) следует:

$$\Delta z_g = \Delta z_p \frac{P}{D}. \quad (2.2)$$

Из известных формул для расчета метацентрических высот:

$$h = r + z_c - z_g,$$

$$H = R + z_c - z_g.$$

Видно, что изменение метацентрической высоты в общем случае может быть определено выражениями:

$$\left. \begin{aligned} \Delta h &= \Delta r + \Delta z_c - \Delta z_g \\ \Delta H &= \Delta R + \Delta z_c - \Delta z_g \end{aligned} \right\} \quad (2.3)$$

При вертикальном перемещении груза осадка судна не изменяется, поэтому не изменяются аппликаты центра величины и метацентрические радиусы:

$$\Delta r = \Delta R = \Delta z_c = 0. \quad (2.3, a)$$

Следовательно, изменение метацентрических высот Δh и ΔH будет зависеть в данном случае только от изменения аппликаты центра тяжести судна:

$$\Delta h = \Delta H = -\Delta z_g \quad (2.4)$$

или, учитывая (2.2)

$$\Delta h = \Delta H = -\Delta z_p \frac{P}{D}. \quad (2.5)$$

Т. к. аппликата центра тяжести груза z_p отсчитывается от основной плоскости, то величина $\Delta z_p = z_{p2} - z_{p1}$ при перемещении вверх будет положительной, а при перемещении вниз – отрицательной. Поэтому метацентрическая высота $h(H)$ при перемещении груза вверх будет уменьшаться, а при перемещении вниз – возрастать.

Из (2.5) видно, что влияние вертикального перемещения груза на остойчивость тем больше, чем больше вес груза и величина его перемещения и чем меньше вес судна. С учетом сказанного, поперечный и продольный восстанавливающие моменты после вертикального перемещения груза определяются по формулам:

$$M_B = Dh_1 \sin \theta, \quad (2.6)$$

$$M_{B\Psi} = DH_1 \sin \psi. \quad (2.7)$$

Выражая углы крена и дифферента в радианах, получим:

$$M_{\text{в}} = Dh_1\theta, \quad (2.8)$$

$$M_{\text{в}\psi} = DH_1\psi. \quad (2.9)$$

где h_1 и H_1 – поперечная и продольная метацентрические высоты судна после вертикального перемещения судна.

$$h_1 = h_0 \pm \Delta h,$$

$$H = H_0 \pm \Delta H.$$

Как правило, для водоизмещающих судов грузовые операции, связанные с вертикальным перемещением грузов, оказывают слабое влияние на продольную остойчивость, поскольку продольная метацентрическая высота $H \gg \Delta H$. Однако эти же грузовые операции должны обязательно учитываться при анализе поперечной остойчивости, т. к. величины h и Δh могут иметь один и то же порядок.

2.1.2. Поперечно-горизонтальное и продольно-горизонтальное перемещение груза

При такой грузовой операции положение ЦТ судна по высоте не изменяется, поэтому сохраняются неизменными показатели продольной и поперечной остойчивости – метацентрические высоты h и H . Иначе обстоит дело с посадкой. При переносе груза весом P в поперечном направлении возникает кренящий момент (рис. 2.2), определяемый по формуле:

$$M_{\text{к}} = P\Delta y_p \cos\theta, \quad (2.10)$$

где θ – угол крена, возникающий при перемещении груза весом P в поперечном направлении;

Δy_p – величина перемещения груза в поперечном направлении.

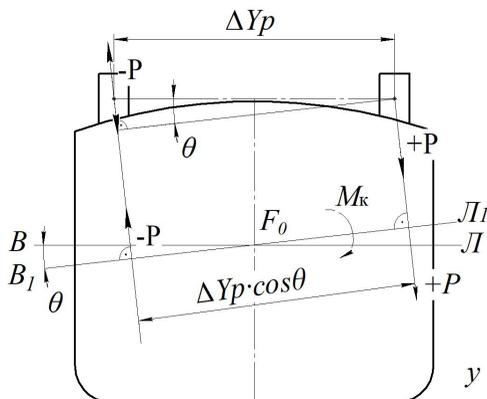


Рис. 2.2. Перемещение груза весом P в поперечном направлении параллельно плоскости начальной ватерлинии

Механически перемещение груза весом P можно представить, как приложение в центре тяжести его силы $-P$ в начальном и $+P$ в конечном положении. Следовательно, из такого подхода видно, что в результате поперечного перемещения груза создается пара сил, вызывающая наклонение корпуса судна. Моменту этой пары сил M_k , определяемому из выражения

$$M_k = P\Delta y_p \cos \theta \quad (2.11)$$

будет противодействовать восстанавливающий момент M_b , определяемый по метацентрическим формулам поперечной остойчивости. В то время как в соответствии с формулой (2.10) момент $M_{кр}$ при увеличении угла θ уменьшается, то восстанавливающий момент M_b , наоборот, увеличивается и при каком-то значении угла θ наступает их равенство, что соответствует положению равновесия корабля при новой посадке. Уравнение равновесия, соответствующее равенству моментов $M_{кр}$ и M_b , имеет вид:

$$P\Delta y_p \cos \theta = Dh \sin \theta, \quad (2.12)$$

где h – поперечная метацентрическая высота, соответствующая начальному положению плавания;

D – вес судна, сохраняющий постоянное значение при наклонении судна.

Проводя преобразования формулы (2.12), получим выражение для угла равновесия θ при поперечном перемещении груза:

$$\operatorname{tg}\theta = \frac{P\Delta y_p}{Dh} = \frac{P\Delta y_p}{\mu}. \quad (2.13)$$

Из выражения (2.13) видно, что тангенс угла, при котором корабль приходит в состояние равновесия при поперечном перемещении груза, равен моменту его перемещения $P\Delta y_p$, деленному на коэффициент поперечной остойчивости μ .

При продольно-горизонтальном перемещении груза происходит только наклонение корабля относительно поперечной центральной оси без изменения среднего углубления и начальной остойчивости. Механика наклонения та же, что и при поперечном перемещении груза.

Предположим, что груз P перемещается по длине судна на расстояние Δx_p параллельно горизонтальной ватерлинии ВЛ (рис. 2.3)

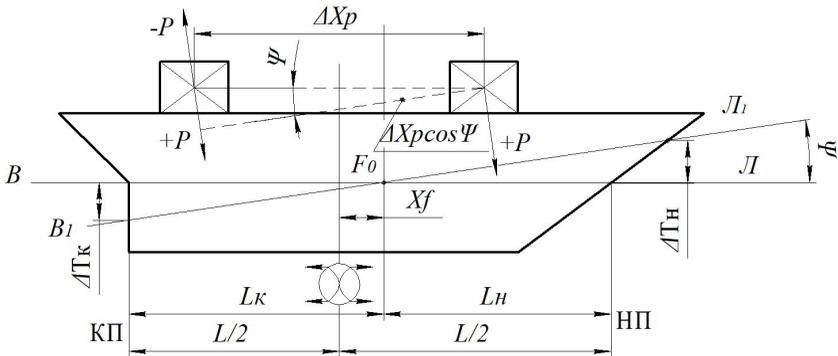


Рис. 2.3. Перемещение груза в продольном направлении, параллельном плоскости начальной ватерлинии

В результате чего создается момент перемещения $P\Delta x_p$, а в положении равновесия – дифференцирующий момент M_d :

$$M_d = P\Delta x_p \cos \psi, \quad (2.14)$$

где ψ – угол дифферента, сформированный под действием момента M_d .

Уравнение равновесия, обусловленное возникновением восстанавливающего момента при дифференте судна на угол Ψ , имеет вид:

$$P\Delta x_p \cos \psi = DH \sin \psi. \quad (2.15)$$

Из уравнения (2.15) получим формулу для расчета угла равновесия Ψ при дифференте:

$$\operatorname{tg} \psi = \frac{P\Delta x_p}{DH} = \frac{P\Delta x_p}{\mu_\Psi}, \quad (2.16)$$

где μ_Ψ – коэффициент продольной остойчивости судна.

Так как продольное наклонение, вызванное соответствующим перемещением груза, происходит относительно поперечной оси, проходящей через центр тяжести (точку F_0) пересекающихся ватерлиний ВЛ и ВЛ1, то в этом случае изменение осадки в носу ΔT_n и в корме ΔT_k можно определить по следующим выражениям:

$$\Delta T_n = \left(\frac{L}{2} - x_f \right) \operatorname{tg} \psi = \left(\frac{L}{2} - x_f \right) \frac{P\Delta x_p}{DH}, \quad (2.17)$$

$$\Delta T_k = \left(\frac{L}{2} + x_f \right) \operatorname{tg} \psi = \left(\frac{L}{2} + x_f \right) \frac{P\Delta x_p}{DH}, \quad (2.18)$$

где L – длина между перпендикулярами НП и КП;

x_f – абсцисса центра тяжести площади ватерлинии;

$P\Delta x_p$ – момент перемещения груза по длине судна.

При перемещении груза по направлению от кормы в нос осадка в носу ΔT_n увеличивается, а в корме – уменьшается. При обратном перемещении осадка в носу будет уменьшаться, а в корме – увеличиваться.

3.1.3. Изменение начальной остойчивости при приеме и расходовании малого груза

Малый груз, как известно, составляет 5–10 % водоизмещения судна. В общем случае прием (снятие) груза сопровождается изменением посадки и остойчивости. Выведем соответствующие зависи-

мости в предположении, что прием или снятие груза не сопровождается креном или дифферентом (это возможно, если центр тяжести груза лежит на одной вертикали с центром тяжести действующей ватерлинии).

Допустим, что на судно в точку A (рис. 2.4) принят груз весом P и аппликата его центра тяжести z_p . Первоначальную осадку судна обозначим через T , а ее приращение после приема груза через ΔT .

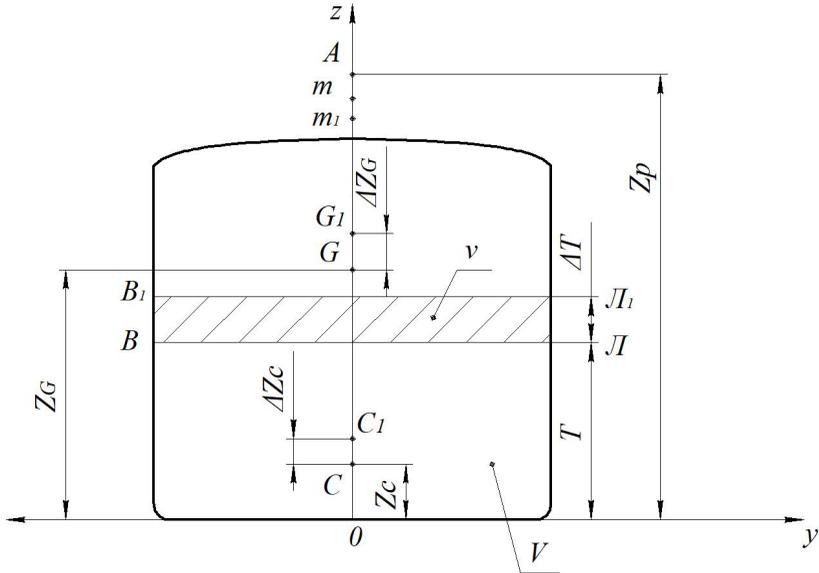


Рис. 2.4. Схема приема груза на судно без крена и дифферента

Изменение метацентрической высоты Δh после приема груза определим из выражения:

$$\Delta h = \Delta z_c + \Delta r - \Delta z_g, \quad (2.19)$$

где Δz_c – изменение аппликаты центра величины;

Δr – изменение поперечного метацентрического радиуса;

Δz_g – изменение аппликаты центра тяжести судна.

Для определения изменения аппликаты центра величины Δz_c составим уравнение моментов объемов относительно горизонтальной плоскости, проходящей через точку C (см. рис. 2.4), в которой нахо-

дился центр величины судна до приема груза весом P . Тогда можно записать:

$$(V + v)\Delta z_c = v(T + \Delta T/2 - z_c) + V \cdot 0, \quad (2.20)$$

где v – добавочный слой объемного водоизмещения, вызванный приемом груза весом P на судно;

ΔT – изменение осадки судна из-за приема груза весом P ;

V – начальное объемное водоизмещение судна до приема груза.

Умножая (2.20) на удельный вес забортной воды γ , после проведения преобразований получим

$$\Delta z_c = \frac{P}{D + P}(T + \Delta T/2 - z_c), \quad (2.21)$$

где P – вес принятого груза;

D – начальное весовое водоизмещение судна до приема груза;

z_c – начальная аппликата центра величины до приема груза.

Для определения изменения положения центра тяжести судна Δz_g составим уравнение моментов весов относительно горизонтальной плоскости, проходящей через точку G (см. рис. 2.4), в которой находился центр тяжести судна до приема груза весом P . Тогда

$$(D + P)\Delta z_g = P(z_p - z_g) + D \cdot 0, \quad (2.22)$$

где z_p – аппликата центра тяжести груза, принятого на судно;

z_g – аппликаты центра тяжести судна до приема груза;

D – начальное весовое водоизмещение судна.

После преобразования (2.22) получим выражение для расчета Δz_g в виде:

$$\Delta z_g = \frac{P}{D + P}(z_p - z_g) \quad (2.23)$$

или

$$-\Delta z_g = \frac{P}{D + P}(z_g - z_p). \quad (2.23, a)$$

Поскольку в пределах изменения осадки при приеме малого груза обводы судна принимают прямыми, моменты инерции площади ватерлинии относительно продольной центральной оси до и после приема груза (J_x и J_{x1}) будут равны между собой. С учетом этого изменение поперечного метацентрического радиуса Δr выразим следующим образом, принимая, что $J_x = J_{x1}$:

$$\begin{aligned} \Delta h = r_1 - r &= \frac{J_{x1}}{V + v} - \frac{J_x}{V} = J_x \left(\frac{1}{V + v} - \frac{1}{V} \right) = \\ &= J_x \left(\frac{V - V - v}{V(V + v)} \right) = -r \frac{v}{V + v}. \end{aligned} \quad (2.24)$$

Умножая (2.24) на удельный вес заборной воды γ , получим:

$$\Delta r = -\frac{P}{D + P} r, \quad (2.24, a)$$

где r – поперечный метацентрический радиус судна до приема груза.

Подставляя выражения (2.21), (2.23, а), (2.24, а) в (2.19), получим:

$$\Delta h = \frac{P}{D + P} \left(T + \frac{\Delta T}{2} - z_c - z + z_g - z_p \right). \quad (2.25)$$

Учитывая, что отрицательная поперечная метацентрическая высота $-h = r - z_c + z_g$, выражение (2.25) представим в виде:

$$\Delta h = \frac{P}{D + P} \left(T + \frac{\Delta T}{2} - h - z_p \right). \quad (2.26)$$

Аналогично для продольной метацентрической высоты можно записать:

$$\Delta H = \frac{P}{D + P} \left(T + \frac{\Delta T}{2} - H - z_p \right). \quad (2.27)$$

Для продольной метацентрической высоты:

$$T + \frac{\Delta T}{2} - z_p \ll H,$$

поэтому (2.27) можно представить в виде:

$$\Delta H = -\frac{P}{D+P}H. \quad (2.28)$$

Для коэффициента продольной остойчивости, принимая во внимание (2.27) и (2.28), получим

$$(D+P)H_1 \approx DH$$

или

$$\Delta(DH) \approx 0. \quad (2.29)$$

Таким образом, в результате проведенных преобразований получены зависимости для расчета новых значений водоизмещения, осадки и метацентрических высот судна после приема малого груза:

$$V_1 = V + v; \quad T_1 = T + \Delta T; \quad h_1 = h + \Delta h; \quad H_1 = H + \Delta H.$$

Дальнейший анализ сводится к определению углов крена и дифферента при перемещении принятого груза на расстояние Δy_p вдоль оси Y и на Δx_p вдоль оси OX . Тогда тангенсы углов крена ($\text{tg}\theta$) и дифферента ($\text{tg}\Psi$) с учетом (3.26), (3.28) будут равны:

$$\text{tg}\theta = \frac{P\Delta y_p}{(D+P)(h+\Delta h)} = \frac{P\Delta y_p}{D_1 h_1}, \quad (2.32)$$

$$\text{tg}\Psi = \frac{P\Delta x_p}{(D+P)(H+\Delta H)} = \frac{P\Delta x_p}{D_1 H_1}, \quad (2.32)$$

где D_1 – водоизмещение судна (весовое) после приема малого груза весом P ;

$D_1 h_1$ – коэффициент поперечной остойчивости судна после приема малого груза;

D_1H_1 – коэффициент продольной остойчивости судна после приема малого груза.

Все полученные зависимости будут справедливы и для снятия груза, для чего следует заменить знак у величины P с плюса на минус.

2.1.4. Предельная плоскость для поперечной метацентрической высоты и коэффициента поперечной остойчивости

Из анализа выражения (2.26) следует, что поперечная метацентрическая высота при приеме малого груза не изменяется ($\Delta h = 0$), если аппликата z_p принятого малого груза будет равна:

$$z_p = T + \frac{\Delta T}{2} - h. \quad (2.34)$$

Выражение (2.34) в теории корабля называется уравнением нейтральной плоскости.

Если пренебречь величиной $\frac{\Delta T}{2}$ в (2.34), то (2.34) примет вид:

$$z_p = T - h. \quad (2.35)$$

Из (2.35) следует, что если при приеме (снятии) малого груза, центр тяжести его будет лежать ниже начальной ватерлинии на величину h , то метацентрическая высота судна изменяться не будет.

Горизонтальная плоскость, проведенная ниже начальной ватерлинии на величину h , называется предельной плоскостью для метацентрической высоты. Нетрудно увидеть из (2.26) и (2.34), что при приеме груза с центром тяжести ниже предельной плоскости метацентрическая высота будет увеличиваться (при $z_p < T - h \Rightarrow \Delta h > 0$), а при приеме груза выше предельной плоскости метацентрическая высота будет уменьшаться (при $z_p > T - h \Rightarrow \Delta h < 0$). При снятии груза с судна картина будет обратной.

Из выражения (2.30) следует, что при приеме либо снятии груза изменение коэффициента поперечной остойчивости $\Delta(Dh)$ будет рав-

При этом образуется пара сил, момент которой уменьшает остойчивость корпуса.

Получим формулу, которая позволяет учесть влияние подвешенного груза на остойчивость судна. Пусть груз весом подвешен на тросе длиной l_T (см. рис. 2.5). После наклона судна центр тяжести груза переместился из точки A в точку A_1 . За счет этого смещения образуется кренящий момент $M_{кр}$, определяемый по формуле:

$$M_{кр} = Pl_T \sin \theta, \quad (2.37)$$

где P – вес груза, подвешенного на стреле крана;

Q – угол крена судна.

Восстанавливающий момент M'_B при наличии подвешенного груза:

$$M'_B = M_B - M_{кр}, \quad (2.38)$$

где M_B – восстанавливающий момент при отсутствии влияния подвешенного груза.

Так как восстанавливающий момент M_B определяется выражением:

$$M_B = Dh \sin \theta, \quad (2.39)$$

то момент M'_B будет равен

$$M'_B = Dh \sin \theta - Pl_T \sin \theta = D \left(h - l_T \frac{P}{D} \right) \sin \theta \quad (2.40)$$

или

$$M'_B = D \left(h - l_T \frac{P}{D} \right) \sin \theta. \quad (2.40, a)$$

В выражении (2.40, а) величина в скобках является новой метacentрической высотой:

$$h_1 = h - l_T \frac{P}{D}. \quad (2.41)$$

Однако, учитывая, что новая метацентрическая высота h_1 определяется по формуле:

$$h_1 = h + \Delta h, \quad (2.42)$$

где Δh – изменение метацентрической высоты, вызванное влиянием подвешенного груза.

Тогда с учетом (2.41) и (2.42):

$$\Delta h = -l_T \frac{P}{D}. \quad (2.43)$$

Из (2.43) видно, что отрицательное влияние подвешенного груза на остойчивость судна тем больше, чем больше вес груза P и длина его подвеса l_T и чем меньше весовое водоизмещение судна D . Из (2.41), (2.43) видно, что подвешенный груз уменьшает остойчивость судна на столько, на сколько она бы уменьшилась, если центр тяжести груза был бы перемещен вверх в точку подвеса O , а груз был бы закреплен в этой точке.

2.1.6. Влияние перекатывающегося груза (ПГ) на остойчивость судна

К категории ПГ в первую очередь относится колесный транспорт, а также грузы в круглой таре (бочки, рулоны, прокат металла и т. д.).

Рассмотрим перемещение ПГ весом P по криволинейной траектории с радиусом R (рис. 2.6). Считая угол крена θ малым, а траекторию движения ЦТ груза дугой окружности с радиусом R , получим выражение для кренящего момента $M_{кр}$, вызванного перекатыванием груза весом P :

$$M_{кр} = PR \sin \theta = PR\theta. \quad (2.44)$$

Восстанавливающий момент $M'_в$, рассчитанный с учетом влияния ПГ, определяется из выражения:

$$M'_в = M_в - M_{кр}, \quad (2.45)$$

где M_B – восстанавливающий момент, действующий на судно, при отсутствии влияния ПГ;

$M_{кр}$ – кренящий момент от действия ПГ, определяемый по (2.44).

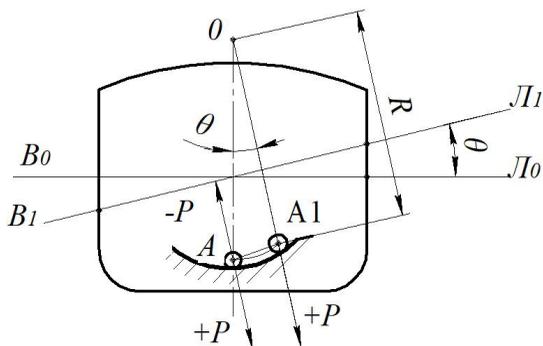


Рис. 2.6. Схема для расчета влияния перекатывающегося груза на остойчивость судна

Так как восстанавливающий момент M_B определяется по выражению:

$$M_B = Dh \sin \theta,$$

то с учетом этого, восстанавливающий момент M'_B будет равен

$$M'_B = Dh \sin \theta - PR \sin \theta = D \left(h - R \frac{P}{D} \right) \sin \theta. \quad (2.46)$$

В (2.46) выражение в скобках характеризует новую метацентрическую высоту h_1 :

$$h_1 = h - R \frac{P}{D}. \quad (2.47)$$

Рассуждая по аналогии с подвешенным грузом, приходим к выводу относительно уменьшения метацентрической высоты h_1 , которое будет определяться величиной Δh :

$$\Delta h = -R \frac{P}{D}. \quad (2.48)$$

Из (2.48) видно, что отрицательная поправка к метacentрической высоте h_1 определяется так, как будто перекатывающийся груз перенесен в центр кривизны (точка O на рис. 2.6) траектории движения. Формально при перекатывании груза по плоской поверхности (палуба, настил двойного дна) судно должно полностью утратить остойчивость и опрокинуться, т. к. $R = \infty$ и $\Delta h = \infty$. Однако реально это не происходит, т. к. угол крена будет нарастать до тех пор, пока ПГ не свалится за борт, либо не остановится, упершись в преграду. В этом случае судно будет плавать с креном, величина которого определяется выражением (2.13).

2.1.7. Влияние жидкого груза на остойчивость судна

На судах всегда имеется жидкий груз: топливо, вода, а на танкерах – перевозимый груз. Как правило, жидкость в емкости для перевозки имеет свободную поверхность, которую необходимо предусматривать для учета возможности расширения жидкости при повышении температуры. Из-за наличия свободной поверхности при наклонении судна жидкость переливается в сторону наклона, что создает дополнительный кренящий момент, уменьшающий остойчивость судна.

Для определения указанного кренящего момента будем считать, что жидкий груз в цистерне имеет свободную поверхность, уровень которой параллелен наклонной ватерлинии.

Будем считать, что при крене судна центр тяжести жидкого груза в цистерне перемещается из точки A в точку A_1 (рис. 2.7).

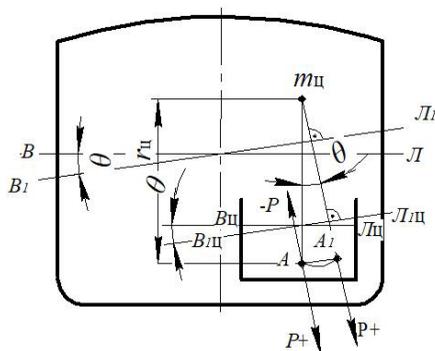


Рис. 2.7. Схема для расчета влияния жидкого груза на остойчивость судна

Но центр тяжести жидкого груза одновременно является центром величины заполненного объема цистерны, поэтому кривая $\cup AA_1$ является кривой центра величины цистерны. Радиус кривизны кривой $\cup AA_1$ представляет собой метацентрический радиус цистерны $r_{ц}$, а центр кривизны – метацентр цистерны $m_{ц}$ (см. рис. 2.7).

Дополнительный кренящий момент $M_{кр}$, вызванный перемещением жидкого груза, определяется выражением:

$$M_{кр} = P \cdot r_{ц} \sin \theta = \rho_{ж} g \nu r_{ц} \sin \theta, \quad (2.49)$$

где P – сила тяжести жидкого груза;

$\rho_{ж}$ – плотность жидкого груза;

g – ускорение силы тяжести;

ν – объем жидкого груза в цистерне;

$r_{ц}$ – метацентрический радиус цистерны.

Метацентрический радиус цистерны выразим так же, как и метацентрический радиус судна, т. е.

$$r_{ц} = \frac{i_x}{\nu}, \quad (2.50)$$

где i_x – момент инерции свободной поверхности жидкого груза, относительно продольной оси, проходящей через ее центр тяжести.

Восстанавливающий момент $M'_в$, действующий на судно в данном случае, определим из выражения

$$M'_в = M_в - M_{кр}, \quad (2.51)$$

где $M_в$ – восстанавливающий момент, действующий на судно без учета влияния жидкого груза и определяемый по известной формуле $M_в = Dh \sin \theta$;

$M_{кр}$ – кренящий момент от воздействия жидкого груза на судно, определяемый по выражению (2.49).

С учетом ранее полученных зависимостей и выражений (2.49) и (2.50) запишем выражение (2.51) в следующем виде:

$$\begin{aligned}
 M'_B &= Dh \sin \theta - P \cdot r_{ц} \sin \theta = D \sin \theta \left(h - r_{ц} \frac{P}{D} \right) = \\
 &= D \sin \theta \left(h - \frac{i_x}{\nu} \frac{\rho_{ж} g \nu}{\rho g V} \right) = D \sin \theta \left(h - \frac{\rho_{ж} i_x}{\rho V} \right),
 \end{aligned}
 \tag{2.52}$$

где V – объемное водоизмещение судна;

$\rho_{ж}$ и ρ – плотности жидкого груза и забортной воды соответственно.

В выражении (2.52) в скобках записана формула для расчета новой метацентрической высоты h_1 в виде:

$$h_1 = h - \frac{\rho_{ж} i_x}{\rho V}.
 \tag{2.53}$$

Как и при рассмотрении, например, подвешенного груза, найдем уменьшение начальной метацентрической высоты h на величину Δh за счет отрицательного влияния свободной поверхности жидкого груза:

$$\Delta h = - \frac{\rho_{ж} i_x}{\rho V}.
 \tag{2.54}$$

Аналогичным образом можно найти и поправку к продольной метацентрической высоте:

$$\Delta H = - \frac{\rho_{ж} i_{ц}}{\rho V},
 \tag{2.55}$$

где $i_{ц}$ – момент инерции площади свободной поверхности жидкого груза относительно центральной поперечной оси, параллельной оси OY .

Из выражений (2.53), (2.54) следует очень важный вывод: *влияние жидкого груза на начальную остойчивость судна не зависит от массы, а определяется только площадью свободной поверхности.*

Таким образом, свободная поверхность жидкого груза уменьшает метацентрическую высоту, а, следовательно, и остойчивости судна.

Главную роль в изменении остойчивости при крене судна играет величина момента инерции i_x , зависящая от величины и формы свободной поверхности жидкого груза.

Действительно, при наклонении судна перемещаются только поверхностные клинья жидкости, а всю остальную массу жидкости можно уподобить твердому телу. Отсюда следует практический вывод: для судна опасно не увеличение количества жидкости, а увеличение ее свободной поверхности.

Чтобы уменьшить влияние свободной поверхности жидкости на остойчивость судна, отсеки делят продольными переборками, в результате чего уменьшается величина i_x , а, следовательно, Δh . Докажем это, рассмотрев три одинаковых отсека, разделенных продольными переборками. Характер перетекания жидкости в этих случаях показан на рис. 2.8.

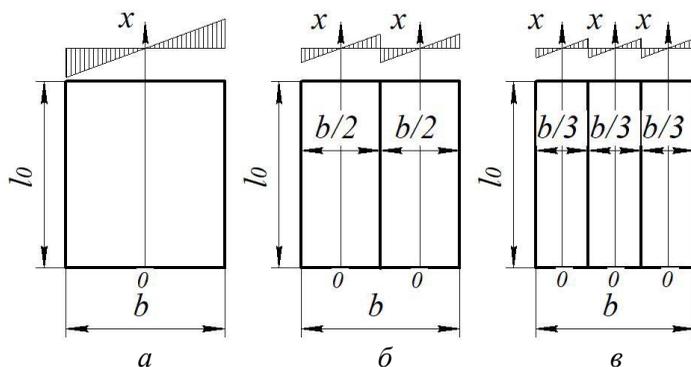


Рис. 2.8. Схема для оценки влияния наличия продольной переборки на величину момента инерции i_x площади свободной поверхности жидкого груза

Тогда в случае *a* при отсутствии продольных переборок в емкости с жидким грузом величина момента инерции площади свободной поверхности относительно оси OX будет равна:

$$i_{x1} = \frac{l_0 b^3}{12}. \quad (2.56)$$

В случае *б* при наличии одной переборки продольной, разделяющей емкость на две части:

$$i_{x2} = 2 \frac{l_0 \left(\frac{b}{2}\right)^3}{12} = \frac{l_0 b^3}{48}. \quad (2.57)$$

В случае v при наличии двух продольных переборок, разделяющих емкость на три равных части величина i_x будет равна:

$$i_{x3} = 3 \frac{l_0 \left(\frac{b}{3}\right)^3}{12} = \frac{l_0 b^3}{108}. \quad (2.58)$$

Таким образом, при делении емкости с жидким грузом на n частей величина момента инерции площади свободной поверхности уменьшается в n^2 раз, а, следовательно, отрицательная поправка $-\Delta h$ к метацентрической высоте также уменьшается в n^2 раз.

Таким образом, разделение отсеков с жидкими грузами, имеющими свободную поверхность, продольными переборками является эффективным средством снижения влияния этих грузов на поперечную остойчивость судна.

2.1.8. Изменение остойчивости при приеме (снятии) большого груза

Расчет изменения посадки и остойчивости при приеме (снятии) большого груза $m > 10\% M$ в первом приближении производится с помощью метацентрической диаграммы и метацентрических формул остойчивости. На рис. 2.9 показана метацентрическая диаграмма поперечной остойчивости.

На рис. 2.9 представлены следующие кривые: 1 – грузовой размер $M = f(z)$; 2 – возвышение поперечного метацентра над основной плоскостью $z_m = f(z)$; 3 – кривая аппликат центра величины; 4 – изменение продольного метацентрического радиуса от глубины погружения судна $R = f(z)$. С помощью этих кривых, а также учитывая, что поперечная метацентрическая высота $h = z_m - z_g$, нетрудно определить данную высоту при известных аппликатах метацент-

ра z_m и центра тяжести судна z_g . Тогда разность $z_m - z_{g0}$ позволит определить начальную поперечную метацентрическую высоту h_0 .

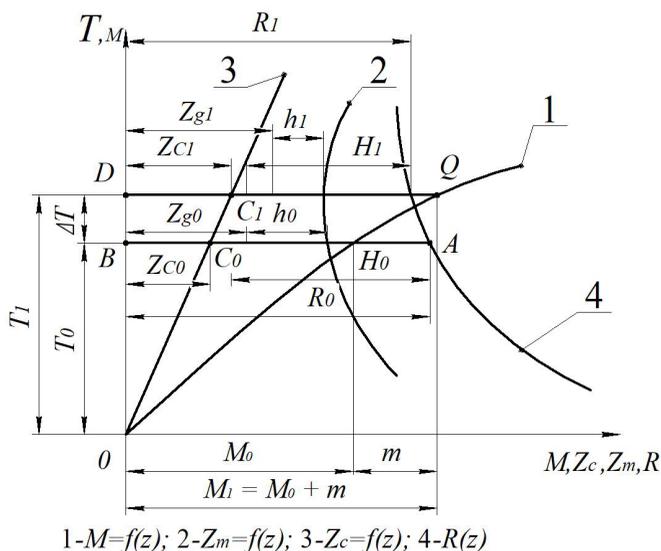


Рис. 2.9. Метацентрическая диаграмма поперечной остойчивости

При приеме на судно груза массой m для нового водоизмещения M_1 ($M_1 = M_0 + m$) по грузовому размеру $M = f(z)$ определяется изменение осадки ΔT и новая осадка T_1 ($T_1 = T_0 + \Delta T$).

Чтобы найти новую поперечную метацентрическую высоту h_1 после приема груза, необходимо предварительно рассчитать измененную аппликату центра тяжести судна z_{g1} . Для этого, используя теорему механики о статических моментах, можно записать:

$$(M_0 + m) \Delta z_g = M_0 \cdot 0 + (z_p - z_{g0}) m, \quad (2.59)$$

где Δz_g – изменение аппликаты центра тяжести судна после приема груза массой m ;

z_p – аппликата центра тяжести груза принятого на судно;

z_g – аппликата ЦТ судна, рассчитанная относительно килевой (основной) плоскости.

Из (2.59) следует, что величина Δz_g будет равна:

$$\Delta z_g = \frac{m}{M_0 + m} (z_p - z_{g0}). \quad (2.60)$$

Ранее было установлено, что

$$\Delta z_g = z_{g1} - z_{g0}, \quad (2.61)$$

где z_{g0} и z_{g1} – аппликаты центра тяжести судна до и после принятия груза m соответственно.

С учетом сказанного и принимая во внимание (2.60), (2.61), определим аппликату z_{g1} по выражению:

$$z_{g1} = z_{g0} + \frac{m}{M_0 + m} (z_p - z_{g0}). \quad (2.62)$$

Откладывая затем на горизонтальной прямой \overline{QD} , отвечающей осадке T_1 , вычисленное значение z_{g1} , определяют новое значение поперечной метацентрической высоты h_1 как разность:

$$h_1 = z_{m1} - z_{g1}, \quad (2.63)$$

где z_{m1} – аппликата метацентра, отвечающая осадке судна T_1 после приема на него груза массой m .

Наряду с поперечной h_0 по рис. 2.9 легко можно установить и продольную метацентрическую высоту H_0 . Для этого по кривой 3 $-z_c(z)$ при, например, исходных значениях водоизмещения M_0 и осадки T_0 определяется аппликата центра величины z_c (точка C_0 на кривой $z_c = f(z)$). Тогда исходная продольная метацентрическая высота H_0 может быть определена по выражению:

$$H_0 = R_0 + z_{c0} - z_{g0}. \quad (2.64)$$

Для определения продольной метацентрической высоты H после приема груза на судно необходимо предварительно по кривым 2, 3 на рис. 2.9 установить значения аппликаты z_{c1} и продольного метацентрического радиуса R_1 , соответствующие осадке T_1 , по выражению:

$$H_1 = z_{c1} + R_1 - z_{g1}. \quad (2.65)$$

Зная начальные (h_0, H_0) и конечные значения (H_0, H_1) метацентрических высот, можно установить изменение начальной остойчивости судна в результате приема большого груза по уравнениям:

$$\Delta h = h_1 - h_0 \quad (2.66)$$

и

$$\Delta H = H_1 - H_0. \quad (2.67)$$

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Статика корабля : учебное пособие / Р. В. Борисов [и др.]. – 2-е изд., перераб. и доп. – СПб. : Судостроение, 2005. – 256 с.
2. Борисов, Р. В. Расчеты по статике корабля : методические пособия / Р. В. Борисов, И. В. Качанов, Н. Н. Юрков. – Минск : БНТУ, 2007. – 87 с.
3. Жинкин, В. Б. Ходкость судна : методическое пособие / В. Б. Жинкин, И. В. Качанов. – Минск : БНТУ, 2010. – 56 с.
4. Борисов, Р. В. Статика корабля : учебное пособие для вузов / Р. В. Борисов [и др.]. – СПб. : Судостроение, 2005. – 256 с.: ил.

СОДЕРЖАНИЕ

| | |
|--|----|
| ВВЕДЕНИЕ | 3 |
| 1. ОСТОЙЧИВОСТЬ | 5 |
| 1.1. Общее понятие остойчивости | 5 |
| 1.2. Теорема Эйлера для равнообъемных ватерлиний | 7 |
| 1.3. Перемещение ЦВ при малых равнообъемных наклонениях | 10 |
| 1.4. Метацентры и метацентрические радиусы | 14 |
| 1.5. Восстанавливающий момент. Метацентрические формулы стойчивости. Понятие о метацентрической высоте | 17 |
| 1.6. Метацентрическая высота как мера начальной стойчивости | 22 |
| 1.6.1. Анализ начальной остойчивости судна при $z_m > z_g$ и $z_g > z_c$ | 22 |
| 1.6.2. Анализ начальной остойчивости судна при $z_c > z_g$ и $z_m > z_c$ | 23 |
| 1.6.3. Анализ начальной остойчивости судна при соотношении ординат $z_g > z_m$ | 24 |
| 1.6.4. Анализ начальной остойчивости судна при равенстве ординат z_m и z_g ($z_m = z_g$) | 25 |
| 1.7. Составляющая восстанавливающего момента. Остойчивость формы и остойчивость веса | 26 |
| 1.8. Остойчивость на больших углах крена. Определение координат центра величины и метацентра при больших наклонениях | 29 |
| 1.9. Способ расчета плеч статической остойчивости при равнообъемных наклонениях (Крылова-Дарньи) | 31 |
| 1.10. Расчет поперечного метацентрического радиуса r_θ по методу Крылова-Дарньи | 36 |
| 1.11. Графический метод определения толщины поправочного слоя ε и центра тяжести равнообъемной ватерлинии ВЛ ₁ | 38 |
| 1.12. Порядок расчета Jx_θ и r_θ на больших углах крена | 39 |
| 2.13. Плечо статической остойчивости и восстанавливающий момент при больших наклонениях. Диаграмма статической стойчивости (ДСО). Диаграмма Рида | 44 |
| 1.13.1. Плечо статической остойчивости и восстанавливающий момент при больших наклонениях | 44 |

| | |
|--|----|
| 1.13.2. Диаграмма статической устойчивости (ДСО). Диаграмма Рида | 46 |
| 1.14. Составляющие восстанавливающего момента и плеча статической устойчивости при больших углах крена | 50 |
| 1.15. Производная от плеча статической устойчивости по углу крена. Обобщенная метацентрическая высота | 51 |
| 1.16. Динамическая устойчивость. Плечо динамической устойчивости | 54 |
| 1.17. Диаграмма динамической устойчивости (ДДО) | 57 |
| 1.18. Кривые ЦВ и метацентров. Полярная диаграмма | 59 |
| 1.19. Расчет плеч устойчивости формы | 61 |
| 1.20. Определение критериальных соотношений для кривой $l_{\phi} = f(\theta)$ | 66 |
| 1.21. Интерполяционные кривые плеч устойчивости формы | 67 |
| 1.22. Диаграмма Рида и пантокарены | 69 |
| 1.23. Решение задач теории корабля с помощью ДСО и ДДО | 70 |
| 1.23.1. Определение статических углов крена с помощью ДСО | 71 |
| 1.23.2. Определение динамических углов крена с помощью ДСО | 73 |
| 1.24. Определение с помощью ДСО динамических углов крена для судна, имеющего начальный угол крена θ_0 | 75 |
| 1.25. Определение по ДСО предельных динамических углов крена и моментов при действии на судно с начальным углом крена момента M_1 с «наветра» и «подветра» | 78 |
| 1.26. Определение углов крена и предельных моментов и углов крена с помощью ДДО | 79 |
| 1.27. Определение динамических углов крена с помощью ДДО при действии динамического момента $M_{д1}$ с «наветра» или с «подветра» в условиях качки | 81 |
| 1.28. Определение по ДДО предельных угла опрокидывания и динамического (опрокидывающего) момента при качке судна с амплитудой θ_0 | 82 |
| 1.29. Определение по ДДО предельно допустимого момента судна $M_{доп2}$, соответствующего углу заливания $\theta_{зал}$ с учетом начального угла крена θ_0 | 83 |
| 1.30. Определение по ДДО предельно допустимых моментов $M_{доп1}$ и $M_{доп2}$ без учета влияния бортовой качки | 84 |

| | |
|---|------------|
| 1.31. Нормирование остойчивости судна | 85 |
| 1.32. Дополнительные требования по остойчивости судна | 88 |
| 2. ПРАКТИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ ПЛАВУЧЕСТИ И ОСТОЙЧИВОСТИ | 91 |
| 2.1. Изменение начальной остойчивости при перемещении груза | 91 |
| 2.1.1. Вертикальное перемещение груза | 91 |
| 2.1.2. Поперечно-горизонтальное и продольно-горизонтальное перемещение груза | 94 |
| 2.1.3. Изменение начальной остойчивости при приеме и расходовании малого груза | 97 |
| 2.1.4. Предельная плоскость для поперечной метацентрической высоты и коэффициента поперечной остойчивости | 102 |
| 2.1.5. Влияние подвешенного груза на остойчивость судна ... | 103 |
| 2.1.6. Влияние перекатывающегося груза (ПГ) на остойчивость судна | 105 |
| 2.1.7. Влияние жидкого груза на остойчивость судна | 107 |
| 2.1.8. Изменение остойчивости при приеме (снятии) большого груза | 111 |
| СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ | 114 |

Учебное издание

ВЛАСОВ Вячеслав Владимирович
КАЧАНОВ Игорь Владимирович
КЛЮЧНИКОВ Владимир Анатольевич и др.

ТЕОРИЯ КОРАБЛЯ. ОСТОЙЧИВОСТЬ

Пособие
для студентов специальности 1-37 03 02
«Кораблестроение и техническая эксплуатация
водного транспорта»

Редактор *П. П. Горбач*
Компьютерная верстка *Н. А. Школьниковой*

Подписано в печать 17.06.2024. Формат 60×84 ¹/₁₆. Бумага офсетная. Ризография.
Усл. печ. л. 6,91. Уч.-изд. л. 4,60. Тираж 100. Заказ 816.

Издатель и полиграфическое исполнение: Белорусский национальный технический университет.
Свидетельство о государственной регистрации издателя, изготовителя, распространителя
печатных изданий № 1/173 от 12.02.2014. Пр. Независимости, 65. 220013, г. Минск.

