

ционом, не связаны с ухудшением оценочных показателей переходных процессов. При этом рациональное управление ГМП может быть достигнуто только с помощью системы автоматизированного переключения передач.

#### Список литературы

1. Самарцев С.Б., Корейво В.Я., Митяев А.Ф. Энергонагруженность трансмиссий с многовальными ГМП / Автомоб. пром-сть. 1987. № 12. 2. Автомобили БелАЗ. Руководство по эксплуатации. Мн., 1985.

УДК 629.113

А.И. ГРИШКЕВИЧ, д-р. техн. наук,  
САЛМАН АБЕИД (БПИ)

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КРИВОЛИНЕЙНОГО ДВИЖЕНИЯ АВТОМОБИЛЯ

В общем случае криволинейного движения автомобиля расчетные параметры траектории существенно зависят от характеристик увода шин. Наиболее часто при расчетах боковую силу и увод автомобильного колеса связывают экспериментальными зависимостями. Для определенной шины соотношения между углом увода и действующей на колесо боковой силой зависят от многих факторов: нормальных реакций дороги, давления воздуха в шине, состояния дорожного покрытия, окружной силы на колесе и др. Поэтому непосредственно использовать экспериментальные зависимости можно только при наличии большого объема опытных данных. Более эффективным методом исследования криволинейного движения автомобиля является метод, основанный на нелинейной теории увода колеса, разработанной Д.А. Антоновым.

Будем рассматривать, как это обычно принято, движение автомобиля, имеющего  $n$  колес, в неподвижной  $XOY$  и подвижной  $xoy$  системах координат. Начало подвижной системы координат расположено в центре масс автомобиля, ось  $x$  направлена вдоль продольной оси автомобиля, а ось  $y$  — перпендикулярно к ней (рис. 1). Центр контактной площадки колеса с номером  $i$  имеет координаты  $x_i, y_i$ , а плоскость колеса составляет с продольной осью автомобиля угол  $\theta_i$ .

Движение автомобиля описывается системой трех дифференциальных уравнений

$$\left. \begin{aligned} m_a a_x + \sum_{i=1}^n R_{xi} &= 0; \\ m_a a_y + \sum_{i=1}^n R_{yi} &= 0; \\ I_a \omega_a + \sum_{i=1}^n M_{(x,y)i} &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $m_a, I_a$  — масса и момент инерции автомобиля относительно вертикальной

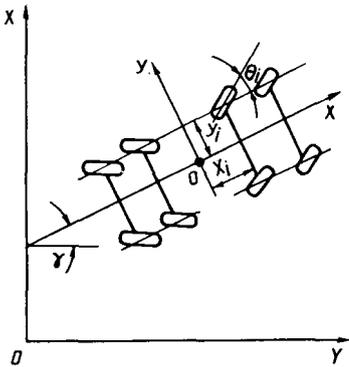


Рис. 1. Система координат

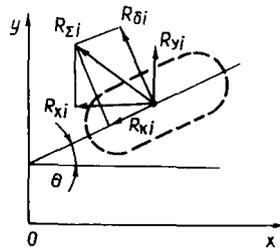


Рис. 2. Составляющие реакции опорной поверхности

оси, проходящей через центр масс;  $a_x, a_y, \omega_a$  — линейное ускорение автомобиля соответственно вдоль осей  $x, y$  и угловое относительно вертикальной оси, проходящей через центр масс;  $R_{xi}, R_{yi}, M_{(x,y)i}$  — реакции опорной поверхности, направленные вдоль осей  $x$  и  $y$ , и их моменты относительно центра масс автомобиля.

Известно [2], что ускорения центра масс автомобиля и его угловая скорость связаны соотношениями (рис. 2)

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} - \omega_a v_y; \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} - \omega_a v_x,$$

а составляющие  $R_{xi}$  и  $R_{yi}$  суммарной реакции дороги  $R_{\Sigma i}$  с боковыми и продольными реакциями — соотношениями

$$R_{xi} = R_{\kappa i} \cos \theta_i - R_{\delta i} \sin \theta_i; \quad R_{yi} = R_{\kappa i} \sin \theta_i + R_{\delta i} \cos \theta_i;$$

$$R_{\Sigma i} = \sqrt{R_{xi}^2 + R_{yi}^2}; \quad R_{\Sigma i} = \sqrt{R_{\kappa i}^2 + R_{\delta i}^2}; \quad R_{\Sigma i} \leq \varphi R_{zi}.$$

Направление суммарной реакции  $R_{\Sigma i}$  противоположно направлению скорости точки колеса, расположенной в центре его контактной площадки. Значение этой скорости и ее направление могут быть найдены по значениям составляющих

$$v_{\kappa xi} = v_x - y_i \omega_a; \quad v_{\kappa yi} = v_y - x_i \omega_a.$$

Проекции вектора скорости колеса на плоскость его вращения  $v_{\theta i}$  и перпендикулярную к ней  $v_{\delta i}$ :

$$v_{\theta i} = v_{\kappa xi} \cos \theta_i + v_{\kappa yi} \sin \theta_i; \quad v_{\delta i} = v_{\kappa yi} \cos \theta_i - v_{\kappa xi} \sin \theta_i.$$

Угол бокового увода колеса определяется из соотношения

$$\operatorname{tg} \delta_i = v_{\delta i} / v_{\theta i}.$$

При анализе криволинейного движения автомобиля силы, действующие в плоскости колес, обычно известны. Это окружные силы на ведущих колесах и силы сопротивления качению в случае изучения движения автомобиля в тяговом или свободном режиме, тормозные силы и силы сопротивления качению при движении автомобиля в тормозном режиме.

Боковую силу  $F_{\delta i}$ , действующую на колесо, согласно нелинейной теории его бокового увода, определяют по выражению

$$F_{\delta i} = k_{y_i} (\delta_i - \chi_i / k_x),$$

где  $k_{y_i}$  — коэффициент сопротивления боковому уводу колеса:  $k_{y_i} = k_{y_{03}} q$ ;  $k_{y_{03}}$  — наибольшее (экстремальное) значение коэффициента сопротивления боковому уводу вертикально установленного колеса, кН/рад;  $q$  — общая функция коррекции;  $\chi_i$  — угол отклонения плоскости колеса от вертикали, рад;  $k_x$  — коэффициент сопротивления уводу колеса, обусловленного его наклоном:  $k_x = 4-6$ .

Общая функция коррекции, описывающая нелинейные характеристики процесса увода колеса, представляет собой произведение частных функций и коэффициентов коррекции:

$$q = q_{\varphi} q_z q_x q_{\psi} q_{\text{гр}} q_n q_{\text{нн}} q_q.$$

Здесь частные функции коррекции учитывают нелинейные характер зависимости боковой силы от угла увода колеса и изменение коэффициента сцепления в продольном направлении ( $q_{\varphi}$ ); изменение нормальной реакции ( $q_z$ ); изменение продольной реакции ( $q_x$ ); отклонение давления воздуха в шине от номинального ( $q_{\psi}$ ); деформируемость грунта ( $q_{\text{гр}}$ ); неровности опорной поверхности ( $q_n$ ); степень нелинейности начального участка зависимости боковой силы от угла увода колеса ( $q_{\text{нн}}$ ); влияние неустановившегося увода ( $q_q$ ).

Если рассматривать движение по твердой, ровной опорной поверхности колеса при номинальном давлении воздуха в шине, общая функция коррекции будет зависеть главным образом от трех частных функций  $q_{\varphi}$ ,  $q_x$ ,  $q_z$ .

Ниже приведены эмпирические формулы, позволяющие по известным конструктивным параметрам шин и эксплуатационным условиям движения определить коэффициент сопротивления уводу колес [1].

Конструктивные коэффициенты:

$$k_{y_{03}} = 1000 \frac{n_{\text{сн}}}{n_{\text{сн}} + 10} DB^2 \sqrt{\frac{B}{H}} + \frac{6,2}{d^3 (n_{\text{сн}} + 8)} \left( \frac{DHB}{(D^2 - d^2)d} \right)^2 p_{\psi};$$

$$R_{z_{\psi.ш}} = R_{z_{\text{ном}}} - 0,0726 \left( \frac{HD}{B} (D^2 - d^2) \right)^2 \left( \frac{d}{B} \right)^5 \frac{n_{\text{сн}} + 8}{n_{\text{сн}}} H_x$$

$$\times (3,75R_{zном} + 15 - 1000 \frac{n_{сн}}{n_{сн} + 10} DB^2 \sqrt{\frac{B}{H}} + \frac{0,45H}{n_{сн} B} (\frac{HD}{B})^4 \rho_{ш};$$

$$R_{zэ} = \max R_{zэ.ш} = f(\rho_{ш}),$$

где  $n_{сн}$  — число слоев корда;  $D$  — наружный диаметр шины, м;  $d$  — посадочный диаметр обода колеса, м;  $B$  — ширина профиля шины, м;  $H$  — высота профиля шины, м;  $\rho_{ш}$  — давление воздуха в шине, кПа;  $R_{zном}$  — номинальная нагрузка на шину.

Коэффициенты коррекции:

$$q_z = 1 - 0,6 \left( \frac{\Delta R_{zэ}}{R_{zэ}} \right)^2 + 0,4 \left( \frac{\Delta R_{zэ}}{R_{zэ}} \right)^3 - 0,1 \frac{\Delta R_{zэ}}{R_{zэ}} -$$

$$- 0,1 \frac{\Delta R_{zэ}}{R_{zэ}} \operatorname{sgn} \frac{\Delta R_{zэ}}{R_{zэ}} ;$$

$$\Delta R_{zэ} = R_z - R_{zэ};$$

$$q_\varphi = \frac{\operatorname{arctg}(q_z k_{y0э} \pi (|\delta| - 0,03\varphi_y) / (2\varphi_y R_z))}{q_z k_{y0э} \pi (|\delta| - 0,03\varphi_y) / (2\varphi_y R_z)} ;$$

$$q_x = \begin{cases} A & \text{при } a_{xi} < 0,5, \\ A + C & \text{при } a_{xi} \geq 0,5; \end{cases}$$

$$a_{xi} = R_{xi} / (\varphi_x R_{zi});$$

$$A = \frac{\sqrt{1 - a_x^2}}{1 + 3(1 - |a_x|) (R_z / (I_{кшy})) \rho (1 - R_y / R_{пр}) R_x / R_z} ;$$

$$C = 4\varphi_x R_z (0,5 + a_x)^2 / (q_z k_{y0э});$$

$$\frac{R_z}{I_{кшy}} = \frac{8H(d+H)}{Bdn_{сн}} (0,04 + (\frac{1}{0,8\rho_{ш}/\rho_{ш0} + 1} - 0,04) \times$$

$$\times (0,8 \frac{R_z}{R_{zном}} - 0,1));$$

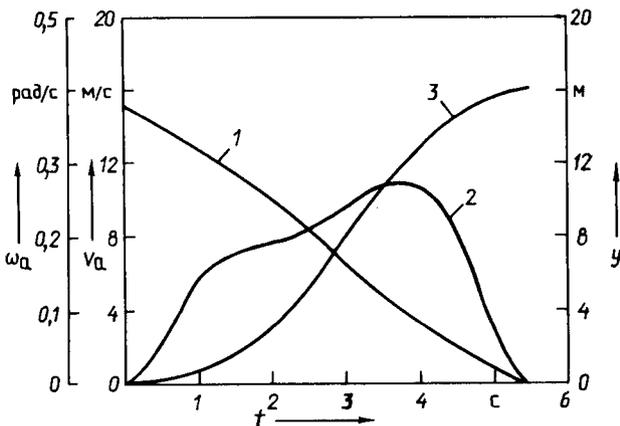


Рис. 3. Параметры движения автомобиля по дороге с различными значениями коэффициента сцепления по бортам автомобиля (режим торможения):

1 — скорость движения в продольном направлении  $v_a$ ; 2 — угловая скорость автомобиля  $\omega_a$ ; 3 — поперечное смещение центра масс  $y$

$$\rho = \frac{44(|\delta| + 0,05)(I + 0,7)}{(3 + \rho_{ш} / \rho_{ш\text{ном}})(0,4 + |a_x|)},$$

где  $R_z$  — действительная нагрузка на шину, кН;  $\varphi_y$  — значение коэффициента сцепления в боковом направлении при нагрузке на колесо  $R_{z3}$ ;  $\varphi_x$  — максимальное значение коэффициента сцепления в продольном направлении при отсутствии боковой силы;  $c_{шy}$  — коэффициент жесткости шины в боковом направлении, кН/м;  $I$  — степень изношенности шины:  $I = h/h_0$ ;  $h$ ;  $h_0$  — высота протектора соответственно эксплуатирующейся и новой шин.

При продольных и поперечных ускорениях автомобиля в процессе криволинейного движения происходит изменение нормальных реакций и крен кузова. Последний вызывает отклонение плоскости колеса от вертикали на угол  $\chi$  и относительно продольно-вертикальной плоскости на угол  $\theta$ . Зависимости углов  $\chi$  и  $\theta$  от угла крена кузова определяются кинематикой подвески. Обычно углы  $\chi$  и  $\theta$  небольшие и могут быть аппроксимированы выражениями вида

$$\theta = \beta_\theta \lambda; \quad \chi = \beta_\chi \lambda,$$

где  $\beta_\theta$ ,  $\beta_\chi$  — постоянные коэффициенты, определяемые экспериментально или расчетным путем по технической документации.

Угол крена кузова зависит от бокового ускорения и конструктивных параметров автомобиля:

$$\chi = a_y / (c_\lambda / (m_\kappa h_\lambda) - g),$$

где  $c_\lambda$  — угловая жесткость подвески;  $h_\lambda$  — плечо крена;  $m_k$  — подрессоренная масса.

Методика расчета нормальных реакций дороги при переменных продольных и поперечных ускорениях автомобиля приведена в [2]. Там же даны рекомендации по определению углов крена и угловой жесткости подвески.

В результате расчета получают параметры, характеризующие режим автомобиля. Чтобы их найти, осуществляют интегрирование уравнений (1). При определении характеристик движения автомобиля в неподвижной системе координат используют проекции вектора скорости центра масс автомобиля на эти оси координат

$$v_{X'} = v_x \cos \gamma - v_y \sin \gamma; \quad v_{Y'} = v_x \sin \gamma + v_y \cos \gamma.$$

Радиус кривизны траектории движения автомобиля  $R = v_{X'}/\omega_{\omega}$ .

На рис. 3 в качестве примера показаны результаты расчета параметров движения грузового автомобиля при различных режимах торможения.

Таким образом, разработанная математическая модель учитывает основные параметры автомобиля, влияющие на его управляемость и устойчивость при криволинейном движении. Модель может быть использована для анализа движения автомобилей и в других условиях: по заданной траектории, при прямолинейном движении в случае действия случайных и неслучайных боковых сил, при торможении.

#### Список литературы

1. Антонов Д.А. Расчет устойчивости движения многосных автомобилей. М., 1984.
2. Гришкевич А.И. Автомобили: Теория. Мн., 1986.

УДК 629.114.585

Д.В.РОЖАНСКИЙ, канд. техн. наук (БПИ)

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССА ТРОГАНИЯ АВТОМОБИЛЯ С МЕСТА В АВТОМАТИЧЕСКОМ РЕЖИМЕ

При разработке систем автоматического управления (САУ) автомобилями важная роль на этапе теоретических исследований отводится математическому моделированию, которое позволяет с помощью ЭВМ имитировать различные режимы работы САУ. Математическое описание процесса трогания автомобиля с места в автоматическом режиме должно 1) учитывать случаи трогания автомобиля с места на подъеме и спуске; 2) моделировать процесс торможения автомобиля вплоть до полной его остановки; 3) для автомобилей с дизельным двигателем моделировать работу всережимного регулятора; 4) соответствовать заданным алгоритмам процессов включения и выключения сцепления; 5) учитывать возможность буксования ведущих колес; 6) предусматривать изменение входных воздействий на динамическую систему, зависящих от водителя и дорожных условий.