

УДК 631.372.012.5:631.43.001.5

Г.С.ГОРИН, д-р техн. наук (БИМСХ)

КИНЕМАТИКА СТАТИЧЕСКОГО ПОВОРОТА ТЯГОВОГО СРЕДСТВА

Статическим называется установившийся поворот тягового средства [1]. В общем случае система сил, действующих на каждое колесо, приводится к главному вектору и главному моменту. При больших внешних воздействиях колесо катится с продольным и боковым скольжением, а также с угловым смещением (поворотом) контактного отпечатка (вокруг оси, нормальной к опорной поверхности). Как показали исследования, названные угловые смещения при повороте тягового средства могут быть достаточно большими.

Экспериментальные исследования выполнены на мобильной установке с одинаковыми колесами 11,2/10-28 массой 5200 кг [2]. В процессе эксперимента изменяли коэффициент распределения нагрузки по осям λ , коэффициент кинематического несоответствия в межосевом приводе K_v , тяговую нагрузку $F_{кр}$, углы поворота управляемых колес α_i . С помощью специальной аппаратуры измеряли основные кинематические и динамические показатели поворота. В числе других показателей определяли суммарные углы увода каждого колеса $\theta_{б.п.}$ и боковые силы $F_{бi}$. Полагая известными коэффициенты бокового увода колес при заданной нормальной нагрузке, находили углы бокового увода $\theta_{бi}$ и углы поворота контактных отпечатков $\theta_{pi} = \theta_{б.п. i} \pm \theta_{бi}$.

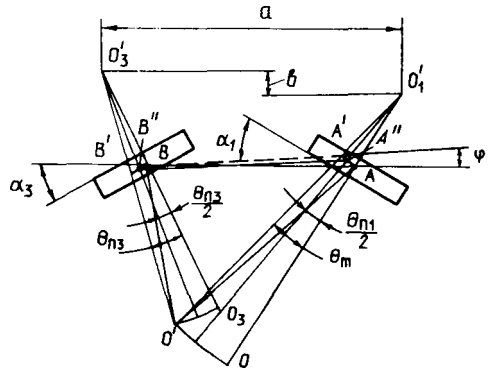
Установлено, что при кинематическом опережении передних колес $K_v = 1,05$, $\lambda = 0,4$ (доля нагрузки на передние колеса), $\alpha_1 = 20^\circ$, $\alpha_2 = 24^\circ$, $\alpha_3 = 0$, $\alpha_4 = 0$ и $F_{кр} = 0$ углы увода $\theta_{бi}$ находятся в пределах от $0,6^\circ$ до 1° , а θ_{pi} — от $-7,5^\circ$ до $-10,7^\circ$; если $F_{кр} = 12$ кН и $\gamma = 9,7^\circ$, $\theta_{бi} = -0,8^\circ \dots -5,71^\circ$, $\theta_{pi} = -17^\circ \dots -20^\circ$ (γ — угол отклонения направления тягового усилия от продольной оси).

При $\lambda = 0,4$ для той же схемы поворота ($\alpha_1 = 20^\circ$, $\alpha_2 = 24^\circ$, $\alpha_3 = 0$, $\alpha_4 = 0$) и $F_{кр} = 0$ $\theta_{бi} = -0,33^\circ \dots +2,7^\circ$, $\theta_{pi} = -2,8^\circ \dots -3,4^\circ$; если $F_{кр} = 8$ кН и $\gamma = 7,2^\circ$, то $\theta_{бi} = -4,5^\circ \dots 1,8^\circ$, а $\theta_{pi} = -3,9^\circ \dots -4,1^\circ$.

Аналогично в больших пределах изменялись углы θ_{pi} (от $7^\circ \dots 10^\circ$ при $F_{кр} = 0$ и $K_v = 1,05$ до $1,5^\circ \dots 2,5^\circ$ при $F_{кр} = 12$ кН) при увеличении коэффициента распределения нагрузки до $\lambda = 0,6$ и углах поворота задних колес $\alpha_1 = 20^\circ$, $\alpha_2 = 24^\circ$. Таким образом, пренебрежение углами θ_{pi} при анализе поворачиваемости тяговых средств приводит к большим погрешностям. В [2] для определения углов θ_{pi} использованы приближенные зависимости.

Известные аналитические модели поворота тяговых средств и МТА в большинстве построены на основе схемы чистого качения колеса с боковым уводом. При исследовании поворачиваемости тяговых средств с бортовым

Рис. 1. Плоская расчетная схема поворота тягового средства с буксованием и угловым смещением колес



поворотом используют расчетную схему чистого скольжения колеса (без качения). В настоящей работе рассмотрены модели поворота тяговых средств, основанные на расчетной схеме колеса с тремя степенями свободы (при качении колеса с угловым смещением и боковым уводом имеют место поворот колеса вокруг горизонтальной и вертикальной осей, а также боковое скольжение). Этот подход позволяет использовать рациональные элементы теории качения колеса с уводом и математической теории трения.

Показано, что центр вращения в общем случае не совпадает с центром контакта. Получены выражения для продольного и поперечного смещений (эксцентриситетов) центров вращения относительно центра пятна контакта при трении без качения [1]. При качении с буксованием поперечное смещение центра вращения [3]

$$r_i = R_i \delta_i / (1 - \delta_i),$$

где R_i , δ_i — соответственно радиус поворота и коэффициент буксования i -го колеса.

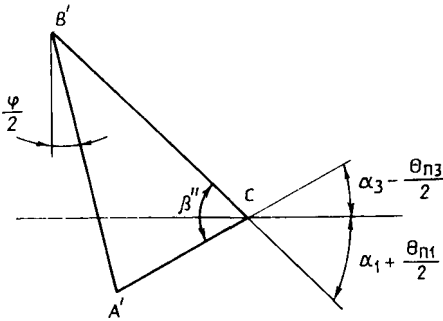
Согласно кинематической схеме поворота ходовой системы с угловым смещением колес (рис. 1), обкатывание колес ($i = 1, 2, 3, 4$) может происходить вокруг центров скоростей трения O'_i , расположенных на расстояниях r_i от плоскостей симметрии колес, либо вокруг центров скоростей качения O_i , удаленных на R_i от упомянутых плоскостей. Пусть в обращенном движении под действием отклоняющих моментов колеса вращаются вокруг центров O'_1 и O'_3 и имеют угловые смещения θ_{n1} и θ_{n3} . Центр скоростей ходовой системы найдем, проведя дуги окружностей радиусами O'_1O_1 и O'_3O_3 до пересечения их в точке O . При этом ходовая система отклоняется от первоначального положения на угол φ , а ее продольная ось занимает направление $A'B'$. Пусть $O'_1A = r_1$ и $O'_3B = r_3$.

В соответствии с рис. 1

$$\left. \begin{aligned} r_1 \cos \alpha_1 - r_3 \cos \alpha_3 &= b, \\ r_1 \sin \alpha_1 + r_3 \sin \alpha_3 + L &= a; \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} r_1 \cos(\alpha_1 + \theta_{n1}) - r_3 \cos(\alpha_3 - \theta_{n3}) + L \sin \varphi &= b, \\ r_1 \sin(\alpha_1 + \theta_{n1}) + r_3 \sin(\alpha_3 - \theta_{n3}) + L \cos \varphi &= a. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Рис. 2. К выводу зависимости между кинематическими показателями поворота колес одного борта



После преобразований уравнений (1) и (2) получим:

$$\begin{aligned} & r_1^2(1 - \cos\theta_{n1}) + r_3^2(1 - \cos\theta_{n3}) + r_1r_3(\cos(\alpha_1 + \theta_{n1} + \alpha_3) + \\ & + \cos(\alpha_1 + \alpha_3 - \theta_{n3}) - \cos(\alpha_1 + \theta_{n1} + \alpha_3 - \theta_{n3}) - \cos(\alpha_1 + \alpha_3)) = \\ & = L^2(1 - \cos\varphi). \end{aligned}$$

Поскольку $\cos(\alpha_1 + \theta_{n1} + \alpha_3) + \cos(\alpha_1 + \alpha_3 - \theta_{n3}) = 2\cos(\alpha_1 + \alpha_3 + (\theta_{n1} + \theta_{n3})/2) \cdot \cos((\theta_{n1} + \theta_{n3})/2)$,

$$\begin{aligned} & r_1^2\cos^2(\theta_{n1}/2) + r_3^2\cos^2(\theta_{n3}/2) - 2r_1r_3\sin(\theta_{n1}/2) \cdot \sin(\theta_{n3}/2) \times \\ & \times \cos(\alpha_1 + \alpha_3 + (\theta_{n1} + \theta_{n3})/2) = L^2\sin^2(\varphi/2). \end{aligned}$$

Полученное выражение — запись теоремы косинусов для треугольника со сторонами $r_1\cos(\theta_{n1}/2)$, $r_3\cos(\theta_{n3}/2)$, $L\sin(\varphi/2)$.

Разделим дуги AA' и BB' на рис. 1 пополам и соединим полученные точки A'' и B'' отрезком $A''B'' \approx L$. Отложим из точки C отрезок $B'B'' = R_1\sin(\theta_{n1}/2)$ под углом $\alpha_1 + \theta_{n1}/2$ к горизонтали (рис. 2), а отрезок $A'A'' = R_3\sin(\theta_{n3}/2)$ — под углом $\alpha_3 - \theta_{n3}/2$. Соединяя концы отложенных отрезков прямой $A'B'$, получаем $\triangle CA'B'$ с углом $\beta'' = \alpha_1 + \theta_{n1}/2 + \alpha_3 - \theta_{n3}/2$ при вершине C . Угол $B'A'C$ при вершине A' равен $\pi/2 - \alpha_3 + \theta_{n3}/2 + \varphi/2$, а угол $A'B'C$ при вершине B' — $\pi/2 - \alpha_1 - \theta_{n1}/2 - \varphi/2$. Длина стороны треугольника, противоположной вершине C , $A'B' = L\sin(\varphi/2)$. Из $\triangle CA'B'$ следует, что

$$\begin{aligned} \frac{L\sin(\theta_{n1}/2)}{\sin\beta''} &= \frac{r_1\sin(\theta_{n1}/2)}{\sin(\pi/2 - \alpha_3 + \theta_{n3}/2 + \varphi/2)} = \\ &= \frac{r_3\sin(\theta_{n3}/2)}{\sin(\pi/2 - \alpha_1 - \theta_{n1}/2 - \varphi/2)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Согласно рис. 2,

$$\left. \begin{aligned} r_1 \sin(\theta_{п1}/2) &= R_1 \sin(\varphi_1/2); \quad r_3 \sin(\theta_{п3}/2) = R_3 \sin(\varphi_3/2); \\ R_{п1} &= L / (\operatorname{tg} \beta'' \cdot \cos(\alpha_1 + \theta_{п1}/2 + \varphi/2)); \\ R_{п3} &= L / (\operatorname{tg} \beta'' \cdot \cos(\alpha_3 - \theta_{п3}/2 - \varphi/2)). \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Подстановкой выражений (4) в (3) получаем, что $\varphi_1 \approx \varphi_3$.

Анализ результатов экспериментальных исследований показывает, что, если касательные силы тяги всех колес положительны, как правило, углы $\theta_{п}$ для всех колес практически одинаковы. Это облегчает проведение аналитических исследований.

В общем случае при повороте ходовой системы необходимо рассматривать качение, буксование, боковое скольжение и угловое смещение колес. Приведем две расчетные схемы.

Допустим, что центр вращения первого колеса ($i = 1$) расположен в точке O_1'' , которую находим суммированием радиусов-векторов скоростей скольжения (рис. 3, а): $\overline{O_1''A} = \overline{AO_1'} + \overline{O_1''O_1'}$. Новое положение радиуса-вектора в результате углового смещения колеса соответствует повороту отрезка $O_1''A$ на угол $\theta_{п1}$. Выполнив аналогичные построения для третьего колеса ($i = 3$), найдем центр скоростей O_3'' и новое положение остова ходовой системы $A'B'$.

Вторую расчетную схему получим следующим образом. Из центров O_1' и O_3' проводим радиусами $O_1'O_1$ и $O_3'O_3$ засечки и, отложив углы $\theta_{п1}$ и $\theta_{п3}$, получаем соответственно точки O_1'' и O_3'' (рис. 3, б). Из этих точек восстанавливаем перпендикуляры до пересечения их в точке O — мгновенном центре скоростей ходовой системы. При этом $\operatorname{tg} \theta_{б1} = OO_1''/O_1''A'$; $\operatorname{tg} \theta_{б3} = OO_3''/O_3''B'$.

Анализ показывает, что вторая расчетная схема лучше согласуется с экспериментальными данными. Объясняется это существенной анизотропией свойств колеса: при перемещении его в плоскости качения $f_{\text{к}} = 0,04-0,2$, а в боковом направлении — $\mu_{\text{с}} = 1-3$. Если центры вращения O_1' и O_3' (см. рис. 3, а) расположены на горизонтальной оси, система приходит в состояние устойчивого равновесия с минимальной работой сил трения, так как ее поворот осуществляется путем обкатывания и углового смещения колес вокруг упомянутых центров.

В пространственной расчетной схеме на соотношения кинематических показателей поворота накладываются дополнительные ограничения. Действительная скорость колеса $v_{дi} = v_i(1 - \delta_i)$. Тогда

$$\left. \begin{aligned} v_{д1} \sin(\alpha_1 - \theta_{б.п1}) &= v_{д2} \sin(\alpha_2 - \theta_{б.п2}); \\ v_{д1} \cos(\alpha_1 - \theta_{б.п1}) &= v_{д3} \cos(\alpha_3 + \theta_{б.п3}); \\ v_{д3} \sin(\alpha_3 + \theta_{б.п3}) &= v_{д4} \sin(\alpha_4 + \theta_{б.п4}); \\ v_{д2} \cos(\alpha_2 - \theta_{б.п2}) &= v_{д4} \cos(\alpha_4 + \theta_{б.п4}). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Из уравнений (5) следует, что

$$\operatorname{tg}(\alpha_1 - \theta_{б.п1}) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_4 + \theta_{б.п4}) = \operatorname{tg}(\alpha_2 - \theta_{б.п2}) \cdot \operatorname{tg}(\alpha_3 + \theta_{б.п3}). \quad (6)$$

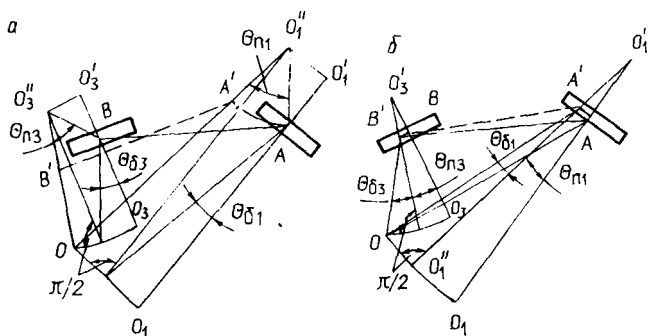


Рис. 3. Плоские расчетные схемы с учетом буксования, углового смещения и бокового увода колес :

a – центры вращения колес совпадают с центрами их скольжения; *б* – центры вращения колес находятся на осях вращения

Установим также соотношения, связывающие кинематические показатели при повороте тягового средства с буксованием колес. Коэффициент кинематического несоответствия окружных скоростей передних и задних колес

$$K_v = (v_1 + v_2)/(v_3 + v_4).$$

Так как при повороте с боковым уводом колеса

$$v_j = \omega_B R_j / ((1 - \delta_j) \cos \theta_{\delta j})$$

(ω_B – угловая скорость поворота тягового средства вокруг мгновенного центра скоростей),

$$K_v = \frac{R_1 / ((1 - \delta_1) \cos \theta_{\delta 1}) + R_2 / ((1 - \delta_2) \cos \theta_{\delta 2})}{R_3 / ((1 - \delta_3) \cos \theta_{\delta 3}) + R_4 / ((1 - \delta_4) \cos \theta_{\delta 4})}. \quad (7)$$

Уравнения кинематики (6) и (7) в сочетании с уравнениями динамики позволяют аналитически рассчитать углы поворота $\theta_{\pi i}$, обусловленного дополнительными степенями свободы при качении колеса.

Список литературы

1. Олейко Ф.А. Колесный и гусеничный ход. Мн., 1960.
2. Кацыгин В.В. и др. Перспективные мобильные энергетические средства (МЭС) для сельскохозяйственного производства. Мн., 1984.
3. Давыдик И.И. Исследование статического поворота гусеничного хода: Дис. ... канд. техн. наук. Мн., 1971.