УДК 629.03

В.А. КУСЯК, канд. техн. наук; О.С. РУКТЕШЕЛЬ, д-р техн. наук Белорусский национальный технический университет, г. Минск

ОСНОВНОЕ ПРАВИЛО КОНЦЕПЦИИ РЕГУЛЯРНЫХ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ: ТЕСТИРОВАНИЕ И АНАЛИЗ

В статье представлено математическое описание механических моделей автопоезда, разработанных как в соответствии, так и с отклонением от основного правила концепции регулярных механических систем (PMC). Приводятся результаты имитационного моделирования процесса трогания автопоезда с места для двух альтернативных случаев с сопоставлением оценочных показателей исследуемого переходного процесса. На основе анализа результатов машинного эксперимента подтверждено положение концепции PMC о необходимости соблюдения принципа регулярности на этапе схематизации реального объекта. Приведены пояснения ошибочности подхода на этапе схематизации при непосредственной связи соединителей в механической модели, а также даются рекомендации о целесообразности использования основных положений концепции регулярных механических систем при разработке механических моделей и имитационном моделировании сложных динамических процессов.

Ключевые слова: механическая модель, математическое описание, концепция регулярных механических систем, имитационное моделирование

Введение. Усовершенствование конструкции узлов и агрегатов автомобиля, оснащение транспортных средств мехатронными системами управления адаптивного класса требуют от разработчиков решения ряда задач, связанных с проведением многопараметрического синтеза и анализа. Как показывает отечественный и зарубежный опыт методы динамики многомассовых систем (MultiBody System Dynamics) являются ключевыми в проведении исследований подобного уровня [1, с. 18–20], [2, 3, 4]. Имитационная модель, представляющая собой систему логико-дифференциальных уравнений, позволяет с приемлемой точностью исследовать сложные динамические процессы и может являться базой для решения задач синтеза методами многокритериальной оптимизации [5].

Одним из важнейших моментов при разработке имитационной модели является этап схематизации [6], от правильности проведения которого напрямую зависит точность модели и ее адекватность. Согласно основному правилу концепции регулярных механических систем (РМС) [1, с. 30, положение 1], предложенной д.т.н., профессором В.Б. Альгиным, «непосредственная связь соединителей в механической модели запрещена» [7, с. 86, рисунок 8]. Некорректно проведенная схематизация является грубым нарушением концепции РМС и приводит, по утверждению автора, к «существенным ошибкам в расчетах» [1, с. 30; 6, 7, с. 86]. Однако вопрос о том, какова именно погрешность расчета, а также возможно ли вообще моделирование с отклонением от основного правила концепции РМС остается открытым и вызывает широкий резонанс в научных кругах.

Основная часть. Специалисты кафедры «Автомобили» Белорусского национального технического университета провели серию экспериментов по имитационному моделированию процесса трогания автопоезда с места. Целью исследований была апробация основных положений концепции РМС и оценка влияния инвариантности построения расчетной схемы на нагруженность элементов трансмиссии и плавность движения автотранспортного средства.

Для достижения поставленной цели была разработана десятимассовая механическая модель автопоезда MA3-530905-010, схематично изображенная на рисунке 1. Этапы построения механической модели, начиная от «исходного этапа схематизации» [1, с. 24, рисунок 1.1], целиком и полностью соответствовали основным положениям концепции РМС Модель включает дифференциальный механизм распределения мощности между колесами, что позволяет исследовать процессы, протекающие в элементах трансмиссии при различных сцепных условиях в контакте колес с дорогой в момент трогания и при разгоне.

Параметры модели, представленной на рисунке 1 приведены в таблице 1.

Имитационная модель представлена системой (1) логико-дифференциальных уравнений, включающих математическое описание работы межколесного дифференциала. В качестве обобщенных координат приняты угловые скорости инерционных масс и крутящие моменты в упругих звеньях.

Каждое из сцеплений C_1 , C_2 и C_3 , расчленяющих динамическую систему (см. рисунок 1) и определяющих ее конкретное структурное состояние, характеризуется двумя параметрами: передаваемым крутящим моментом и разностью угловых скоростей соединяемых элементов. Поэтому «индикаторы состояния» [7, с. 87] обобщенной математической модели должны содержать условия перехода как по моменту, так и по угловой скорости (см. уравнения 1).

$$\begin{split} \dot{\omega}_{1} &= (M_{\text{A}} - (M_{2,3} + Mr_{2,3}) / U_{1}L_{1}P_{1} - \\ -M_{\text{cu}}\text{sign}(\omega_{1} - \omega_{2})L_{2}P_{2}) / (I_{1} + I_{2}L_{1}); \\ \dot{\omega}_{2} &= (M_{\text{A}}L_{1}P_{1} + M_{\text{cu}}\text{sign}(\omega_{1} - \omega_{2})L_{2}P_{2} - \\ - (M_{2,3} + Mr_{2,3}) / U_{1}) / (I_{2} + I_{1}L_{1}); \end{split}$$



Рисунок 1 — Упрощенная механическая модель автопоезда

Приведенные моменты инерции: I₁ — маховика, подвижных деталей двигателя и ведущей части сцепления;
 I₂ — ведомой части сцепления и части деталей КП, расположенных до синхронизатора; I₃ — синхронизатора, оставшейся части деталей КП, деталей карданной и главной передач, ведущей части межколесного дифференциального механизма (корпуса дифференциала и сателлитов); I^a₄, I^a₄ — ведомой части дифференциала (сателлитов и полуосевых шестерен), трети распределенной массы соответственно правой и левой полуосей, I^s₅, I^s₅ — трети распределенной массы полуосей и ступицы с тормозным барабаном соответственно правого и левого колесе; I^a₆, I^a₆ — резинокордной оболочки соответственно правого и левого колесе; I^a₆, I^a₆ — резинокордной оболочки соответственно правого и левого колесе; I^a₆, I^a₆ — резинокордной оболочки соответственно правого и левого колесе; I^a₆, I^a₆ — резинокордной оболочки соответственно правого и левого колесе; I^a₆, I^a₆ — резинокордной оболочки соответственно правого и левого колесе; I^a₆, I^a₆ — резинокордной оболочки соответственно правого и левого колесе; I^a₆, I^a₆ — резинокордной оболочки соответственно правого и левого колесе; I^a₆, I^a₆ — резинокордной оболочки соответственно правого и левого колесе; I^a₆, I^a₆ — резинокордной оболочки соответственно правого и левого колесе; I^a₆, I^a₆ — резинокордной оболочки соответственно правого и левого ведущих колес;

Приведенные коэффициенты демпфирования: r_{2,3} – демпфера сцепления и шлицевых соединений ступицы дисков сцепления с первичным валом КП, каретки синхронизатора со вторичным валом КП, выходного вала КП и карданной передачи;
 rⁿ_{4,5}, rⁿ_{4,5} – шлицевого соединения полуосевых шестерен с валом привода соответственно правого и левого ведущих колес;
 rⁿ_{5,6}, rⁿ_{5,6} – шин соответственно правого и левого ведущих колес;

4. Элементы, расчленяющие динамическую систему: C_1 – сухое фрикционное сцепление; C_2 , C_3 – сцепление в контакте шин ведущих колес с поверхностью дорожного покрытия

$$\begin{split} \dot{M}_{2,3} &= \left(\omega_2/U_1 - \omega_3\right)/e_{2,3}; \quad r_{2,3} &= \left(\omega_2/U_1 - \omega_3\right)/r_{2,3}; \\ \dot{\omega}_3 &= \left(M_{2,3} + Mr_{2,3} - M_{3,4^n,4^3} - M_T\right)/I_3; M_T = \mu\left(\omega_3 - \omega_4^n - \omega_4^3\right); \\ \dot{\omega}_4^n &= \left(M_{3,4^n,4^3} + M_T - 2\left(M_{4,5}^n + Mr_{4,5}^n\right)\right)/I_4^n; \\ \dot{\omega}_4^3 &= \left(M_{3,4^n,4^n} + M_T - 2\left(M_{4,5}^3 + Mr_{4,5}^3\right)\right)/I_4^3; \\ \dot{M}_{3,4^n,4^3} &= \left(\omega_3 - 0.5\left(\omega_4^n - \omega_4^3\right)\right)/e_{3,4^n,4^3}; \\ \dot{M}_{4,5}^n &= \left(\omega_4^n - \omega_5^n\right)/e_{4,5}^n; Mr_{4,5}^n &= \left(\omega_4^n - \omega_5^n\right)/r_{4,5}^n; \\ \dot{\omega}_5^n &= \left(M_{4,5}^n + Mr_{4,5}^n - \left(M_{5,6}^n + Mr_{5,6}^n\right)\right)/I_5^n; \\ \dot{M}_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)/e_{5,6}^n; Mr_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)r_{5,6}^n; \\ \dot{\omega}_6^n &= M_{5,6}^n + Mr_{5,6}^n - 0.5M_\Psi sign\omega_6^n - \\ -M_{\phi}^n sign\left(\omega_6^n - \omega_7\right)L_4P_4/(I_6^n + I_7L_3); \\ \dot{M}_{4,5}^n &= \left(\omega_4^n - \omega_5^n\right)/e_{4,5}^n; Mr_{4,5}^n &= \left(\omega_4^n - \omega_5^n\right)r_{4,5}^n; \\ \dot{\omega}_5^n &= \left(M_{4,5}^n + Mr_{4,5}^n - \left(M_{5,6}^n + Mr_{5,6}^n\right)\right)/I_5^n; \\ \dot{\omega}_5^n &= \left(M_{4,5}^n + Mr_{4,5}^n - \left(M_{5,6}^n + Mr_{5,6}^n\right)\right)/I_5^n; \\ \dot{\omega}_5^n &= \left(M_{4,5}^n + Mr_{4,5}^n - \left(M_{5,6}^n + Mr_{5,6}^n\right)\right)/I_5^n; \\ \dot{M}_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)/e_{5,6}^n; Mr_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)r_{5,6}^n; \\ \dot{M}_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)/e_{5,6}^n; Mr_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)r_{5,6}^n; \\ \dot{M}_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)/e_{5,6}^n; Mr_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)r_{5,6}^n; \\ \dot{M}_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)/e_{5,6}^n; Mr_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)r_{5,6}^n; \\ \dot{M}_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)/e_{5,6}^n; Mr_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)r_{5,6}^n; \\ \dot{M}_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)/e_{5,6}^n; Mr_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)r_{5,6}^n; \\ \dot{M}_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)/e_{5,6}^n; Mr_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)r_{5,6}^n; \\ \dot{M}_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)/e_{5,6}^n; Mr_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)r_{5,6}^n; \\ \dot{M}_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)/e_{5,6}^n; Mr_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)r_{5,6}^n; \\ \dot{M}_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)/e_{5,6}^n; Mr_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)r_{5,6}^n; \\ \dot{M}_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n - \omega_6^n\right)/e_{5,6}^n; Mr_{5,6}^n &= \left(\omega_5^n -$$

Таблица 1 — Параметры механической модели

$$\begin{split} \dot{\omega}_{6}^{\pi} = & M_{5,6}^{\pi} + Mr_{5,6}^{\pi} - 0, 5M_{\Psi}sign\omega_{6}^{\pi} - \\ & -M_{\phi}^{\pi}sign(\omega_{6}^{\pi} - \omega_{7})L_{6}P_{6}/(I_{6}^{\pi} + I_{7}L_{5}); \\ \dot{\omega}_{7} = & \left(\left(M_{5,6}^{\pi} + Mr_{5,6}^{\pi}\right)L_{3}P_{3} + \left(M_{5,6}^{\pi} + Mr_{5,6}^{\pi}\right)L_{5}P_{5} + \\ & +M_{\phi}^{\pi}sign(\omega_{6}^{\pi} - \omega_{7})L_{4}P_{4} + M_{\phi}^{\pi}sign(\omega_{6}^{\pi} - \omega_{7})L_{4}P_{4} + \\ & +M_{\phi}^{\pi}sign(\omega_{6}^{\pi} - \omega_{7})L_{6}P_{6} - M_{B}sign\omega_{7}) \right) / \\ & \left. \left. \left(\left(I_{7} + I_{6}^{\pi}L_{3} + I_{6}^{\pi}L_{5}\right); \right) \right) \right. \end{split}$$

$$\begin{split} L_1 &= \begin{cases} 1, \ |\omega_1 - \omega_2| \le 0, 01 \\ 0, \ |\omega_1 - \omega_2| \ge 0, 01 \end{cases}; \quad L_2 = \begin{cases} 1, \ |\omega_1 - \omega_2| \ge 0, 01 \\ 0, \ |\omega_1 - \omega_2| \le 0, 01 \end{cases}; \\ L_3 &= \begin{cases} 1, \ |\omega_6^{\pi} - \omega_7| \le 0, 01 \\ 0, \ |\omega_6^{\pi} - \omega_7| \ge 0, 01 \end{cases}; \quad L_4 = \begin{cases} 1, \ |\omega_6^{\pi} - \omega_7| \ge 0, 01 \\ 0, \ |\omega_6^{\pi} - \omega_7| \ge 0, 01 \end{cases}; \\ L_5 &= \begin{cases} 1, \ |\omega_6^{\pi} - \omega_7| \le 0, 01 \\ 0, \ |\omega_6^{\pi} - \omega_7| \ge 0, 01 \end{cases}; \quad L_6 = \begin{cases} 1, \ |\omega_6^{\pi} - \omega_7| \ge 0, 01 \\ 0, \ |\omega_6^{\pi} - \omega_7| \ge 0, 01 \end{cases}; \end{split}$$

I_1 , KI'M ²	I_2 , KF M^2	I_3 , KI'M ²	I_4 , KI'M ²	I_5 , KI'M ²	$I_6,{ m KI}^{ m M}$	$I_7,{ m KT}{ m M}^2$	е _{2,3} , рад/Нм	$e_{3,4}^{^{\Pi}}, e_{3,4}^{^{\Pi}},$ рад/Нм	$e^{^{\mathrm{n}}_{4,5}},e^{^{\mathrm{n}}_{4,5}},$ рад/Нм	$e_{5,6}^{n}, e_{5,6}^{n},$ paµ/Hm	<i>г</i> _{2,3} , Нм·с/рад	<i>г</i> ^п , <i>г</i> , <i>г</i> , <i>г</i> , <i>н</i>	$r_{5,6}^{\pi}, r_{5,6}^{\pi},$ HM·c/paд
2,5	0,26	0,15	0,22	1,64	0,08	373,7	0,55.10-5	0,21.10-5	13,4.10-5	3,2.10-5	7,62	9,19	39,4

$$\begin{split} P_{1} &= 0,5[1 + \operatorname{sign}(M_{\text{cu}} - |(\dot{\omega}_{2}I_{2} + M_{2,3} + Mr_{2,3})|)];\\ P_{2} &= 0,5[1 - \operatorname{sign}(M_{\text{cu}} - |(\dot{\omega}_{2}I_{2} + M_{2,3} + Mr_{2,3})|)];\\ P_{3} &= 0,5[1 + \operatorname{sign}(M_{\phi}^{n} - |M_{5,6}^{n} + Mr_{5,6}^{n} + \dot{\omega}_{6}^{n} I_{6}^{n} |)];\\ P_{4} &= 0,5[1 - \operatorname{sign}(M_{\phi}^{n} - |M_{5,6}^{n} + Mr_{5,6}^{n} + \dot{\omega}_{6}^{n} I_{6}^{n} |)];\\ P_{5} &= 0,5[1 + \operatorname{sign}(M_{\phi}^{n} - |M_{5,6}^{n} + Mr_{5,6}^{n} + \dot{\omega}_{6}^{n} I_{6}^{n} |)];\\ P_{6} &= 0,5[1 - \operatorname{sign}(M_{\phi}^{n} - |M_{5,6}^{n} + Mr_{5,6}^{n} + \dot{\omega}_{6}^{n} I_{6}^{n} |)], \end{split}$$

где ω_i , $\dot{\omega}_i$ — соответственно угловые скорость и ускорение массы с моментом инерции *Ii* (*i* = 1...10); $M_{j,j+1}$, $\dot{M}_{j,j+1}$ — соответственно упругий момент и скорость изменения упругого момента в звене с податливостью $e_{j,j+1}$ (*j*=2,10); $M_{r_{j,j+1}}$ — демпфирующий момент в упругом звене с податливостью $e_{j,j+1}$; $M_{\rm A}$ — крутящий момент двигателя, $M_{\rm cu}$ — момент трения, развиваемый сухим фрикционным сцеплением, $M_{\rm T}$ — внутренний момент трения в дифференциале; $M_{\rm W}$, $M_{\rm B}$ — приведенные моменты от силы сопротивления воздуха; $M_{\rm \phi}$ — приведенный момент сцепления движителя с дорогой; L_k , P_m — соответственно функция предикат и переключатели (k = 1...6, m = 1...6); U_n — передаточное число ступени, с которой осуществляется трогание автопоезда с места.

В отличие от математического описания [8, с. 17, формулы 3-4] механической модели трансмиссии самосвала БелАЗ-7555В с гидромеханической передачей, предлагаемые переключатели P_m (m = 1...6, см. уравнения 1), контролирующие момент замыкания ведущей и ведомой частей фрикционного узла по крутящему моменту, содержат сопоставление момента трения не только с крутящим моментом в упругом звене с учетом диссипации, но и с инерционным моментом $\dot{\omega} I_i$ (*i* = 2, 6) примыкающей к звену сосредоточенной массы, что уточняет физику переходного процесса и в большей степени позволяет приблизить математическую модель к реальному объекту исследования. Описание математической модели дизельного двигателя с механической топливоподачей подробно изложено в работе [9]. Крутящий момент двигателя *М*_п рассматривался как функция трех переменных: положения α, педали «газа», частоты вращения ω, коленвала ДВС и частоты вращения ротора турбокомпрессора ω_{nx} , т. е. $M_{\Pi} = f(\alpha_n, \omega_n, \omega_n)$. При формализации имитационной модели использовалась стратегия слабой связи [6], предусматривающая последовательную обработку дифференциальных уравнений (1) численным методом Рунге-Кутта IV порядка с шагом интегрирования в 0,001 с. Перед тестированием основных положений концепции РМС модель была подвержена проверке на адекватность путем сопоставления осциллограммы моделирования с записью реального процесса. В качестве базовой взята осциллограмма процесса трогания (рисунок 2 а) груженного автопоезда на І-й передаче, полученная при проведении дорожных испытаний [10, с. 76, рисунок 71]. Осциллограмма моделирования процесса трогания с места в среде программирования Delphi представлена на рисунке 2 б. Сопоставление вышеприведенных осциллограмм по их качественному составу проводилось по двум основным параметрам: частоте колебаний исследуемого процесса и величине максимального динамического момента в трансмиссии. Результаты сравнительного анализа представлены в таблице 2. Как видно из результатов сравнения, параметры процесса трогания, полученные в ходе проведения натурного эксперимента, несколько отличаются от соответствующих параметров, полученных моделированием на ПЭВМ. Однако это объясняется рядом допущений [9, с. 21], имеющих место при разработке имитационной модели. При этом максимальная относительная погрешность машинного эксперимента не превышает 5 % (см. таблицу 2). Таким образом, помимо наглядного сходства, сопоставляемые осциллограммы имеют однородный характер, что свидетельствует об адекватности разработанной модели исследуемому физическому объекту в реальных условиях эксплуатации. Результаты моделирования процесса трогания груженого автопоезда с места на первой передаче при среднем темпе включения сцепления ($K_c = 0.8 \text{ c}^{-1}$)



Рисунок 2 — Осциллограммы крутящего момента на карданном валу в процессе трогания при броске педали сцепления: *a* — запись реального процесса; *б* — моделирование

Критерии	Экспери- мент	Моделиро- вание	Относительная погрешность, %		
Т, с	0,23	0,22	4,3		
ν, Гц	4,35	4,55	4,6		
<i>М</i> _{тах} , кНм	33	32,5	1,52		

Таблица 2 — Оценочные показатели переходного процесса

с использованием математического описания (1), отвечающего концепции регулярных механических систем, изображены на рисунке 3.

Для тестирования основного правила концепции PMC и выяснения возможности непосредственной связи соединителей механической модели и, если да, то при каких условиях, и какую погрешность расчета генерирует отклонение от основного правила PMC, была разработана эквивалентная механическая модель, в которой отсутствуют инерционные массы резинокордных оболочек колес и имеется непосредственная связь соединителей (рисунок 4).

Математическая модель процесса, разработанная по схеме, приведенной на рисунке 4, аналогична представленной выше системе дифференциальных уравнений (1) и отличается меньшим на два числом степеней свободы: четырнадцать вместо шестнадцати (см. уравнения 2):

$$\dot{\omega}_{5}^{n} = \left[M_{4,5}^{n} + Mr_{4,5}^{n} - \left(M_{5,6}^{n} + Mr_{5,6}^{n} \right) P_{3}L_{3} - -0,5M_{\Psi} \sin\omega_{5}^{n} - M_{\Psi}^{n} sign\left(\omega_{5}^{n} - \omega_{6}\right) P_{4}L_{4} \right] / I_{5}^{n};
\dot{M}_{5,6}^{n} = \left(\omega_{5}^{n} - \omega_{6}L_{3}\right) / e_{5,6}^{n}; \quad Mr_{5,6}^{n} = \left(\omega_{5}^{n} - \omega_{6}L_{3}\right) / r_{5,6}^{n};
\dot{M}_{4,5}^{n} = \left(\omega_{4}^{n} - \omega_{5}^{n}\right) / e_{4,5}^{n}; \quad Mr_{4,5}^{n} = \left(\omega_{4}^{n} - \omega_{5}^{n}\right) / r_{4,5}^{n};
\dot{\omega}_{5}^{n} = \left[M_{4,5}^{n} + Mr_{4,5}^{n} - \left(M_{5,6}^{n} + Mr_{5,6}^{n} \right) P_{5}L_{5} - -0,5M_{\Psi} \sin\omega_{5}^{n} - M_{\Phi}^{n} sign\left(\omega_{5}^{n} - \omega_{6}^{n}\right) P_{6}L_{6} \right] / I_{5}^{n};
\dot{M}_{5,6}^{n} = \left(\omega_{5}^{n} - \omega_{6}L_{5}\right) / e_{5,6}^{n}; \quad Mr_{5,6}^{n} = \left(\omega_{5}^{n} - \omega_{6}L_{5}\right) / r_{5,6}^{n};
\dot{\omega}_{6} = \left[\left(M_{5,6}^{n} + Mr_{5,6}^{n} \right) P_{3}L_{3} + \left(M_{5,6}^{n} + Mr_{5,6}^{n} \right) P_{5}L_{5} + 0 \right]$$

 $+M_{\varphi}^{\pi}sign(\omega_{5}^{\pi}-\omega_{6})P_{6}L_{6}+M_{\varphi}^{\pi}sign(\omega_{5}^{\pi}-\omega_{6})P_{4}L_{4}-M_{B}sign\omega_{6}/I_{6}$



автопоезда с места (водитель средней квлификации): $\omega_1, \omega_2, \omega_7$ — угловые скорости соответственно ведущей и ведомой частей сцепления, маховика, эквивалентного поступательно-движущейся массе автопоезда; $M_{\text{диф}}, M_{45}$ — приведенный крутящий момент соответственно на дифференциале и полуоси автомобиля-тягача

Однако при этом, если использование переключателей P_m (m = 3...6) по крутящему моменту (см. уравнения 2):

$$P_{3} = 0.5 \left[1 + sign \left(M_{\phi}^{\pi} - \left| \left(M_{5,6}^{\pi} + Mr_{5,6}^{\pi} + \dot{\omega}_{5}^{\pi} I_{5}^{\pi} \right) \right| \right) \right];$$

$$P_{4} = 0.5 \left[1 - sign \left(M_{\phi}^{\pi} - \left| \left(M_{5,6}^{\pi} + Mr_{5,6}^{\pi} + \dot{\omega}_{5}^{\pi} I_{5}^{\pi} \right) \right| \right) \right];$$



Рисунок 4 — Механическая модель автопоезда, разработанная с отклонением от концепции РМС

$$P_{5} = 0.5 \Big[1 + sign \Big(M_{\phi}^{\pi} - \Big| \Big(M_{5,6}^{\pi} + Mr_{5,6}^{\pi} + \dot{\omega}_{5}^{\pi} I_{5}^{\pi} \Big) \Big| \Big) \Big];$$

$$P_{6} = 0.5 \Big[1 - sign \Big(M_{\phi}^{\pi} - \Big| \Big(M_{5,6}^{\pi} + Mr_{5,6}^{\pi} + \dot{\omega}_{5}^{\pi} I_{5}^{\pi} \Big) \Big| \Big) \Big];$$

адекватно передает физику исследуемого процесса, то проверка условия срыва ведущих колес или прекращения их буксования по угловой скорости невозможна, т. к. в данном случае математическое описание «индикаторов состояния» $L_3 - L_6$ в виде

$$\begin{split} L_{3} &= \begin{cases} 1, \ \left| \omega_{5}^{\pi} - \omega_{6} \right| \leq 0, 01 \\ 0, \ \left| \omega_{5}^{\pi} - \omega_{6} \right| \geq 0, 01 \end{cases}; \quad L_{4} = \begin{cases} 1, \ \left| \omega_{5}^{\pi} - \omega_{6} \right| \geq 0, 01 \\ 0, \ \left| \omega_{5}^{\pi} - \omega_{6} \right| \leq 0, 01 \end{cases}; \\ L_{5} &= \begin{cases} 1, \ \left| \omega_{5}^{\pi} - \omega_{6} \right| \leq 0, 01 \\ 0, \ \left| \omega_{5}^{\pi} - \omega_{6} \right| \geq 0, 01 \end{cases}; \quad L_{6} = \begin{cases} 1, \ \left| \omega_{5}^{\pi} - \omega_{6} \right| \geq 0, 01 \\ 0, \ \left| \omega_{5}^{\pi} - \omega_{6} \right| \geq 0, 01 \end{cases}; \end{split}$$

является грубой ошибкой ввиду того, что сопоставляются угловые скорости инерционных масс, между которыми имеется упруго-диссипативное звено.

При имитационном моделировании согласно математическому описанию (2) схемы, приведенной на рисунке 4 на 858 шаге (время интегрирования $t_{\rm инт} = 0,2145$ с) расчет прерывался с выдачей сообщения «Error 250. Floating point over floor», что объясняется, видимо, расхождением процесса ввиду рассогласования силовых и кинематических характеристик в звене расчленения соответственно по крутящему моменту и частоте вращения с последующем переполнением стека.

В частном случае, при полной нагруженности ведущего моста и заведомо высоком коэффициенте сцепления ($\varphi = 0,8$), а также при использовании в математическом описании (2) механической модели, изображенной на рисунке 4, «индикаторов состояния» P_m , (m = 1,6) только по крутящему моменту, без так называемых гибридных функций L_i , расчет проходит успешно (таблица 3).

Однако это объясняется тем, что в данном случае, несмотря на присутствие в математическом описании (2) «индикаторов состояния» P_m , (m = 1,6) и наличием сцеплений C_2 и C_3 в контакте шин с дорогой (см. рисунок 4), исследуется процесс трогания при условии отсутствия буксования ведущих колес, т. е. фактически моделируется процесс трогания при постоянно замкнутых сцеплениях C_2 и C_3 , что соответствует механической модели, изображенной на рисунке 5, и математическому описанию, представленному системой уравнений (3)

$$\dot{\omega}_{5}^{n} = \left[M_{4,5}^{n} + Mr_{4,5}^{n} - \left(M_{5,6}^{n} + Mr_{5,6}^{n} \right) - 0.5M_{\Psi}sign\omega_{5}^{n} \right] / I_{5}^{n}; \dot{M}_{5,6}^{n} = \left(\omega_{5}^{n} - \omega_{6} \right) / e_{5,6}^{n}; Mr_{5,6}^{n} = \left(\omega_{5}^{n} - \omega_{6} \right) / r_{5,6}^{n}; \dot{M}_{4,5}^{n} = \left(\omega_{4}^{n} - \omega_{5} \right) / e_{4,5}^{n}; Mr_{4,5}^{n} = \left(\omega_{4}^{n} - \omega_{5} \right) / r_{4,5}^{n}; \dot{\omega}_{5}^{n} = \left[M_{4,5}^{n} + Mr_{4,5}^{n} - \left(M_{5,6}^{n} + Mr_{5,6}^{n} \right) - 0.5M_{\Psi}sign\omega_{5}^{n} \right] / I_{5}^{n}; \dot{M}_{5,6}^{n} = \left(\omega_{5}^{n} - \omega_{6} \right) / e_{5,6}^{n}; Mr_{5,6}^{n} = \left(\omega_{5}^{n} - \omega_{6} \right) / r_{5,6}^{n}; \dot{\omega}_{6} = \left[\left(M_{5,6}^{n} + Mr_{5,6}^{n} \right) + \left(M_{5,6}^{n} + Mr_{5,6}^{n} \right) - M_{B}sign\omega_{6} \right] / I_{6}.$$

Как следует из рисунка 5, схема механической модели в данном случае уже не противоречит основному правилу концепции РМС, хотя в ней и отсутствует возможность исследовать влияние буксования ведущих колес на динамические процессы в трансмиссии.

Таким образом, как показали результаты машинного эксперимента, непосредственная связь соединителей в механической модели невозможна изза расхождения динамического процесса ввиду несогласованности кинематических и силовых факторов в звене расчленения при проверке граничных условий по крутящему моменту и угловой скорости.

Наименование показателя, обозначение и размерность	Моделирование с учетом основного правила концепции РМС	Моделирование частного случая при отсутствии буксования ведущих колес	Относительная погрешность, %	Моделирование с отклонением от концепции РМС	
Удельная максимальная мощность буксования сцепления $N_{y\partial}^{\max}$, Bt/cm^2	21,315	20,851	2,18		
Удельная работа буксования сцепления $L_{y\partial}$, Дж/ см²	10,084	10,383	2,88	Динамический процесс расхолящийся:	
Коэффициент динамических нагрузок $K_{_{\partial u h}}$	1,65	1,47	10,91	расчет невозможен	
Максимальное значение производной продольного ускорения автопоезда \ddot{V}_a , м/с ³	35,905	29,922	16,66		
Время буксования сцепления, с	0,931	0,936	0,54		

Таблица 3 — Результаты сопоставления оценочных показателей



Рисунок 5 — Механическая модель автопоезда

Выводы. 1. При разработке математических моделей и имитационном моделировании сложных динамических процессов специалистам рекомендуется использовать термины, определения, а также последовательность основных этапов концепции РМС, так как это позволит с одной стороны унифицировать такие понятия как «динамическая модель», «расчетная схема динамической системы», «имитационная модель», а с другой стороны сделать «прозрачным» всю последовательность исследований при публикации основных результатов.

 Обобщенная математическая модель многомассовой упруго-диссипативной крутильной системы в обязательном порядке должна содержать «индикаторы состояния», обеспечивающие условия перехода как по крутящему моменту, так и по угловой скорости соединяемых элементов, поскольку это отвечает физической сути исследуемых явлений.

3. Как показали проведенные исследования, на этапе схематизации механического объекта необходимо соблюдать основное правило концепции РМС, т. е. при разработке механической модели непосредственная связь соединителей действительно невозможна, так как в противном случае исследуемый динамический процесс будет расходящимся ввиду несогласованности силовых и кинематических факторов в звене расчленения при проверке граничных условий по крутящему моменту и угловой скорости.

Список литературы

- Альгин, В.Б. Расчет мобильной техники: кинематика, динамика, ресурс / В.Б. Альгин. — Минск: Беларус. навука, 2014. — 271 с.
- Blundell, M. The multibody systems approach to vehicle dynamics / M. Blundell, D. Harty. – New York, 2004. – 388 p.
- Высоцкий, М.С. Расчеты кинематики, динамики и ресурса многомассовых систем мобильных машин: основные направления и перспективы развития / М.С. Высоцкий, В.Б. Альгин // Механика машин, механизмов и материалов. — 2008. — № 1(2). — С. 17–23.
- Multiphisics modeling and optimization of mechatronic multibody systems / J.C. Samim [et.al] // Multibody System Dynamics. 2000. – № 18. – Pp. 345–373.
- Руктешель, О.С. Оптимизация переключения передач городского автобуса / О.С. Руктешель, В.А. Кусяк // Вес. Нац. акад. навук Беларусі. Сер. фіз.-тэхн. навук. — 2004. — № 2. — С. 38–43.
- Схематизация и динамический расчет мобильной машины. Системы с переменной структурой / В.Б. Альгин [и др.] // Механика машин, механизмов и материалов. — 2008. № 2(3). — С. 16–24.
- Альгин, В.Б. Основные направления в развитии мультидисциплинарной теории мобильной машины 2011 / В.Б. Альгин, В.Г. Иванов, Б.Н. Широков // Механика-2011: сб. науч. тр./ ОИМ НАН Беларуси; редкол.: М.С. Высоцкий [и др.]. — Минск, 2011. — Т. 1. — С. 80–98.
- Исследование механической и тепловой нагруженности фрикционов гидромеханической передачи. / О.А. Шаповалова [и др.] // Автомобил. пром-сть. — 2014. —№ 2. — С. 15–20.
- 9. Моделирование и анализ процесса трогания автопоезда с места / О.С. Руктешель [и др.] // Механика машин, механизмов и материалов. 2011. № 4(17). С. 19–24.
- Провести снятие нагрузочных режимов автомобиля при работе в составе автопоезда: отчет о НИР (заключ.): ГНТП «Белавтотракторостроение» задание АТ-01.10, этап 01.10.17.03.03 / Минский автом. завод; рук. В.В. Корсаков. Минск, 2004. 84 с. ГНТП № ГР 05808729.18-04.

Kusyak V.A., Rukteshel O.S.

The basic rule of the concept of regular mechanical systems: testing and analysis

The paper presents a mathematical description of the road train mechanical models, developed as in accordance with the basic rules of the concept of regular mechanical systems (RMS), so as with a deviation from RMS concept. The results of the vehicle breakaway simulation for two alternative cases with comparing the transients estimates are given in activity. Based on the analysis of the computer experiment results confirmed the position of the RMS concept about the need to follow the principle of regularity on the stage of a real object schematization. Explanations of erroneous approach on schematization stage in a case of the usage of connectors direct communication in the mechanical model as well as the recommendations on the feasibility of using the main RMS concept positions at the development of mechanical models and complex dynamic process simulation are given in activity.

Keywords: mechanical model, mathematical description, the concept of regular mechanical systems, simulation

Поступила в редакцию 21.08.2014.