

$f_1(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k x^k$ и $f_2(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k x^k$, не рассматриваемого в учебной литературе.

Литература

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. Изд. 5-е, -М.: Наука, 1977. -736 с.

ОПЕРАТОРНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ СТРУНЫ

В.О. Буценко, Е.Н. Барановский

Научный руководитель – к.ф.-м.н., доцент *В.А. Акимов*

Белорусский национальный технический университет

Рассмотрим задачу для дифференциального уравнения в частных производных с начальными условиями [1]:

$$u_{tt} - C^2 u_{xx} = 0 \quad (1)$$

$$\left. \begin{aligned} u(x,0) &= \varphi(x) \\ u_t(x,0) &= \psi(x) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

здесь $C = \sqrt{\frac{T_0}{\rho}}$; T_0 - натяжение струны, ρ - плотность.

Решение уравнения (1) запишем в виде:

$$U = [A_1(d_x) sh(tCd_x)] * f_1(x) + [A_2(d_x) ch(tCd_x)] * f_2(x) \quad (3)$$

где $d_x = \frac{d}{d_x}$, t - время.

Построенное таким образом решение тождественно удовлетворяет уравнению (1) при произвольных бесконечно дифференцируемых функциях $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Звездочкой обозначено операторное дифференцирование.

Если в (3) положить A_1 и $A_2 = const$, то с учетом $\exp(\pm tCd_x) * f(x) = f(x \pm tC)$, получим известное решение Даламбера [1, с.52] для бесконечной струны:

$$u(x,t) = \frac{\varphi(x+Ct) + \varphi(x-Ct)}{2} + \frac{1}{2C} \int_{x-Ct}^{x+Ct} \psi(\alpha) d\alpha.$$

Если в (3) положить $A_1(d_x) = \frac{A_n l}{\pi n} d_x$, $A_2(d_x) = B_n$, то получим решение Фурье [1, с.86] для закрепленной ($0 \leq x \leq l$; $u(0,t) = u(l,t) = 0$) струны:

$$u(x,t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left(A_n \cos \frac{\pi n}{l} Ct + B_n \sin \frac{\pi n}{l} Ct \right) \sin \frac{\pi n}{l} x,$$

где $A_n = \frac{2}{l} \int_0^l \varphi(\xi) \sin \frac{\pi n}{l} \xi d\xi$, $B_n = \frac{2}{\pi n C} \int_0^l \psi(\xi) \sin \frac{\pi n}{l} \xi d\xi$.

Авторы данной работы исследуют новое решение, когда $f_1(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k x^k$ и

$$f_2(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k x^k.$$

Вывод: операторный метод построения решений дифференциальных уравнений в частных производных с начальными условиями является универсальным и позволяет с единых позиций получать как известные, так и новые виды решений.

Литература

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. Изд. 5-е, -М.: Наука, 1977. –736 с.

ОПЕРАТОРНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

М.А. Данилюк, Г.С. Карнович

Научный руководитель – к.ф.-м.н., доцент *В.А. Акимов*
Белорусский национальный технический университет

В учебной литературе [1] известны различные постановки граничных задач с начальными условиями при изучении процессов теплопроводности и диффузии. Эти процессы описываются дифференциальными уравнениями с частными производными второго порядка и в одномерном случае имеют вид [1, с.20]:

$$u_t - C^2 u_{xx} = 0 \quad (1)$$

Решение уравнения (1), удовлетворяющее начальному условию

$$u(x,0) = \varphi(x) \quad (2)$$

будем разыскивать в следующей операторной форме:

$$u = [A_1(d_x) \exp(tC^2 d_x^2)] * f_1(x) + [A_2(d_x) \exp(tC^2 d_x^2)] * f_2(x) \quad (3)$$

где $d_x = \frac{d}{dx}$, t – время.

Построенное решение тождественно удовлетворяет уравнению (1) при произвольных бесконечно дифференцируемых функциях $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Звездочкой обозначена операция операторного дифференцирования.

Придавая аналитическим функциям $f_1(x)$ и $f_2(x)$ различный вид, можно получить как известные, так и новые решения. Авторы данной работы строят новое решение для случая

$f_1(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} a_k x^k$ и $f_2(x) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} b_k x^k$, не рассматриваемого в учебной литературе.

Литература

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. Изд. 5-е, -М.: Наука, 1977. –736 с.

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОБОСНОВАНИЕ ПРИМЕНЕНИЯ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО К ВЫЧИСЛЕНИЮ ИНТЕГРАЛОВ

А.С. Романович

Научный руководитель – к.п.н. *Е.Л. Ерошевская*
Белорусский национальный технический университет

Пусть требуется вычислить приближенно значение интеграла

$$I = \iint_{\Omega} \dots \int f(P) dx_1 dx_2 \dots dx_n,$$

где $P = (x_1, x_2, \dots, x_n)$ - точка n -мерного пространства. Без ограничения общности можно считать, что область $\Omega = \{(x_1, x_2, \dots, x_n) | x_i \in [0;1], i = \overline{1, n}\}$ - n -мерный единичный куб.

Если P_j - последовательность случайных попарно независимых точек, равномерно распределенных в кубе Ω , то случайные величины $S_j = f(P_j)$ попарно независимы и одинаково распределены, причем