КОНЕЧНЫЕ ГРУППЫ С СИСТЕМОЙ F-СУБНОРМАЛЬНЫХ ПОДГРУПП

А.Э. Шмигирев
Научный руководитель - член- кор. НАНБ, д.ф.-м.н., профессор ***Л.А. Шеметков***
Гомельский государственный университет им. Ф.Скорины

Все рассматриваемые группы конечны. Мы используем обозначения и терминологию из книги Л.А.Шеметкова [2].

Определение. Пусть F – непустая формация. Группа G называется группой с плотной системой F-субнормальных подгрупп, если для любых двух различных подгрупп H и K группы G, из которых первая содержится во второй и не максимальна в ней, в группе G существует такая F-субнормальная подгруппа N, что $H \subseteq N \subseteq K$.

В работе [1] дается полное описание конечных групп с плотной системой F-субнормальных подгрупп для случая, когда F -- формация всех конечных p-нильпотентных групп (p – фиксированное простое число).

В работе [3] была доказана разрешимость конечных групп с плотной системой F-субнормальных подгрупп в случае, когда F – произвольная фрмация p-нильпотентных групп. На основании данного результата нами получено полное описание конечных групп с условием плотности для F-субнормальных подгрупп. Справедлива следующая теорема.

Теорема. Пусть F – некоторая наследственная насыщенная формация p-нильпотентных групп, G – группа с плотной системой F-субнормальных подгрупп, $\pi(G)$ не содержится в $\pi(F)$. Тогда G – группа одного из следующих видов:

1) $G = G_q G_{p_1}$, $|G| = p_1 q$, где p_1 и q – простые числа, q не принадлежит $\pi(F)$;

2) $G = G_q G_{p_1}$, $G_q \lhd G$, $|G| = q^2 p_1$, где p_1 и q – простые числа, $q \notin \pi(F)$, $p_1 \in \pi(F)$, G_{p_1} самонормализуема в G.

3) $G = G_q$, $|G| = q^2$ либо $|G| = q$, q – простое число, $q \notin \pi(F)$.

Литература

1. Закревская Л.Н. Конечные группы с плотной системой F-субнормальных подгрупп.--- Исследование нормального и подгруппового строения конечных групп.---Мн.: Наука и техника, 1984, с.71 – 88.

2. Шеметков Л.А. Формации конечных групп.--- М.: Наука, 1978 --- 272 с.

3. Шмигирев А.Э. Разрешимость конечных групп с условием плотности для обобщенно субнормальных подгрупп, Известия ГГУ им. Ф.Скорины, Гомель: Изд-во Гомельского ун-та, №1(16), 2003г., с.118 –120.

ОБ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЯХ УРАВНЕНИЯ ПФАФФА С ОДНОРОДНЫМИ ПОЛИНОМАМИ ТРЕТЬЕЙ СТЕПЕНИ

А.В. Жишко
Научный руководитель – к.ф.-м.н., доцент ***М.В. Кожеро***
Белорусский государственный университет

Будем рассматривать вполне интегрируемые уравнения Пфаффа[1]:

$$P(x,y,z)dx + Q(x,y,z)dy + R(x,y,z)dz = 0\,, \tag{1}$$

в котором P, Q и R - однородные полиномы третьей степени.

Уравнение его интегральных конусов [2] имеет вид:

$$P(x,y,z)x + Q(x,y,z)y + R(x,y,z)z = 0\,. \tag{2}$$

Лемма. Если уравнение (2) распадается в произведение двух квадратичных форм, из которых одна знакоопределенная, то уравнение (1) может быть приведено к одному из следующих канонических видов:

$$1.\left(x^3+bz^3-bx^2z+(1-c+d)xy^2+by^2z+(2-c)xz^2\right)dx+$$
$$+\left(y^3+(1+c-d)x^2y+(2-d)yz^2-2bxyz\right)dy+\left(bx^3+z^3+cx^2z+bxy^2+dy^2z-bxz^2\right)dz,$$
$$2.\left(x^3+xy^2-axz^2\right)dx+\left(y^3+x^2y-ayz^2\right)dy+\left(-z^3+ax^2z+ay^2z\right)dz,$$
$$3.\left(x^3-ay^3-ax^2y+xy^2+(1-b)xz^2-ayz^2\right)dx+$$
$$+\left(ax^3+y^3+x^2y+axy^2+axz^2+(1-b)yz^2\right)dy+\left(bx^2z+by^2z\right)dz, \qquad (3)$$
$$4.\left(x^3-az^3-ax^2z+(1-b)xy^2-ay^2z-(2b-1)xz^2\right)dx+\left(bx^2y-byz^2\right)dy+$$
$$+\left(ax^3-z^3+(2b-1)x^2z+axy^2+(b-1)y^2z+axz^2\right)dz,$$
$$5.\left(-az^3-ax^2z-ay^2z+(1-d)xz^2\right)dx+\left(-az^3-bx^2z-by^2z+(1-d)yz^2\right)dy+$$
$$+\left(ax^3+by^3+z^3+bx^2y+dx^2z+axy^2+dy^2z+axz^2+byz^2\right)dz.$$

Далее получены канонические виды всех уравнений, соответствующие формам (3). А также доказаны, например, такие теоремы:

Теорема 1. Канонические виды уравнения (1), соответствующие формам (3), всегда интегрируются в квадратурах.

Теорема 2. Все интегральные поверхности в случае 1-(3) гомеоморфны сфере.

Теорема 3. Все интегральные поверхности в случае 2-(3) будут либо простыми гиперболическими, либо простыми эллиптическими [2].

Литература

1. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М. 1959.

2. Кожеро М.В. Типы интегральных поверхностей однородного дифференциального уравнения Пфаффа в нормальных угловых пространствах. Учёные записи Смоленского пединститута.

ОПЕРАТОРНЫЕ МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ

М.А. Данилюк, Г.С. Карпович

Научный руководитель – к.ф.-м.н., доцент ***В.А. Акимов***

Белорусский национальный технический университет

В учебной литературе [1] известны различные постановки граничных задач с начальными условиями при изучении процессов теплопроводности и диффузии. Эти процессы описываются дифференциальными уравнениями с частными производными второго порядка и в одномерном случае имеют вид $[1, c.20]$:

$$u_t - C^2 u_{xx} = 0 \qquad (1)$$

Решение уравнения (1), удовлетворяющее начальному условию

$$u(x,0)=\varphi(x) \qquad (2)$$

будем разыскивать в следующей операторной форме:

$$u=\left[A_1(d_x)\exp\left(tC^2d_x^2\right)\right]*f_1(x)+\left[A_2(d_x)\exp\left(tC^2d_x^2\right)\right]*f_2(x) \qquad (3)$$

где $d_x=\dfrac{d}{d_x}$, t – время.

Построенное решение тождественно удовлетворяет уравнению (1) при произвольных бесконечно дифференцируемых функциях $f_1(x)$ и $f_2(x)$. Звездочкой обозначена операция операторного дифференцирования.

Придавая аналитическим функциям $f_1(x)$ и $f_2(x)$ различный вид, можно получить как известные, так и новые решения. Авторы данной работы строят новое решение для случая