МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ПЛОСКИХ ТРЕЩИН В ТРЕХМЕРНЫХ МАССИВАХ НА ОСНОВЕ ВЕКТОРНОЙ ПАРАМЕТРИЗАЦИИ НОМЕРОВ МКЭ

Е.В. Репченкова
Научный руководитель – д.ф.-м.н., профессор ***М.А. Журавков***
Белорусский государственный университет

При формировании матриц и векторов системы конечных элементов по матрицам и векторам отдельных элементов приходится устанавливать зависимость номера степени свободы системы от номера элемента и номера локальной степени свободы. Для прямоугольной пространственной сетки из призматических элементов в работе [1] указанная выше зависимость записана в векторной форме:

$$N=\bar{a}_e^{\,T}\cdot\bar{b}_{se}+\bar{a}_u^{\,T}\bar{b}_{su}+\bar{c}=$$

$$=\begin{bmatrix}L\\M\\N\end{bmatrix}^T\begin{bmatrix}l_0\\(L_0l_0+1)m_0\\(L_0l_0+1)(M_0m_0+1)n_0\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}l\\m\\n\end{bmatrix}^T\begin{bmatrix}1\\(L_0l_0+1)\\(L_0l_0+1)(M_0m_0+1)\end{bmatrix}+1, \qquad (1)$$

$$l=\overline{0,l_0},\quad m=\overline{0,m_0},\quad n=\overline{0,n_0},$$

$$L=\overline{0,L_0-1},\quad M=\overline{0,M_0-1},\quad N=\overline{0,N_0-1},$$

где $L_0\times M_0\times N_0$ – размер массива в элементах, $\bar{a}_e$ – вектор координат элемента, $\bar{a}_u$ – вектор координат узлов элемента, $\bar{b}_{se},\bar{b}_{su}$ – векторы шагов нумерации.

В данной работе предложенный метод распространяется на случай, когда сетка имеет нарушение регулярности в виде удвоения и разделения узлов на плоских прямоугольных областях, параллельных горизонтальной координатной плоскости *LOM*. Показано, что в слое элементов, примыкающем к нарушению сплошности сверху можно выделить 4 типа элементов: с номерами как в сплошном теле, с одним, двумя, четырьмя перенумерованными узлами. Для каждого множества таких элементов могут быть записаны формулы вида (1) со своими векторами шагов нумерации и областями изменения параметров.

Полученные соотношения были положены в основу алгоритма формирования матрицы жесткости системы и векторов нагрузок и алгоритмов ввода/вывода результатов. Написана программа в пакете “Mathematica 4.2” для расчета напряженно-деформированного состояния трехмерных упругих массивов с системами горизонтальных трещин. Проведены численные эксперименты по расчету полей деформаций и напряжений при различных видах нагружения.

Литература

1. Репченков В.И., Нагорный Ю.Е., Репченкова Е.В. Векторная параметризация номеров степеней свободы и номеров элементов в МКЭ. / Белгосуниверситет. Мн., 2003. 13 с. Деп. в БелИСА 14 июня 2003 г., № 200344

К СВОЙСТВАМ Г-РЕГУЛЯРНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ

А.Н. Тараканов
Научный руководитель – д.ф.-м.н., профессор ***Л.И. Минченко***
Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники

Исследование задач оптимизации с возмущенными параметрами включает оценку или вычисление различных типов производных для так называемых функций оптимального значения. Задача сводится к особой задаче вычисления производных для функции максимума

$$\varphi=\sup\{f(x,y):y\in F(x)\},$$

где F – многозначное отображение на R^n с непустыми выпуклыми значениями $F(x)$ из

R^m, f принадлежит C^1 и вогнута по y.

Интересно определить классы многозначных отображений F, таких чтобы функция максимума φ была дифференцируемой по направлениям. Последняя задача рассматривалась во многих работах. Основной результат был получен В. Демьяновым и А. Рубиновым [1], которые определили класс многозначных отображений, допускающих аппроксимации первого порядка. Другой класс слабо равномерно дифференцируемых многозначных отображений был введен в [2].

Цель работы – ввести новый больший класс многозначных отображений с требуемыми свойствами, который бы содержал два описанных выше класса.

Обозначим $\omega(x) = \{y \in F(x) : f(x,y) = \varphi(x)\}$.

Пусть $\bar{x} \in R^n$. Введем производную $DF(x,y;\bar{x})$ многозначного отображения F в точке $(x,y) \in grF$ по направлению $\bar{x}$:

$$DF(x,y;\bar{x}) = \{\bar{y} \in R^m : y + t\bar{y} + o(t) \in F(x+tv),\ t \geq 0\}.$$

Рассмотрим опорную функцию

$$S_F(x,p) = \sup\{\langle p,y\rangle : y \in F(x)\},\ p \in R^m,$$

и введем множество

$$M(x,y) = \{p \in R^m : \langle p,y\rangle = S_F(x,p)\}.$$

Для всех $p \in M(x,y)$, при которых опорная функция $S_F(x,p)$ дифференцируема по направлению $\bar{x}$ (относительно x) в точке x, можно ввести множество

$$\Gamma(x,y;\bar{x}) = \{\bar{y} \in R^m : \langle p,\bar{y}\rangle \leq S'_F(x,p;\bar{x})\ \ \forall p \in M(x,y)\}.$$

Если $DF(x,y;\bar{x}) = \Gamma(x,y;\bar{x})$, будем говорить что многозначное отображение F Г-регулярно в точке (x,y) по направлению $\bar{x}$.

В работе показано, что многозначные отображения F, допускающие аппроксимацию первого порядка в точке $(x,y) \in grF$, и многозначные отображения, слабо равномерно дифференцируемые в точке $(x,y) \in grF$, Г-регулярны в этой точке.

Теорема. Пусть многозначное отображение F Г-регулярно во всех точках $(x,y) \in gr\omega$ по направлению $\bar{x}$, и пусть функция f вогнута по y. Тогда существует производная по направлению

$$\varphi'(x;\bar{x}) = \sup_{y\in\omega(x)} \sup_{\bar{y}\in DF(x,y;\bar{x})} \langle \nabla f(x,y),(\bar{x},\bar{y})\rangle = \sup_{y\in\omega(x)} \{\langle \nabla_x f(x,y),\bar{x}\rangle + S'_F(x,\nabla_y f(x,y);\bar{x})\}.$$

Литература

1. Demyanov V.F., Rubinov A.M. Nonsmooth Analysis and Quasidifferential Calculus, Nauka, Moscow, 1990.

2. Luderer B., Minchenko L., Satsura T. Multivalued Analysis and Nonlinear Programming Problems with Perturbations. 2002, Kluwer Acad. Publ., Dordrecht/Boston/London. 209 p.

ОБ ОДНОМ ПРЕДСТАВЛЕНИИ ОБЩИХ ФОРМУЛ ТЕРМОУПРУГОСТИ ДЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО АНИЗОТРОПНОГО ТЕЛА

С.В. Акимова

Научный руководитель – д.ф.-м.н., профессор ***Ю.В. Василевич***

Белорусский национальный технический университет

Рассмотрим однородное анизотропное тело, обладающее прямолинейной тепловой анизотропией и в каждой точке тремя плоскостями упругой симметрии, перпендикулярными к осям ортогональных координат $x,\ y,\ z$. Предположим, что оси координат образуют правую тройку и совпадают с главными направлениями теплопроводности; матрица коэффициентов упругости a_{ij} симметрична ($a_{ij} = a_{ji}$); компоненты деформации e_{ij} - малые величины. Температура $T(x,\ y,\ z)$ удовлетворяет уравнению