

ОБ ОДНОМ РАЗДЕЛЕ ФАКУЛЬТАТИВА ПО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫМ УРАВНЕНИЯМ

Н.В. Кудрявцева

Научный руководитель – к.ф.-м.н., профессор *Н.Т. Стельмашук*
Белорусский государственный педагогический университет им. М.Танка

Как известно, составление и решение дифференциальных уравнений – математических моделей тех или иных процессов, происходящих в природе и обществе – одна из составляющих математического образования на всех уровнях.

В нашу задачу входит предложение одного из подходов изложения операторного метода решения дифференциальных уравнений на факультативах, кружках в школах, гимназиях, лицеях, колледжах.

Наш подход заключается в следующем:

1. Определяем функцию – оригинал, как кусочно-непрерывную функцию $f(t)$, определённую при действительном $t \geq 0$, такую что, существуют постоянные положительные числа M и s , что

$$|f(t)| < Me^{st}, \forall t \in [0; +\infty)$$

2. Изображение оригинала по Лапласу определяем формулой

$$F(p) = \lim_{l \rightarrow +\infty} \int_0^l e^{-pt} f(t) dt$$

3. Сообщаем свойства изображения.

Однородность. Если $F(p)$ – изображение оригинала $f(t)$, то $\forall \lambda \in \mathbb{C}$ $\lambda F(p)$ – изображение оригинала $\lambda f(t)$.

Аддитивность. Если $F(p)$ и $\Phi(p)$ – изображения соответственно оригиналов $f(t)$ и $\varphi(t)$, то $F(p) + \Phi(p)$ – изображение оригинала $f(t) + \varphi(t)$.

Линейность. Объединение двух первых свойств.

Подобие. Если $F(p)$ – изображение оригинала $f(t)$, то $\forall \alpha > 0$ $\frac{1}{\alpha} F\left(\frac{p}{\alpha}\right)$ – изображение оригинала $f(\alpha t)$.

Смещение изображения. Если $F(p)$ – изображение оригинала $f(t)$, то $\forall \lambda \in \mathbb{C}$ $F(p - \lambda)$ – изображение оригинала $e^{\lambda t} f(t)$.

Запаздывание. Если $F(p)$ – изображение оригинала $f(t)$, то $\forall \tau > 0$ $e^{-p\tau} F(p)$ – изображение оригинала $f(t - \tau)$.

Некоторые свойства могут быть доказаны, если доказательство будет доступно слушателям.

4. Составляем таблицу изображений, рассматривая элементарные функции.

5. Решаем конкретные примеры дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами операторным методом.

Литература

1. Матэматычная энцыклапедыя, гал.рэдактар Васіль Бернік, Мінск, “Тэхналогія”, 2001;
2. П.И. Романовский “Ряды Фурье. Теория поля. Аналитические и специальные функции. Преобразование Лапласа”, Москва, государственное издательство физико-математической литературы, 1959;
3. Н.С. Пискунов “Дифференциальное и интегральное исчисление”, том 2, Москва, “Наука”, 1964.