

СОВМЕСТНЫЕ ПРИБЛИЖЕНИЯ НУЛЯ ЗНАЧЕНИЯМИ ЦЕЛОЧИСЛЕННЫХ МНОГОЧЛЕНОВ В $R^2 \times C^2$

И.А. Корлюкова

Научный руководитель – д.ф.-м.н., профессор **В.И. Берник**
Гродненский государственный университет имени Янки Купалы

Пусть $P_n(x) = a_n x^n + \dots + a_1 x + a_0$ - полином с целыми коэффициентами a_j и $H = \max_{0 \leq j \leq n} |a_j|$ - высота многочлена $P(x)$, а $\varphi(x)$ - монотонно убывающая функция,

такая, что ряд $\sum_{H=1}^{\infty} \varphi(H)$ сходится.

В 1965 году В.Г.Спринджук в [1] была выдвинута гипотеза, согласно которой система неравенств

$$\begin{cases} |P_n(x)| < H^{-w} \\ |P_n(y)| < H^{-w} \end{cases} \quad (1)$$

имеет при $w > \frac{n-1}{2}$ для почти всех $(x, y) \in R^2$ лишь конечное число решений. Эта гипотеза была доказана в [2]. В [3] было получено обобщение этого результата на приближение в различных метриках, а в [4] была доказана теорема с произвольной монотонно убывающей функцией $\varphi(H)$ в правой части (1) и с некоторым условием на сходимость ряда, связанного с $\varphi(H)$.

Нами доказана теорема, обобщающая основной результат в [3].

Теорема. Система неравенств

$$\begin{cases} |P_n(x_1)| < H^{-\lambda_1} \varphi^{\mu_1}(H) \\ |P_n(x_2)| < H^{-\lambda_2} \varphi^{\mu_2}(H) \\ |P_n(z_1)| < H^{-\lambda_3} \varphi^{\mu_3}(H) \\ |P_n(z_2)| < H^{-\lambda_4} \varphi^{\mu_4}(H) \end{cases}$$

где $\lambda_j \geq -1$, $\mu_j \geq 0$, $1 \leq j \leq 4$, $\lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3 + 2\lambda_4 = n - 6$, $\mu_1 + \mu_2 + 2\mu_3 + 2\mu_4 = 1$ имеет для почти всех $(x_1, x_2, z_1, z_2) \in R^2 \times C^2$ лишь конечное число решений.

Литература

1. Спринджук В.Г. Доказательство гипотезы Малера о мере множества S -чисел // Изв. АН СССР. Сер. мат.-1965ю-Т. 29, № 2.-С. 379-436.
2. Берник В.И. Совместные приближения нуля значениями целочисленных многочленов. // Изв. АН СССР. Сер. физ.-мат. – 1980. – Т.44, № 1.-С. 24-45.
3. Желудевич Ф.Ф. Совместные приближения нуля значениями целочисленных многочленов. (Препринт. Ин-т математики: 29(154))-Мн., 1982.
4. Берник В.И., Борбат В.Н. Совместная аппроксимация нуля значениями целочисленных полиномов // Труды математического института им. В.А.Стеклова. Аналитическая теория чисел и приложения. К 60-летию со дня рождения проф. А.А. Карацубы.: Сб. ст./ РАН. МИАК.-М., 1997.-С. 58-73.