

Расчетные параметры согласования

№ п/п	Состав агрегата	$N_e$ , кВт	$\Sigma P_{сопр}$ , кВт	$P_k = P_{\varphi}$ , кВт
1	УПТ-2 + ССТ – 18Б + ПОУ – 1200	82,8	24,7	43,2–56,2
2	УПТ – 2 + КРШ – 8,1 + ПОУ – 1200	106,1 (3,06 м/с)	29,1	39,0–50,7
		85,6 (2,44 м/с)		
3	КРШ – 8,1 + УПТ – 2 + ПОУ – 1200	71,4	26,4	31,2–40,6
4	КРШ – 8,1 + УПТ – 2 + ПОУ – 1200 + ССТ – 18Б	84,7	29,6	40,7–52,8
5	ПСШ – 8,1 + УПТ – 2 + КРШ – 8,1	60,4	30,1	36,0–46,8
6	КОФ – 4,2 + УПТ – 2 + КСМ – 6	121,3 (1,77 м/с)	32,1	32,8–42,4
		108,1 (1,41 м/с)		
		94,8 (1,04 м/с)		
7	КФЛ – 4,2 + УПТ – 2 + СЛС – 12	87,3	30,6	36,4–47,3
8	КФО – 4,2 + УПТ – 2 + ПОУ – 1200 + СУПО – 9	77,2	27,9	41,6–54,1

редние колеса шестого агрегата, у которого  $2R_1 = 12,8 \text{ кН} \leq \Sigma P_{упр.доп} = 14,7 \text{ кН}$ . По грузоподъемности навесной системы у четвертого агрегата имеет место перегрузка передней навески ( $P_{н доп} = 16,0 \text{ кН} < P_{1схм} = 17,5 \text{ кН}$ ).

Чтобы устранить этот недостаток, нужно выполнить регулировку: соединить раскос с тягой через второе отверстие, вместо первого. (В тяге имеется три отверстия.)

Сопоставление рассмотренных результатов согласования с данными экспериментальных исследований по отдельным типам агрегатов свидетельствует об их удовлетворительном совпадении. А предложенный комплекс оценочных критериев совместимости параметров колесных тракторов и сельхозмашин и разработанная методика их согласования позволяют на стадии проектирования обоснованно выбирать требуемую мощность двигателя; тяговые показатели; нагрузки на колеса и грузоподъемность навесной системы трактора. В условиях эксплуатации разработанная методика позволит комплектовать эффективные машинно-тракторные агрегаты.

трактора УПТ-2 и сельхозмашин

$R_1/R_2$ , кН		$P_{к доп}$ , кВт	$P_{1схм}/P_{2схм}$ , кВт	$P_{н доп}$ , кВт
при переезде	при работе			
10,8	10,4	12,8	0	0
33,8	32,8	35,3	19,3	25,0
10,0	9,1	12,8	0	0
31,8	29,9	24,3	16,5	25,0
32,4	10,8	16,5	16,5	16,0
7,4	10,2	11,0	0	0
27,7	21,8	24,5	17,5	16,0
26,3	18,8	22,3	19,3	25,0
19,9	16,0	16,5	14,5	16,0
11,5	10,0	11,5	12,8	25,0
23,9	14,7	24,5	15,8	20,0
17,2	26,2	18,3	11,3	25,9
23,4	23,3	24,5	14,7	20,0
16,2	13,1	19,3	15,0	25,0
28,5	22,6	24,5	15,4	20,0
20,3	19,0	19,3	11,0	25,0

УДК 629.1.02:681.3.069

Э.И.ЯСЮКОВИЧ, канд.техн.наук (ММИ)

## МОДЕЛИРОВАНИЕ НА ЭВМ ДИНАМИКИ ТРАНСПОРТНЫХ СИСТЕМ

Применение математического моделирования позволяет значительно сократить сроки проектирования оптимальных параметров транспортных систем. Но одновременно возникает проблема адекватности математической модели и реального объекта, т.е. проблема достоверности получаемых результатов. Для обеспечения такой достоверности математическая модель должна наиболее полно описывать поведение тех основных узлов и агрегатов (подсистем) сложной транспортной динамической системы, которые оказывают заметное влияние на исследуемые или оптимизируемые параметры.

В данной работе рассматривается математическая модель двухзвенной транспортной системы, описывающая динамику ее следующих подсистем: вертикальной динамики ведущего и ведомого звеньев; курсового движения ведущего и ведомого звеньев; управляемых колес ведущего звена. Расчетная схема моделируемой системы представлена на рис. 1. При этом передний мост ее ведущего звена имеет схему, приведенную в работе [1].

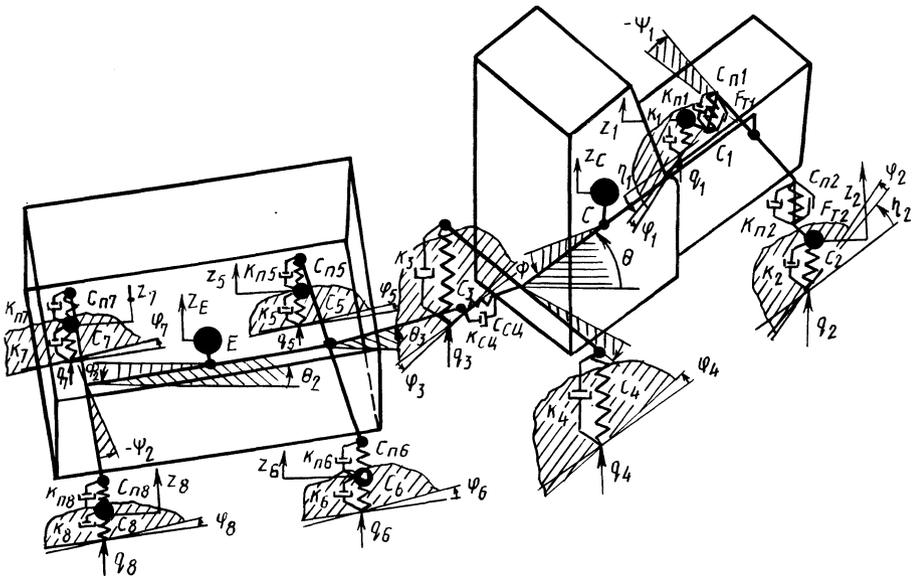


Рис. 1. Расчетная схема моделируемой системы.

Конфигурация рассматриваемой механической системы определяется следующими обобщенными координатами:  $x_c, y_c, z_c$  — координаты центра масс ведущего звена по его продольной, поперечной и вертикальной осям;  $x_e, y_e, z_e$  — координаты ведомого звена (прицепа);  $\theta, \psi, \phi$  — угловые координаты остова ведущего звена относительно вертикальной, продольной и поперечной осей;  $\theta_2, \psi_2, \phi_2$  — координаты ведомого звена;  $z_1, z_2$  — аппликаты левого и правого управляемых колес ведущего звена;  $z_5, z_6, z_7, z_8$  — аппликаты центров левого и правого колес переднего и заднего мостов прицепа;  $\eta_1$  — угол поворота левого управляемого колеса ведущего звена вокруг оси его шкворня;  $\psi_1$  — угол поворота переднего моста ведущего звена относительно продольной оси;  $\theta_3$  — угол поворота дышла прицепа в горизонтальной плоскости.

Динамические уравнения записаны в форме уравнений Лагранжа второго рода на основании выражений кинетической, потенциальной энергии и диссипативной функции с учетом допущений, принятых в работе [2]. Для расчетной схемы выражение кинетической энергии представлено следующим образом:

$$\begin{aligned}
 T = & \frac{1}{2} [ m\dot{x}_c^2 + m\dot{y}_c^2 + m^*\dot{z}_c^2 + I_x\dot{\psi}^2 + I_y\dot{\phi}^2 + I_z\dot{\theta}^2 + I_{ox}\dot{\psi}_1^2 + \\
 & + \sum_{i=1}^2 (m_i\dot{z}_i^2 + I_{zi}\dot{\eta}_i^2) + I_{zd}\dot{\theta}_3^2 + m_{\Pi}\dot{x}_e^2 + m_{\Pi}\dot{y}_e^2 + m^*\dot{z}_e^2 + I_{xe}\dot{\psi}_2^2 + \\
 & + I_{ye}\dot{\phi}_2^2 + I_{ze}\dot{\theta}_2^2 + \sum_{i=5}^8 m_i\dot{z}_i^2 ].
 \end{aligned}$$

Формулы потенциальной энергии и диссипативной функции в независимых обобщенных координатах можно записать следующим образом:

$$\begin{aligned}
\Pi = & \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^2 [c_i (q_i - z_i)^2 + c_{\Pi i} (z_i - z_c - L_1 \sin \phi \pm d_{\Pi i} \sin \psi_1)^2] + \right. \\
& + \sum_{i=3}^4 c_i (q_i - z_c + L_2 \sin \phi \pm d_{\kappa i} \sin \psi)^2 + \sum_{i=5}^8 c_i (q_i - z_i)^2 + \\
& + \sum_{i=5}^6 c_{\Pi i} (z_i - z_e + L_4 \sin \phi_2 \pm d_{\kappa i} \sin \psi_2)^2 + \sum_{i=7}^8 c_{\Pi i} (z_i - z_e - \\
& \left. - L_5 \sin \phi_2 \pm d_{\kappa i} \sin \psi_2)^2 + c_{\text{цл}} \Delta_{\text{цл}}^2 \right\}; \\
D = & \frac{1}{2} \left\{ \sum_{i=1}^2 [k_i (\dot{q}_i - \dot{z}_i)^2 + k_{\Pi i} (\dot{z}_i - \dot{z}_c - \dot{\phi} L_1 \cos \phi + \dot{\psi} d_{\Pi i} \cos \psi_1)^2 + \right. \\
& + \sum_{i=3}^4 k_i (\dot{q}_i - \dot{z}_c + \dot{\phi} L_2 \cos \phi \pm \dot{\psi} d_{\kappa i} \cos \psi)^2 + \sum_{i=5}^8 k_i (\dot{q}_i - \dot{z}_i)^2 + \\
& + \sum_{i=5}^6 k_{\Pi i} (\dot{z}_i - \dot{z}_e - \dot{\phi} L_4 \cos \phi_2 \pm \dot{\psi} d_{\kappa i} \cos \psi_2)^2 + \sum_{i=7}^8 k_{\Pi i} (\dot{z}_i - \dot{z}_e + \\
& \left. + \dot{\phi} L_5 \cos \phi_2 \pm \dot{\psi} d_{\kappa i} \cos \psi_2)^2 + k_{\text{цл}} \dot{\Delta}_{\text{цл}}^2 \right\}.
\end{aligned}$$

Продифференцировав выражения кинетической, потенциальной энергии и диссипативной функции в соответствии с формой уравнений Лагранжа второго рода [3], вычислим обобщенные силы. После несложных преобразований и дополнения полученной системы уравнениями кинематических связей колес транспортной системы с опорной поверхностью окончательно получим систему нелинейных дифференциальных уравнений движения двухзвенной транспортной системы:

$$\begin{aligned}
\ddot{x}_c = & \left\{ - \sum_{i=1}^2 [Y_i \sin(\theta + \eta_i + \eta_{0i}) + (P_{fi} - P_{\kappa i}) \cos(\theta + \eta_i + \eta_{0i})] - \right. \\
& \left. - \sum_{i=3}^4 [Y_i \sin \theta + (P_{fi} - P_{\kappa i}) \cos \theta] - X_{\text{цл}} \right\} / m; \\
\ddot{y}_c = & \left\{ \sum_{i=1}^2 [Y_i \cos(\theta + \eta_i + \eta_{0i}) + (P_{\kappa i} - P_{fi}) \sin(\theta + \eta_i + \eta_{0i}) + \right. \\
& \left. + \sum_{i=3}^4 [Y_i \cos \theta + (P_{\kappa i} - P_{fi}) \sin \theta] - Y_{\text{цл}} \right\} / m; \\
\ddot{z}_c = & \left( \sum_{i=1}^2 P_{\Pi i} + \sum_{i=3}^4 P_i + Z_{\text{цл}} \right) / m^*; \\
\ddot{\theta} = & \left\{ \sum_{i=1}^2 [Y_i L_1 \mp (P_{fi} - P_{\kappa i}) d_{\kappa i}] \cos(\eta_i + \eta_{0i}) - \sum_{i=3}^4 [Y_i L_2 \pm \right. \\
& \left. \pm (P_{fi} - P_{\kappa i}) d_{\kappa i} - M_{si}] + P_{\kappa p} L_{\kappa 2} \sin(\theta - \theta_3) \right\} / I_z; \\
\ddot{\psi} = & \left[ \sum_{i=3}^4 (\mp P_i d_{\kappa i}) \cos \psi - (X_{\text{цл}} \sin \theta - Y_{\text{цл}} \cos \theta) (h_T - h_{\text{цл}}) \right] / I_x; \\
\ddot{\phi} = & \left[ \left( \sum_{i=1}^2 P_{\Pi i} L_1 - \sum_{i=3}^4 P_i L_2 \right) \cos \phi - Z_{\text{цл}} A L_{\kappa 2} - (X_{\text{цл}} \cos \theta + \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + Y_{\text{cu}} \sin \theta)(h_{\text{T}} - h_{\text{cu}})/I_y ; \\
\ddot{\psi}_1 & = [ \sum_{i=1}^2 (\mp P_{\text{ni}} d_{\text{ni}}) \cos \psi_1 + M_{\psi_1} ] / I_{x0} ; \\
\ddot{z}_i & = (P_i - P_{\text{ni}}) / m_i, \quad i = 1, 2, 7, 8 ; \\
\ddot{\eta}_1 & = (I_{z2} E_2 \dot{\eta}_1^2 + \sum_{i=1}^2 M_{\text{ri}} + M_1) / (I_{z1} + I_{z2} E_1 + N_1 - N_2) ; \\
\dot{\theta}_3 & = [ \sum_{i=5}^6 (\mp P_{\text{fi}} d_{\text{ki}} - M_{\text{si}}) - M_{\text{kp}} \text{sign}(\dot{\theta}_3 - \dot{\theta}) + P_{\text{kp}} L_3 \sin(\theta - \theta_3) ] / I_{\text{kz}} ; \\
\ddot{X}_e & = [ - \sum_{i=5}^6 (Y_i \sin \theta_3 + P_{\text{fi}} \cos \theta_3) - \sum_{i=7}^8 (Y_i \sin \theta_2 + P_{\text{fi}} \cos \theta_2) - X_{\text{cu}} ] / m_{\Pi} ; \\
\ddot{Y}_e & = [ \sum_{i=5}^6 (Y_i \cos \theta_3 - P_{\text{fi}} \sin \theta_3) + \sum_{i=7}^8 (Y_i \cos \theta_2 - P_{\text{fi}} \sin \theta_2) - Y_{\text{cu}} ] / m_{\Pi} ; \\
\ddot{z}_e & = \sum_{i=5}^8 P_{\text{ni}} / m_{\Pi}^* ; \\
\ddot{\theta}_2 & = [ \sum_{i=5}^6 Y_i L_4 \cos(\theta_3 - \theta_2) - \sum_{i=7}^8 (Y_i L_5 \pm P_{\text{fi}} d_{\text{ki}} - M_{\text{si}}) ] / I_{ez} ; \\
\ddot{\psi}_2 & = [ \sum_{i=5}^8 (\mp P_{\text{ni}} d_{\text{ki}}) \cos \psi_2 - (X_{\text{cu}} \sin \theta_2 - Y_{\text{cu}} \cos \theta_2)(h_e - h_{\text{cu}}) ] / I_{\text{Ex}} ; \\
\ddot{\phi}_2 & = [ ( \sum_{i=5}^6 P_{\text{ni}} L_4 - \sum_{i=7}^8 P_{\text{ni}} L_5 ) \cos \phi_2 - (X_{\text{cu}} \cos \theta_2 + Y_{\text{cu}} \sin \theta_2) \times \\
& \times (h_{\text{E}} - h_{\text{cu}}) + Z_{\text{cu}} A L_{\text{k2}} ] / I_{\text{Ey}} ; \\
\ddot{z}_i & = (P_i - P_{\text{ni}} + z_{\text{cu}}/2) / m_i, \quad i = 5, 6 ; \\
\dot{\xi}_i & = [ -\dot{y}_c - \dot{\theta} (L_1 \cos \theta \mp d_{\text{ni}} \sin \theta \cos \psi_1) - \psi_1 L_{\text{ci}} \cos \theta - ((\dot{z}_{\text{ni}} - \dot{z}_i) \cos \theta - \dot{\theta} l_{\text{ai}} \sin \theta) \sin(\alpha_i + \psi_1) + (\dot{\theta} + \dot{\eta}_i) l_i \sin(\theta + \eta_i + \eta_{0i}) - \nu_{\text{ki}} (\sin \eta_i + \varphi_i \cos \eta_i) ] / \cos \eta_i, \quad i = 1, 2 ; \\
\dot{\varphi}_i & = \nu_{\text{ki}} [ v_{1i} \xi_i - u_{2i} \varphi_i - u_{3i} (\chi_i + \psi_1) ] - \dot{\theta} - \dot{\eta}_i, \quad i = 1, 2 ; \\
\dot{\xi}_i & = -\dot{y}_c + \dot{\theta} (L_2 \cos \theta \pm d_{\text{ki}} \sin \theta) - \nu_{\text{ki}} \varphi_i, \quad i = 3, 4 ; \\
\dot{\varphi}_i & = \nu_{\text{ki}} (u_{1i} \xi_i - u_{2i} \varphi_i - u_{3i} \psi) - \dot{\theta}, \quad i = 3, 4 ; \\
\dot{\xi}_i & = -\dot{y}_{\text{E}} - \dot{\theta}_2 L_4 \cos \theta_2 \pm \dot{\theta}_3 d_{\text{k3}} \sin \theta_3 - \nu_{\text{ki}} \varphi_i, \quad i = 5, 6 ;
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\dot{\varphi}_i &= v_{\kappa i}(u_{1i}\dot{\xi}_i - u_{2i}\dot{\varphi}_i - u_{3i}\dot{\psi}_3) - \dot{\theta}_3, \quad i = 5, 6; \\ \dot{\xi}_i &= -\dot{y}_E + \dot{\theta}_2(L_2 \cos \theta_2 \pm d_{\kappa i} \sin \theta_2) - v_{\kappa i} \varphi_i, \quad i = 7, 8; \\ \dot{\varphi}_i &= v_{\kappa i}(u_{1i}\dot{\xi}_i - u_{2i}\dot{\varphi}_i - u_{3i}\dot{\psi}_4) - \dot{\theta}_3, \quad i = 7, 8.\end{aligned}$$

Здесь  $m_{\Pi}$  — масса прицепа;  $I_{Ex}$ ,  $I_{Ey}$ ,  $I_{Ez}$  — моменты инерции прицепа относительно продольной, поперечной и вертикальной осей;  $I_{zd}$  — момент инерции переднего моста прицепа с дышлом относительно оси его поворота;  $L_3$  — длина дышла прицепа;  $L_4$  и  $L_5$  — расстояния от центра масс прицепа до переднего и заднего мостов;  $h_T$ ,  $h_E$ ,  $h_{\text{сц}}$  — высоты расположения центров масс трактора, прицепа и сцепного устройства;  $\Delta_{\text{сц}}$ ,  $\dot{\Delta}_{\text{сц}}$  — деформация сцепного устройства и скорость ее изменения.

Для определения упругой силы, действующей в сцепке ведущего звена и прицепа, использовались зависимости:

$$\begin{aligned}X_{\text{сц}} &= x_{\text{сц}}c_{\text{сц}} + \dot{x}_{\text{сц}}k_{\text{сц}}; \quad Y_{\text{сц}} = y_{\text{сц}}c_{\text{сц}} + \dot{y}_{\text{сц}}k_{\text{сц}}; \\ Z_{\text{сц}} &= z_{\text{сц}}c_{\text{сц}} + \dot{z}_{\text{сц}}k_{\text{сц}}; \quad P_{\text{кр}} = \sqrt{X_{\text{сц}}^2 + Y_{\text{сц}}^2}.\end{aligned}$$

Геометрические параметры, входящие в (1), определяются по выражениям:

$$\begin{aligned}A &= L_{\kappa 2} \cos \phi_2 / \sqrt{L_3^2 - (L_{\kappa 2} \sin \phi + L_4 \sin \phi_2)^2}; \\ L_{\kappa 2} &= L_2 + L_{\kappa}; \quad m_{\Pi}^* = m_{\Pi} - \sum_{i=5}^8 m_i; \\ \psi_3 &= \arcsin [(z_6 - z_5) / \sum_{i=5}^6 d_{\kappa i}]; \quad \psi_4 = \arcsin [(z_8 - z_7) / \sum_{i=7}^8 d_{\kappa i}]; \\ \dot{\phi}_3 &= (L_{\kappa 2} \dot{\phi} \cos \phi + L_4 \dot{\phi}_2 \cos \phi_2) / \sqrt{L_3^2 - (L_{\kappa 2} \sin \phi + L_4 \sin \phi_2)^2}\end{aligned}$$

Обозначения остальных параметров совпадают с обозначениями, приведенными в [2].

Момент  $M_1$  определяется по выражению

$$M_1 = \sum_{i=1}^2 (M_{y_i} + M_{z_i} + M_{f_i} - M_{\kappa i} - M_{s_i} - M_{e_i} \text{sign} \eta_i) - M_c,$$

где  $M_{y_i}$ ,  $M_{z_i}$ ,  $M_{f_i}$  — моменты, вызывающие поворот управляемых колес вокруг шкворней действием боковых и нормальных реакций опорной поверхности и силами сопротивления качению колес;  $M_{\kappa i}$  — крутящий момент  $i$ -го управляемого колеса;  $M_{e_i}$  — момент сопротивления, обусловленный сухим трением в  $i$ -ом поворотном шкворне;  $M_c$  — момент сопротивления, обусловленный податливостью и неупругим сопротивлением рулевого привода.

Если к управляемым колесам ведущего звена подведены крутящие моменты, то последние определяются из условия равенства сил тяги и сопротивления движению при равномерном движении:

$$\sum_{i=1}^4 P_{\kappa i} = \sum_{i=1}^4 P_{f_i} + P_{\text{кр}},$$

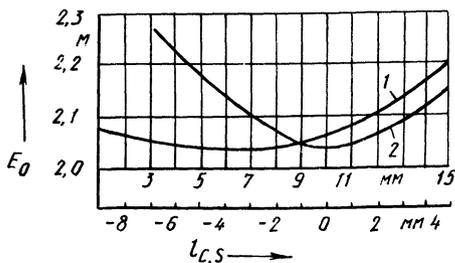


Рис. 2. Зависимости критерия  $E_0$  от схождения (1) и вылета (2) управляемых колес.

$$\text{откуда } P_{k1} + P_{k2} = P_{kp} + \sum_{i=1}^4 P_{fi} - \sum_{i=3}^4 P_{ki}.$$

Принимая  $M_{k1} = M_{k2}$ , получим для симметричного дифференциала

$$M_{ki} = \frac{1}{2} (P_{kp} + \sum_{i=1}^4 P_{fi} - \sum_{i=3}^4 P_{ki}) r_{ki}.$$

Выведенная система дифференциальных уравнений использовалась для оценки курсовой устойчивости тракторного поезда по предложенному в [4] обобщенному среднеинтегральному критерию  $E_0$ :

$$E_0 = (E_{\text{н}} + \bar{\sigma}_{\eta}) / 2,$$

где  $E_{\text{н}}$  — среднеинтегральное значение ширины коридора движения;  $\bar{\sigma}_{\eta}$  — приведенное к  $E_{\text{н}}$  значение среднеквадратического отклонения амплитуды угловых колебаний управляемых колес ведущего звена.

Решение системы уравнений (1) производилось при помощи пакета прикладных программ, разработанного на языке ФОРТРАН для ЕС ЭВМ, с учетом моделируемого микропрофиля опорной поверхности, отрыва колес транспортной системы и их бокового скольжения.

На основании проведенных исследований получены зависимости критерия  $E_0$  от вылета ( $s_i$ ) и схождения ( $l_{ci}$ ) управляемых колес трактора класса 14 кН (рис. 2), а также значения этих параметров ( $s_i = 0$ ;  $l_{ci} = 6$  мм), соответствующие минимуму указанного критерия.

Итогом нашей работы явилось создание математической модели для решения широкого круга задач динамики двухзвенной транспортной системы: вертикальной, курсового движения, устойчивости движения управляемых колес ведущего звена. Данная модель может быть использована для оптимизации параметров указанной механической системы.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Я с ю к о в и ч Э.И., К и м В.А. Моделирование курсовой устойчивости движения колесного трактора на ЭЦВМ. — В кн.: Автотракторостроение: Теория и конструирование мобильных машин. Минск, 1980, вып. 15, с. 133–140.
2. Я с ю к о в и ч Э.И. Моделирование на ЭЦВМ курсового движения колесного трактора с учетом поперечных колебаний управляемых колес. — В кн.: Автотракторостроение: Теория и конструирование. Минск, 1980, вып. 18, с. 124–131.
3. Л у р ь е А.И. Аналитическая механика. — М., 1961. — 824 с.
4. Я с ю к о в и ч Э.И. Оптимизация параметров ходовых систем колесных машин с применением ЭВМ. — В кн.: Автотракторостроение: Теория и конструирование. Минск, 1984, вып. 19, с. 117–121.