

## ПРОСТРАНСТВЕННАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛИННОБАЗНОГО СЕДЕЛЬНОГО АВТОПОЕЗДА С ПОВОРОТНОЙ ТЕЛЕЖКОЙ ПОЛУПРИЦЕПА

В связи с тем что автопоезда начали использоваться значительно позже, чем одиночные автомобили, а длиннобазные автопоезда пока еще не получили широкого распространения, имеется немного исследований, посвященных изучению движения автопоездов. Анализ известных работ [1, 2], посвященных изучению тормозной динамики седельных автопоездов, позволяет сделать следующие выводы: большинство работ по тормозной динамике седельного автопоезда посвящено изучению его устойчивости при торможении; практически отсутствуют исследования процесса торможения длиннобазного автопоезда с поворотной тележкой полуприцепа.

Седельный автопоезд состоит из автомобиля-тягача и полуприцепа, которые соединяются между собой опорно-цепным устройством. Звенья такого автопоезда в большинстве случаев не имеют в опорно-цепном устройстве упругой связи, и зазоры между шкворнем полуприцепа и захватами автомобиля-тягача минимальные. Поэтому динамическое взаимодействие звеньев автопоезда рассматривается в предположении безззорной сцепки [1]. Кроме того, принимается, что в процессе поворота полуприцепа относительно тягача отсутствуют силы трения.

Таким образом, процесс движения автопоезда рассматривается при отсутствии внешних сил и моментов, сопротивление качению колес и сопротивление воздуха не учитывается [2].

На рис. 1 представлена расчетная схема для определения плоского движения длиннобазного автопоезда. При описании движения затормаживаемого длиннобазного автопоезда использованы следующие системы координат:

$OXYZ$  — подвижная система координат, связанная с тягачом, и начало которой расположено в его центре масс;

$O_1X_1Y_1Z_1$  — подвижная система координат, связанная с полуприцепом и расположенная в его центре масс;

$O'X'Y'Z'$  — неподвижная система координат, в которой определяется положение автопоезда в процессе торможения.

Кроме того, на рис. 1 использованы следующие обозначения:

$B_1, B_2, B_3$  — соответственно колея передних колес тягача, колес тележки тягача и колес тележки полуприцепа;

$l, l_1$  — базы тягача и полуприцепа;

$a, b, c, d$  — соответственно расстояние от центра масс тягача до передней оси и центра задней тележки тягача и от центра масс полуприцепа до опорно-цепного устройства и до центра тележки полуприцепа;

- $e, e_1$  — соответственно расстояние от центра тележки тягача и полуприцепа до их осей;  
 $\omega, \omega_1$  — соответственно скорость вращения тягача и полуприцепа вокруг вертикальных осей, проходящих через их центры масс;  
 $\gamma$  — угол между продольными осями тягача и полуприцепа;  
 $\beta, \beta_1$  — соответственно углы между осью абсцисс и продольными осями тягача и полуприцепа;  
 $h$  — расстояние от центра масс тягача до опорно-цепного устройства;  
 $\theta$  — угол поворота управляемых колес тягача;  
 $\gamma_1$  — угол поворота тележки полуприцепа.

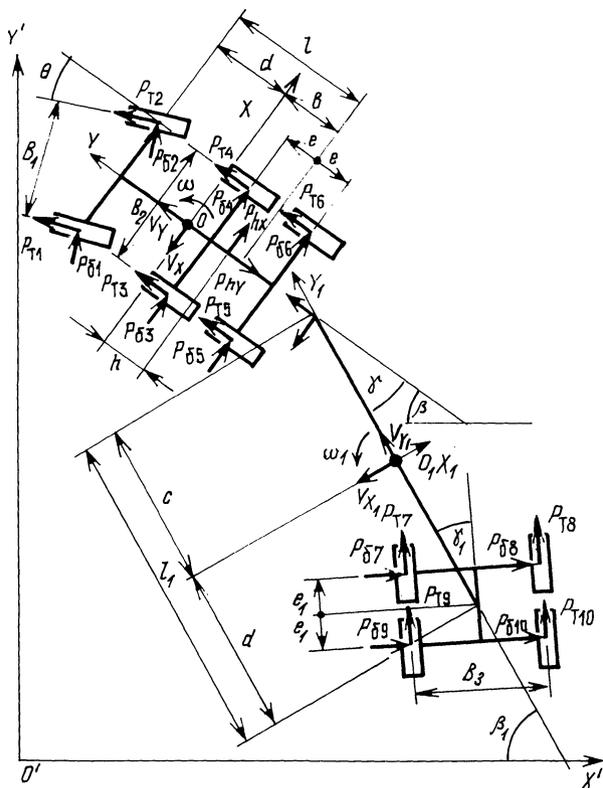


Рис. 1. Расчетная схема для определения плоского движения затормаживаемого автопоезда.

На этом же рисунке показаны реакции на колесах автопоезда и в опорно-цепном устройстве. Реакция  $P_{Ti}$  (тормозная сила) лежит в плоскости вращения колес, реакция  $P_{бi}$  (боковая сила) лежит в плоскости, перпендикулярной плоскости вращения колес. Автопоезд условно разделен на две части, взаимодействие которых в

опорно-сцепном устройстве заменено силой  $P_h$ , представленной в виде  $P_{hx}$  и  $P_{hy}$ .

Следовательно, всю систему можно рассматривать как две отдельные системы, связанные между собой силами в опорно-сцепном устройстве.

Уравнения движения тягача запишутся следующим образом:

$$\left. \begin{aligned} \Sigma X &= m_1 \dot{U}_x; \\ \Sigma Y &= m_1 \dot{U}_y; \\ \Sigma L &= J_{z_1} \dot{\omega}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

а уравнения движения полуприцепа

$$\left. \begin{aligned} \Sigma X_1 &= m_2 \dot{U}_{x_1}; \\ \Sigma Y_1 &= m_2 \dot{U}_{y_1}; \\ \Sigma L &= J_{z_2} \dot{\omega}_1. \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

В системах (1) и (2) использованы следующие обозначения:

$\Sigma X, \Sigma Y, \Sigma X_1, \Sigma Y_1$  — соответственно суммы проекций на оси  $X, Y, X_1, Y_1$  сил, действующих на тягач и полуприцеп;

$\Sigma L, \Sigma L_1$  — сумма моментов вокруг осей  $Z$  и  $Z_1$  действующих на тягач и полуприцеп соответственно;

$m_1, m_2$  — соответственно массы тягача и полуприцепа;

$J_{z_1}, J_{z_2}$  — соответственно моменты инерции тягача и полуприцепа относительно осей  $Z$  и  $Z_1$ ;

$\dot{U}_x, \dot{U}_y, \dot{U}_{x_1}, \dot{U}_{y_1}$  — соответственно проекции ускорений тягача и полуприцепа на оси  $X, Y, X_1, Y_1$ ;

$\dot{\omega}, \dot{\omega}_1$  — соответственно угловые ускорения тягача и полуприцепа.

Для нахождения проекций ускорений на оси координат записываем выражения для проекций скорости тягача и полуприцепа на эти оси и дифференцируем их. Кроме того, выражаем моменты инерции тягача и полуприцепа через их радиусы инерции. После соответствующих преобразований систем (1) и (2) получим системы уравнений для тягача и полуприцепа. Система уравнений для полуприцепа существенно отличается от имеющихся систем дифференциальных уравнений движения учетом угла поворота тележки полуприцепа.

Выражая скорости и ускорения полуприцепа через скорости и ускорения тягача (точка сцепки принадлежит одновременно тягачу и полуприцепу), а также  $P_{hx}$  и  $P_{hy}$  из первых двух уравнений системы (1) и подставляя их в оставшееся уравнение системы (1) и систему (2), получаем систему дифференциальных уравнений, описывающих движение автопоезда при торможении:

$$-\sum_{i=1}^2 m_i \dot{V}_y \sin \gamma - \sum_{i=1}^2 m_i \dot{V}_x \cos \gamma + m_2 (\dot{\omega} h \cos \gamma + \dot{\omega}_1 c) =$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^2 m_i V_y \omega \cos \gamma - (m_2 - m_1) V_x \omega \sin \gamma + m_2 \omega^2 h \sin \gamma + \\ & + \sum_{i=7}^{10} P_{Ti} \sin \gamma_1 + \sum_{i=7}^{10} P_{Gi} \cos \gamma_1 + \sum_{i=1}^2 P_{Gi} \cos \theta \cos \gamma - \sum_{i=1}^2 P_{Ti} \\ & \sin \theta \cos \gamma + \sum_{i=3}^6 P_{Gi} \cos \gamma - \sum_{i=1}^2 P_{Gi} \sin \theta \sin \gamma - \sum_{i=1}^2 P_{Ti} \cos \theta \sin \gamma - \\ & - \sum_{i=3}^6 P_{Ti} \sin \gamma ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^2 m_i \dot{V}_y \cos \gamma - \sum_{i=1}^2 m_i \dot{V}_x \sin \gamma = \sum_{i=1}^2 m_i V_y \omega \sin \gamma - \\ & - \sum_{i=1}^2 m_i V_x \omega \cos \gamma + m_2 (\omega_1^2 c - \dot{\omega} h \sin \gamma - \omega^2 h \cos \gamma - \\ & - 2V_y \omega_1 \sin \gamma - 2V_x \omega_1 \cos \gamma) + \sum_{i=7}^{10} P_{Ti} \cos \gamma_1 - \\ & - \sum_{i=7}^{10} P_{Gi} \sin \gamma_1 + \sum_{i=1}^2 P_{Ti} \cos \theta \cos \gamma + \sum_{i=3}^6 P_{Ti} \cos \gamma + \sum_{i=1}^2 P_{Gi} \sin \theta \\ & \cos \gamma - \sum_{i=7}^{10} P_{Gi} \sin \gamma_1 + \sum_{i=1}^2 P_{Ti} \cos \theta \cos \gamma + \sum_{i=1}^2 P_{Gi} \sin \theta \cos \gamma + \\ & + \sum_{i=3}^6 P_{Ti} \cos \gamma + \sum_{i=1}^2 P_{Gi} \cos \theta \sin \gamma - \sum_{i=1}^2 P_{Ti} \sin \theta \sin \gamma + \\ & + \sum_{i=3}^6 P_{Gi} \sin \gamma ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & m_1 \rho_1^2 \dot{\omega} + m_1 \dot{V}_x h = -m_1 V_y \omega h - \left( \sum_{i=1}^2 P_{Gi} \cos \theta - \sum_{i=1}^2 P_{Ti} \sin \theta + \right. \\ & + \sum_{i=3}^6 P_{Gi} ) h + \sum_{i=3}^6 P_{Gi} (b - e) + \sum_{i=5}^6 P_{Gi} (b + e) - \left( \sum_{i=1}^2 P_{Gi} \cos \theta - \right. \\ & - \sum_{i=1}^2 P_{Ti} \sin \theta ) a + \left( (P_{G2} - P_{G1}) \sin \theta + (P_{T2} - P_{T1}) \cos \theta \right) \frac{B_1}{2} + \\ & + \left( \sum_{i=4,6} P_{Ti} - \sum_{i=3,5} P_{Ti} \right) \frac{B_2}{2} ; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & m_2 \rho_2^2 \dot{\omega}_1 + m_1 V_x c \cos \gamma = -m_1 (V_y c \sin \gamma + V_y \omega c \cos \gamma + \\ & + \dot{V}_x \omega c \sin \gamma) + \sum_{i=7}^9 P_{Gi} (d \cos \gamma_1 - e_1) + \sum_{i=9}^9 P_{Gi} (d \cos \gamma_1 + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + e_1) + \sum_{i=8,10} \frac{P_{Ti}}{2} (d \sin \gamma_1 + \frac{B_3}{2}) - \sum_{i=7,9} \frac{P_{Ti}}{6} (d \sin \gamma_1 - \frac{B_3}{2}) - \\
& - (\sum_{i=1}^2 \frac{P_{Gi}}{2} \cos \theta - \sum_{i=1}^2 P_{Ti} \sin \theta + \sum_{i=3}^6 \frac{P_{Gi}}{2}) c \cos \gamma + (\sum_{i=1}^2 P_{Ti} \cos \theta + \\
& + \sum_{i=1}^2 \frac{P_{Gi}}{2} \sin \theta + \sum_{i=3}^6 P_{Ti}) c \sin \gamma .
\end{aligned}$$

Решение системы (3) позволяет определить параметры движения в подвижной системе координат. Для того чтобы получить положение автопоезда в неподвижной системе координат в любой момент времени, необходимо иметь уравнения, связывающие движение автопоезда в подвижной и неподвижной системах координат. Это могут быть уравнения, связывающие проекции скорости центра тяжести тягача в подвижной и неподвижной системах координат, и уравнения, связывающие вращение тягача и полуприцепа вокруг их центров масс в тех же системах. Таким образом, система уравнений, описывающая движение седельного автопоезда на плоскости будет иметь следующий вид:

Система уравнений (3)

$$\left. \begin{aligned}
\dot{X}' &= -V_x \sin \beta - V_y \cos \beta ; \\
\dot{Y}' &= V_y \sin \beta - V_x \cos \beta ; \\
\dot{\beta} &= \omega ; \\
\dot{\beta}_1 &= \omega_1 .
\end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Необходимые для решения системы уравнений (4) реакции, возникающие в контакте колес с опорной поверхностью, а также кинематические параметры движения колес определяются так же, как и в работе [3].

Разработанная пространственная математическая модель длиннобазного автопоезда, отличающаяся от других учетом поворота тележки полуприцепа, предназначена для аналитического исследования движения автопоезда при торможении.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Закин Я.Х. Прикладная теория движения автопоезда. — М.: Транспорт, 1967. — 255 с.
2. Эллис Д.Р. Управляемость автомобиля/Пер. с англ.— М.: Машиностроение, 1975. — 216 с.
3. Флерко И.М. Исследование характеристик взаимодействия затормаживаемого колеса с дорогой, устойчивости и эффективности торможения большегрузных автомобилей с противоблокировочной системой: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. — Минск, 1981. — 20 с.