

Б.Л.Кулаковский, канд.техн.наук (МВД)  
Д.В.Рожанский, инж. (БПИ)

## ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАНОСА МОДЕЛИ АВТОМОБИЛЬНОЙ ЦИСТЕРНЫ ПРИ ДЕЙСТВИИ ПОВОРАЧИВАЮЩЕГО МОМЕНТА

При движении автомобильной цистерны с заносом в ее емкости происходит перемещение жидкости, влияющее на устойчивость автомобиля.

Экспериментальные исследования в лабораторных условиях показали, что при вращении модели цистерны с реальной жидкостью вокруг вертикальной оси создаются большие ускорения и угловая скорость по сравнению с моделью, загруженной "фиксированным" грузом. Так как от величины угловой скорости и ускорения при заносе автомобиля зависит эффективность действий водителя по прекращению заноса и предотвращению дорожно-транспортного происшествия, то исследование устойчивости автоцистерны в процессе заноса весьма актуально.

Для выяснения картины влияния жидкости на поворот автоцистерны при заносе рассмотрим следующую модель (рис. 1).

Вокруг вертикальной оси вращается диск. На диске симметрично расположены два грузика массой  $m_T$ , соединенные с осью пружинами, жесткость которых равна  $c$ . Диск имитирует вращение шасси автомобиля с цистерной, грузики – жидкий груз, а растяжение пружины имитирует подъем центра тяжести жидкости при вращении цистерны.

Грузики считаются точечными массами, а массой пружин пренебрегаем. Когда центр тяжести грузика находится в точке  $O_1$  на расстоянии от оси вращения  $x_0$ , то пружина недеформирована. Между поверхностью диска и грузиками имеется жидкостное трение.

При повороте диска в опорах создается момент трения  $M_{тр}$ . Под действием поворачивающего момента  $M$  диск с грузиками начинает ускоренно вращаться и повернется на угол  $\theta$ . Так как между диском и грузиками имеется жидкостное трение, то грузики повернутся на угол  $\varphi$  и одновременно под действием центробежной силы в радиальном направлении пружина будет растянута на расстояние  $x$ , а центр тяжести грузиков будет находиться в точке  $O_2$ . При решении задачи делаем допущение, что величина поворачивающего момента  $M$  при ускоренном вращении диска постоянна.

Рассматриваемая система имеет три степени свободы и для определения положения материальных точек необходимо задать три независимых параметра. Эти параметры должны определить: а) положение диска при повороте относительно вертикальной оси на угол  $\theta$ ; б) положение грузика на диске при повороте на угол  $\varphi$ ; в) положение грузика на диске при перемещении его по радиусу на расстояние  $x$ .

Возьмем углы поворота  $\theta$  и  $\varphi$  за обобщенные координаты. Направим ось  $x$  в горизонтальной плоскости по радиусу диска и введем обобщенную координату  $x$ . Определим величину силы жидкостного трения в направлении

обобщенных координат  $\varphi$  и  $x$ . Силу жидкостного трения в радиальном направлении  $x$  можно определить по закону Ньютона и выразить в следующем виде:

$$F_{\text{ТР},x} = \frac{2}{3} \frac{\mu \dot{x} S_1}{h}, \quad S_1 = b l_{\text{ц}}, \quad (1)$$

где  $\mu$  — динамическая вязкость;  $S_1$  — площадь вязкостного трения;  $b, l_{\text{ц}}$  — соответственно ширина и длина грузиков (цистерны);  $h$  — глубина заполнения цистерны.

В этой формуле принимается, что скорость перемещения потоков жидкости по глубине от поверхности до дна цистерны изменяется по параболическому закону. Для упрощения расчетов обозначим

$$\frac{2}{3} \frac{\mu S_1}{h} = k_1.$$

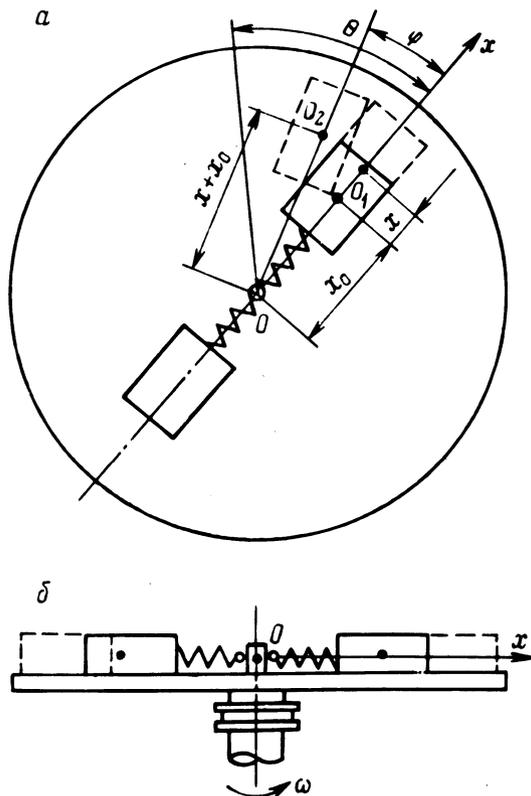


Рис. 1. Модель автомобильной цистерны при вращении вокруг вертикальной оси:  
а — вид сверху; б — вид сбоку.

Сила жидкостного трения в направлении координаты  $\varphi$  будет

$$F_{\text{ТР}\varphi} = \frac{\frac{2}{3} \mu S_2 (x_0 + x) (\dot{\theta} - \dot{\varphi})}{h} \quad (2)$$

$$\text{Обозначим } \frac{\frac{2}{3} \mu S_2}{h} = k_2.$$

Для составления дифференциальных уравнений движения системы применим уравнения Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \Pi}{\partial q_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} = Q_i, \quad (3)$$

где  $T$ ,  $\Pi$  – соответственно кинетическая и потенциальная энергии системы;  $\Phi$  – функция рассеивания;  $Q_i$  – обобщенная сила, действующая вдоль обобщенных координат.

Полная кинетическая энергия системы

$$T = \frac{I_g \dot{\theta}^2}{2} + \frac{I_\varphi \dot{\varphi}^2}{2} + \frac{m_\Gamma \dot{x}^2}{2}, \quad (4)$$

где  $I_g$ ,  $I_\varphi$  – соответственно момент инерции диска и грузика относительно оси вращения;  $\theta$ ,  $\varphi$  – соответственно угловая скорость вращения диска и грузика;  $m_\Gamma$  – масса грузика;  $\dot{x}$  – скорость движения грузика вдоль обобщенной координаты  $x$ .

Потенциальная энергия при деформировании пружины

$$\Pi = \frac{cx^2}{2}. \quad (5)$$

Функция рассеивания определяется из равенства

$$\Phi = \frac{k_1 \dot{x}^2}{2} + \frac{k_2}{2} [(x_0 + x) (\dot{\theta} - \dot{\varphi})]^2. \quad (6)$$

Составим уравнения Лагранжа по обобщенным координатам  $\theta$ ,  $\varphi$  и  $x$ :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\theta}} - \frac{\partial T}{\partial \theta} + \frac{\partial \Pi}{\partial \theta} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\theta}} = M - M_{\text{ТР}}; \quad (7)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} + \frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{\varphi}} = 0; \quad (8)$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial T}{\partial x} + \frac{\partial \Pi}{\partial x} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{x}} = 0. \quad (9)$$

Произведем дифференцирование полученных выражений кинетической, потенциальной энергии и функции рассеивания по принятым обобщенным координатам и получим следующую систему дифференциальных уравнений:

$$\left. \begin{aligned} I_g \ddot{\theta} + k_2((x_0+x)\dot{\theta} - (x_0+x)\dot{\varphi})(x_0+x) &= M - M_{\Gamma p}; \\ I_{\Gamma} \ddot{\varphi} + m_{\Gamma} \ddot{\varphi}(x_0+x)^2 - k_2[(x_0+x)\dot{\theta} - (x_0+x)\dot{\varphi}](x_0+x) &= 0; \\ m_{\Gamma} \ddot{x} - m_{\Gamma} \dot{\varphi}^2(x_0+x) + cx + k_1 \dot{x} &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Поскольку в рассматриваемой модели пружина имитирует подъем центра тяжести жидкости, в уравнении (10) жесткость  $c$  зависит от величины ускорения движения грузиков в радиальном направлении. Для определения величины этого ускорения применим теорему Кориолиса:

$$\vec{a}_x = \vec{a}_r + \vec{a}_e + \vec{a}_c, \quad (11)$$

где  $\vec{a}_r$ ,  $\vec{a}_e$ ,  $\vec{a}_c$  — соответственно относительное, переносное и кориолисово ускорение.

Проекция относительного ускорения на координату  $x$  равна  $a_r = \ddot{x}$ ; переносное нормальное ускорение определяется по формуле

$$a_{en} = (x_0 + x) \dot{\varphi}^2.$$

Так как направление кориолисова и переносного тангенциального ускорений перпендикулярно радиусу, то проекции их на координату  $x$  равны нулю. Отсюда величина общего ускорения в радиальном направлении

$$a_x = a_r - a_{en} = \ddot{x} - \dot{\varphi}^2(x_0 + x). \quad (12)$$

В результате движения жидкого груза с ускорением  $a_x$  при вращении цистерны его центр тяжести поднимется в вертикальной плоскости на величину  $z$  с созданием запаса потенциальной энергии

$$\Pi = z m_{\Gamma} g. \quad (13)$$

Смещение центра тяжести жидкости в вертикальной плоскости можно определить по формуле [1]

$$z = \frac{l_{\Gamma}^2 a_x^2}{4 \cdot 24 h \cdot g^2} = \frac{l_{\Gamma}^2 a_x^2}{9238 h}. \quad (14)$$

Исходя из условия равенства потенциальной энергии растянутой пружины и потенциальной энергии поднятой при вращении цистерны жидкости, получаем уравнение

$$\frac{l_{\Gamma}^2 a_x^2 m_{\Gamma} g}{9238 h} = \frac{cx^2}{2}. \quad (15)$$

Сделав подстановку в это уравнение значения  $a_x$  (12), после преобразований определим значение жесткости пружины:

$$c = \frac{I_{\text{ц}} [\ddot{x} - \dot{\varphi}^2 (x_0 + x)]^2 m_{\Gamma}}{471 h x^2} \quad (16)$$

Если принять, что грузики неподвижно закреплены на диске, то по условию равновесия системы имеем

$$(I_g + m_{\Gamma} x_0^2) \frac{d\omega_0}{dt} = M - M_{\text{ТР}} \quad (17)$$

При этом принимаем, что моменты сил, действующих на диск с неподвижными и подвижными грузиками, равны между собой.

Из равенства (17) находим значение угловой скорости  $\dot{\theta}_1$

$$\dot{\theta}_1 = \omega_0 = \int_0^t \frac{(M - M_{\text{ТР}}) dt}{I_g + m_{\Gamma} x_0^2} = \frac{(M - M_{\text{ТР}}) t}{I_g + m_{\Gamma} x_0^2} \quad (18)$$

Из равенства (17) можно определить угловое ускорение:

$$\ddot{\theta}_1 = \frac{M - M_{\text{ТР}}}{I_g + m_{\Gamma} x_0^2} \quad (19)$$

Из (18) можно определить угол поворота  $\theta_1$ :

$$\theta_1 = \frac{M - M_{\text{ТР}}}{I_g + m_{\Gamma} x_0^2} \int_0^t t dt = \frac{(M - M_{\text{ТР}}) t^2}{2(I_g + m_{\Gamma} x_0^2)} \quad (20)$$

Для решения системы дифференциальных уравнений второго порядка (10) обозначим  $\dot{x} = \alpha$ ,  $\dot{\varphi} = \beta$ ;  $\theta = \gamma$  и сведем ее к системе первого порядка. Тогда уравнения (10) примут следующий вид:

$$\left. \begin{aligned} \dot{\gamma} &= \frac{1}{I_g} [k_2 (x_0 + x)^2 (\beta - \gamma) + (M - M_{\text{ТР}})]; \\ \dot{\beta} &= \frac{k_2 (x_0 + x)^2 (\gamma - \beta)}{I_{\Gamma} + m_{\Gamma} (x_0 + x)^2}; \\ \dot{\alpha} &= \frac{1}{m_{\Gamma}} [m_{\Gamma} \beta^2 (x_0 + x) - k_1 \alpha - c x]; \\ \dot{x} &= \alpha; \quad \dot{\varphi} = \beta; \quad \dot{\theta} = \gamma. \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

Систему уравнений (21) можно решить с помощью одного из существующих численных методов, например методом Рунге–Кутты.

На рис. 2 показаны результаты расчета на ЭВМ "Наири-2" угла поворота диска в зависимости от величины поворачивающего момента и времени его действия. Исходные данные для расчета взяты из технической характеристики поливо-моечной машины ПМ-130 Б с заполнением емкости цистерны водой на 75%.

Из рис. 2 видно, что с увеличением поворачивающего момента и времени его действия угол  $\theta$  поворота диска с жидким грузом увеличивается быстрее, чем с неподвижным грузом. В результате этого разница между указанными величинами для цистерн с жидким и неподвижным грузом также увеличивается. Объясняется это тем, что при вращении диска с подвижным грузом (жидкостью) последний оказывает малое влияние на движение диска, так как из-за малой вязкости жидкости груз почти не участвует во вращении автомобиля.

На рис. 3 показана зависимость угла поворота, угловой скорости и ускорения цистерны от динамической вязкости. Из анализа полученной зависимости видно, что с увеличением вязкости угол поворота, угловая скорость и угловое ускорение вращения цистерны уменьшаются. При значении вязкости жидкости, равном примерно 22 Па·с, перемещение жидкости прекращается и указанные параметры для жидкого и неподвижного груза становятся рав-

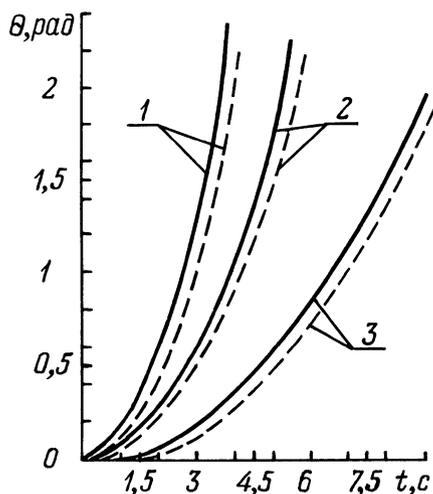


Рис. 2. Зависимость угла поворота модели цистерны от величины поворачивающего момента и времени его действия:

— модель цистерны с жидким грузом; - - - модель цистерны с твердым грузом. 1, 2, 3 — соответственно величина поворачивающего момента, равная 6000, 3000, 1000 Н·м.

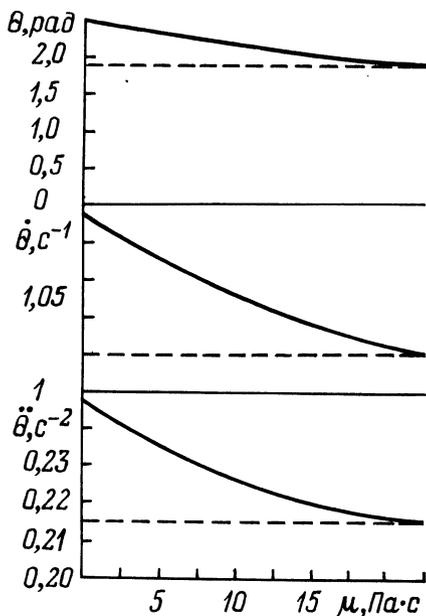


Рис. 3. Зависимость угла поворота, угловой скорости и ускорения модели цистерны от вязкости жидкости:

— модель с жидким грузом; - - - модель с твердым грузом.

ными по величине. Следовательно, при такой вязкости не происходит перемещения слоев жидкости относительно друг друга и она будет вести себя как твердый груз.

На основе проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. При действии поворачивающего момента автомобильные цистерны по сравнению с грузовыми автомобилями имеют худшую устойчивость при заносе: большее ускорение, угловую скорость и угол поворота относительно вертикальной оси. Это создает условия для большей вероятности потери управления автоцистерны при заносе по сравнению с грузовым автомобилем.

2. Величина поворачивающего момента влияет на устойчивость автомобиля при заносе. С возрастанием поворачивающего момента угол поворота автомобильной цистерны растет быстрее, чем у грузового автомобиля. Это обстоятельство необходимо учитывать при установлении предельно допустимой разницы тормозных сил на колесах автоцистерны.

3. При оценке устойчивости автоцистерны против заноса следует учитывать вязкость жидкого груза. С уменьшением вязкости жидкости угловое ускорение и угловая скорость поворота увеличиваются.

### Литература

1. Кулаковский Б.Л. Определение смещения центра тяжести жидкости в автомобильной цистерне прямоугольной формы. — В сб.: Новая техника и прогрессивная технология на автомобильном транспорте. Минск, 1979, с. 129–138.

УДК 629.113.012

А.М.Сапелкин, инж.; А.Л.Шапошник, инж.  
(БПИ)

### О ВЫБОРЕ ЗНАЧЕНИЙ НЕКОТОРЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ПОДВЕСКИ ТИПА "КАЧАЮЩАЯСЯ СВЕЧА" С ГИДРОПНЕВМАТИЧЕСКИМ УПРУГИМ ЭЛЕМЕНТОМ

Подвеска типа "качающаяся свеча" приобретает все большую популярность среди конструкторов. Это обусловлено наличием ряда присущих ей довольно существенных положительных свойств, в частности, простотой конструкции, относительно малым весом неподрессоренных масс, определенными достоинствами кинематических характеристик работы и др.

Известны исследования [1, 2], в которых рассматривались подвески Mc Pherson легковых автомобилей, причем упругим элементом в них является спиральная пружина. Управляемые колеса при использовании классической схемы подвески поворачиваются вокруг линии, соединяющей центры верхней опоры амортизационной стойки и шарового шарнира нижнего поперечного рычага. При установке же подобного направляющего устройства на грузовые автомобили высокой проходимости, оснащенные широкопрофиль-