УДК 629.113.001.1; 629.113.078

Ю.А.Ким, инж., **С.Ф.Опейко**, инж.
(БПИ)

ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАПРЯЖЕНИЙ В ОБЛАСТИ КОНТАКТА ЖЕСТКОГО КОЛЕСА С ДЕФОРМИРУЕМЫМ ГРУНТОМ

При качении колеса по деформируемому грунту в области контакта возникают нормальные и касательные напряжения. Характер их распределения зависит от нагрузки, размеров, геометрии, конструкции и упругих свойств шины, а также от упругих свойств грунта, характера движения колеса (с буксованием, без буксования).

В литературе по взаимодействию колеса с грунтом авторами предлагаются различные зависимости напряжения от деформации грунта [1–3]. В большинстве случаев это нелинейные законы, не позволяющие в точной постановке решать задачи деформации грунта под колесом. Однако приближенное решение задачи с помощью ЭВМ возможно, аппроксимируя на отдельных участках кривую зависимости деформаций грунта от напряжения прямыми линиями. Для этого важно решить задачу о деформации грунта под колесом в упругой постановке. В случае если кривая деформации будет разбита на ряд прямолинейных участков, то решение задачи сводится к решению ряда краевых задач с заданными на поверхности деформациями или напряжениями. В первом приближении считаем колесо абсолютно жестким. Допустим, что заданы перемещения грунта под колесом U, V, W как функции от координат X, Y (рис. 1). Оси координат X и Y расположены на поверхности грунта. Ось OX направлена по линии пересечения средней плоскости вращения колеса с горизонтальной поверхностью грунта в сторону движения колеса.

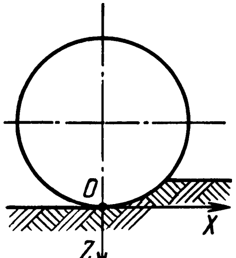

Рис. 1. Схема расположения осей координат.

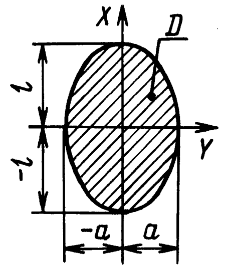

Рис. 2. След колеса в плане.

U, V, W – перемещение частиц грунта соответственно по осям OX, OY, OZ. В предположении, что грунт является упругим, перемещения U, V, W должны удовлетворять уравнениям Ламе.

$$\nabla U + (K + 1) \frac{\partial \theta}{\partial X} = 0;$$

$$\nabla V + (K+1)\frac{\partial\theta}{\partial Y} = 0; \qquad (1)$$

$$\nabla W + (K+1)\frac{\partial\theta}{\partial Z} = 0,$$

где $K = \frac{\lambda}{\mu}$; $\lambda = \frac{E\sigma}{(1+\sigma)(1-2\sigma)}$; $\mu = \frac{E}{2(1+\sigma)}$, E – модуль Юнга, σ – коэффициент Пуассона.

Уравнения (1) написаны в предположении того, что отсутствуют объемные силы, которые по сравнению с действующими силами пренебрежимо малы:

$\theta = \frac{\partial U}{\partial X} + \frac{\partial V}{\partial Y} + \frac{\partial W}{\partial Z}$ – объемная деформация; ∇ – оператор Лапласа.

Общее решение уравнений (1) имеет вид

$$U = \varphi_1 + Z\frac{\partial\psi}{\partial X};$$

$$V = \varphi_2 + Z\frac{\partial\psi}{\partial Y}; \qquad (2)$$

$$W = \varphi_3 + Z\frac{\partial\psi}{\partial Z},$$

где φ_1, φ_2, φ_3 – произвольные гармонические функции от координат X, Y, Z, а функция ψ (X,Y, Z) определяется из уравнения

$$\frac{\partial\psi}{\partial Z} = \frac{K+1}{K+3}\left(\frac{\partial\varphi_1}{\partial X} + \frac{\partial\varphi_2}{\partial Y} + \frac{\partial\varphi_3}{\partial Z}\right). \qquad (3)$$

Полагаем, что на поверхности грунта (при Z = 0) заданы перемещения

$$U_0 = f_1(X, Y);$$

$$V_0 = f_2(X, Y); \qquad (4)$$

$$W_0 = f_3(X, Y).$$

Следовательно, задача сводится к нахождению гармонических функций $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$, удовлетворяющих условиям

$$\varphi_1(X, Y, 0) = f_1(X, Y);$$

$$\varphi_2(X, Y, 0) = f_2(X, Y); \qquad (5)$$

$$\varphi_3(X, Y, 0) = f_3(X, Y).$$

Допустим, что след колеса в плане представляет собой некоторую область (D) (рис. 2).

Полагаем, что функции $f_k(X,Y)$ (5) обладают необходимым условием разложения их в двукратный ряд Фурье по X и Y в области (D). Тогда любая из трех функций (5) может быть представлена в виде

$$f_k(X,У) = \frac{4}{al} \sum_{\nu=0}^{\infty} \sum_{\varepsilon=0}^{\infty} [(M_{\varepsilon\nu k}\sin\frac{\varepsilon\pi}{a}Y + D_{\varepsilon\nu k}\cos\frac{\varepsilon\pi}{a}Y)\sin\frac{\nu\pi}{l}X+$$

$$+ (N_{\varepsilon\nu k}\sin\frac{\varepsilon\pi}{a}Y + F_{\varepsilon\nu k}\cos\frac{\varepsilon\pi}{a}Y)\cos\frac{\nu\pi}{l}X],$$

где

$$M_{\varepsilon\nu k} = \int_0^a [\int_0^l f_k(\xi, Y)\sin\frac{\nu\pi}{l}\xi d\xi]\sin\frac{\varepsilon\pi}{a}YdY;$$

$$D_{\varepsilon\nu k} = \int_0^a [\int_0^l f_k(\xi, Y)\sin\frac{\nu\pi}{l}\xi d\xi]\cos\frac{\varepsilon\pi}{a}YdY;$$

$$N_{\varepsilon\nu k} = \int_0^a [\int_0^l f_k(\xi,Y)\cos\frac{\nu\pi}{l}\xi d\xi]\sin\frac{\varepsilon\pi}{a}YdY;$$

$$F_{\varepsilon\nu k} = \int_0^a [\int_0^l f_k(\xi, Y)\cos\frac{\nu\pi}{l}\xi d\xi]\cos\frac{\varepsilon\pi}{a}YdY.$$

А соответствующая ей гармоническая функция будет иметь вид

$$\varphi_k(X, Y, Z) = \frac{4}{al} \sum_{\nu=0}^{\infty} \sum_{\varepsilon=0}^{\infty} [(M_{\varepsilon\nu k}\sin\frac{\varepsilon\pi}{a}Y + D_{\varepsilon\nu k}\cos\frac{\varepsilon\pi}{a}Y)\sin\frac{\nu\pi}{l}X+$$

$$+(N_{\varepsilon\nu k}\sin\frac{\varepsilon\pi}{a}Y+F_{\varepsilon\nu k}\cos\frac{\varepsilon\pi}{a}Y)\cos\frac{\nu\pi}{l}X]\exp[-\pi\sqrt{(\frac{\varepsilon}{a})^2+(\frac{\nu}{l})^2}]$$

$k = (1, 2, 3)$.

После того как найдены функции φ_1, φ_2 и φ_3, из уравнения (3) может быть определена функция ψ, а по формулам (2) – перемещения U, V, W.

Далее по известным из теории формулам можно определить компоненты деформации и напряжения при $Z = 0$, т.е. области контакта колеса с грунтом. Данный метод позволяет определять напряжения по глубине.

Литература

1. Гуськов В.В. Тракторы: Теория. Минск, 1977, ч. II, с. 8–20. 2. Агейкин Я.С. Вездеходные колесные и комбинированные движители. – М., 1972, с. 30–60. 3. Амарян Л.С. Прочность и деформируемость торфяных грунтов. – М., 1969, с. 10–18.