

Тогда из рис. 1

$$P_k = P_{\Sigma} \cos \beta = P_{\Sigma} \frac{\delta}{\sqrt{\delta^2 + (1-\delta)^2 \cdot \operatorname{tg}^2 \psi}}$$

или окончательно

$$\varphi_P = \frac{\varphi \delta}{\sqrt{\delta^2 + (1-\delta)^2 \operatorname{tg}^2 \psi}} \cdot (1 - e^{-k \sqrt{\delta^2 + (1-\delta)^2 \operatorname{tg}^2 \psi}}). \quad (4)$$

Из рис. 3 следует удовлетворительное совпадение расчетов по формуле (4) с экспериментальными данными работы [5]. Поэтому выражение (4) может использоваться для определения связи силовых и кинематических параметров колеса при уводе.

### Литература

1. Чудаков Е.А. Теория автомобиля. — М., 1950. — 463 с. 2. Guskov V.V. Making the 4 w.d. more competitive Some theoretical aspects of the performance vis a vis the 2 w.d. j. Farm machine design Engineering, Des, 1968, England. 3. Литвинов А.С. Управляемость и устойчивость автомобиля. — М., 1971. — 416 с. 4. Определение некоторых характеристик шин при одновременном действии на них вертикальных, боковых и продольных сил/ А.С.Литвинов, Ю.Ю.Беленький, А.Б.Азбель и др. — Автомобильная промышленность, 1979, № 2, с. 17–20. 5. Krick G. Fehavicur of Tires Driven in Soft Ground with Side Slip. — Journal of Terramechanics, 1973, v. 9, N 4, pp. 9–30. 6. Андреев А.Ф. Влияние кинематической связи ведущих колес на устойчивость прямолинейного движения колесного трактора: Автореф. дис. ... канд. техн. наук. — Минск, 1972. — 19 с. 7. Греценко А. Nové výsledky teorie rovinného pohybu kola. — Zeměd. techn., 1975, 21, N 9, 507–524.

УДК 629.114.2

Ю.Е.Атаманов, канд. техн. наук (БПИ),  
И.С.Сазонов, инж. (ММП)

### К ВОПРОСУ УСТОЙЧИВОСТИ ДВИЖЕНИЯ ПОЛНОПРИВОДНОГО ТРАКТОРА

Исследования по устойчивости движения мобильных машин приобретают особую значимость в связи с применением шин низкого давления, разработкой устройств автоматического вождения, тенденцией повышения скоростей движения и т.д. Результаты этих исследований позволяют на стадии проектирования рационально выбрать массово-геометрические параметры мобильных машин в соответствии с заданными условиями эксплуатации, так как многие показатели их работы находятся в непосредственной зависимости от устойчивости движения.

Рассмотрим дифференциальные уравнения, описывающие движение трактора 4x4 со всеми управляемыми колесами относительно неподвижной системы координат. Уравнения имеют вид [1]:

$$\left. \begin{aligned} m\ddot{x}_c &= (P_{к1} - P_{f1}) \cos(\alpha_1 + \beta) + (P_{к2} - P_{f2}) \cos(\alpha_2 - \beta) - P_{кр} \cos(\gamma + \beta) - \\ &\quad - P_{б1} \sin(\alpha_1 + \beta) + P_{б2} \sin(\alpha_2 - \beta); \\ m\ddot{y}_c &= (P_{к1} - P_{f1}) \sin(\alpha_1 + \beta) - (P_{к2} - P_{f2}) \sin(\alpha_2 - \beta) + P_{кр} \sin(\gamma + \beta) + \\ &\quad + P_{б1} \cos(\alpha_1 + \beta) + P_{б2} \cos(\alpha_2 - \beta); \\ I_{\beta} \ddot{\beta} &= (P_{к1} - P_{f1}) a \sin \alpha_1 + (P_{к2} - P_{f2}) b \sin \alpha_2 - P_{кр} (b + l_{кр}) \sin \gamma + \\ &\quad + P_{б1} a \cos \alpha_1 - P_{б2} b \cos \alpha_2 - M_c. \end{aligned} \right\} (1)$$

где  $x_c, y_c, \beta$  — обобщенные координаты;  $m$  — масса трактора;  $I$  — момент инерции трактора относительно вертикальной оси, проходящей через центр масс;  $a, b$  — расстояния центра масс соответственно до передней и задней оси трактора;  $l_{кр}$  — расстояние от точки приложения крюковой нагрузки до задней оси;  $P_{к1}, P_{к2}$  — силы тяги передней и задней осей;  $P_{f1}, P_{f2}$  — силы сопротивления движению передней и задней осей;  $P_{б1}, P_{б2}$  — боковые силы, действующие на переднюю и заднюю оси;  $P_{кр}$  — усилие на крюке;  $\alpha_1, \alpha_2$  — средний угол поворота колес передней и задней осей;  $M_c$  — момент сопротивления повороту.

Используя теорию увода, зависимость боковой силы от угла увода оси представим уравнением

$$P_{б} = k_y \psi, \quad (2)$$

где  $k_y$  — коэффициент сопротивления уводу оси.

Углы увода осей определим из уравнений неголономных связей, полученных из условия отсутствия движения в направлениях, нормальных абсолютным скоростям центров передней и задней осей. С учетом малых отклонений трактора от заданного направления движения

$$\left. \begin{aligned} \psi_1 &= \alpha_1 + \beta - \frac{\dot{y}_c + \dot{\beta} a}{v}; \\ \psi_2 &= \beta - \alpha_2 - \frac{\dot{y}_c - \dot{\beta} b}{v}, \end{aligned} \right\} (3)$$

где  $v$  — скорость движения.

Нас интересует боковое и курсовое отклонение трактора от заданного направления движения. Поэтому достаточно ограничиться исследованием двух последних уравнений системы (1). Учитывая, что отклонения трактора малы, а также имея в виду выражения (2), (3), указанные уравнения перепишем следующим образом:

$$\left. \begin{aligned}
 m\ddot{y}_c + \frac{\kappa_{y1} + \kappa_{y2}}{v} \dot{y}_c + \frac{\kappa_{y1}a - \kappa_{y2}b}{v} \dot{\beta} - (P_{\kappa1} + P_{\kappa2} - P_{f1} - P_{f2} - P_{\kappa p} + \\
 + \kappa_{y1} + \kappa_{y2})\beta = P_{\kappa p}\gamma - (P_{\kappa1} - P_{f1} + \kappa_{y1})\alpha_1 - (P_{\kappa2} - P_{f2} + \kappa_{y2})\alpha_2; \\
 I\ddot{\beta} + \frac{\kappa_{y1}a^2 + \kappa_{y2}b^2}{v} \dot{\beta} + (\kappa_{y2}b - \kappa_{y1}a)\beta + \frac{\kappa_{y1}a - \kappa_{y2}b}{v} \dot{y}_c = \\
 = P_{\kappa p}(b + 1_{\kappa p})\gamma - (P_{\kappa1} - P_{f1} + \kappa_{y1})\alpha_1 - (P_{\kappa2} - P_{f2} + \kappa_{y2})\alpha_2 - M_c.
 \end{aligned} \right\} (4)$$

Определение условий устойчивости движения трактора сводится к исследованию коэффициентов характеристического уравнения системы (4), которое имеет вид

$$a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3 = 0, \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned}
 a_0 &= Im; \quad a_1 = \frac{I_1 \kappa_{y1} + I_2 \kappa_{y2}}{v}; \\
 a_2 &= \frac{\kappa_{y1} \kappa_{y2} (a+b)^2}{v^2} - m(\kappa_{y1} a - \kappa_{y2} b); \\
 a_3 &= \frac{\kappa_{y1} a - \kappa_{y2} b}{v} (P_{\kappa1} + P_{\kappa2} - P_{\kappa p} - P_{f1} - P_{f2});
 \end{aligned}$$

$I_1, I_2$  — момент инерции трактора относительно вертикальной оси, проходящей соответственно через середину передней и задней оси.

Согласно теореме Гурвица, устойчивость движения системы обеспечивается, если

$$a_1 > 0; \quad a_2 > 0; \quad a_3 > 0; \quad a_1 a_2 - a_3 a_0 > 0.$$

Первое условие выполняется при движении трактора передним ходом ( $v > 0$ ). Второе условие выполняется, если

$$b \kappa_{y2} \geq a \kappa_{y1}. \quad (6)$$

При выполнении неравенства (6) третье условие выполняется только в случае движения трактора по инерции ( $P_{\kappa1} = 0; P_{\kappa2} = 0$ ) либо в тормозном режиме ( $P_{\kappa1} < 0; P_{\kappa2} < 0$ ).

Раскрывая четвертое условие устойчивого движения трактора, получаем

$$\frac{I_1 \kappa_{y1} + I_2 \kappa_{y2}}{v^2} (a+b)^2 \kappa_{y1} \kappa_{y2} - m(a \kappa_{y1} - b \kappa_{y2}) \times \quad (7)$$

$$\times (I_1 \kappa_{y1} + I_2 \kappa_{y2} + I(P_{\kappa1} + P_{\kappa2} - P_{\kappa p} - P_{f1} - P_{f2})) > 0.$$

Если первые три условия выполняются, то неравенство (7) удовлетворяется, когда

$$|P_{к1} + P_{к2} - P_{кр} - P_{f1} - P_{f2}| = |P| \leq \frac{I_1 k_{y1} + I_2 k_{y2}}{I}. \quad (8)$$

Из выражения (8) следует, что при равномерном распределении касательной силы тяги по колесам ведущих осей увеличение крюковой нагрузки способствует устойчивости движения. При движении трактора по инерции либо при резком торможении (усилие в сцепке становится толкающим) условие (8) обычно не выполняется и движение трактора становится неустойчивым.

Если одно из указанных выше условий не удовлетворяется, то, следовательно, имеется критическая скорость движения, которую определяем из выражения (7),

$$v_{кр} = \sqrt{\frac{(a+b)^2 k_{y1} k_{y2}}{m |a k_{y1} - b k_{y2}|}} \sqrt{\frac{I_1 k_{y1} + I_2 k_{y2}}{I_1 k_{y1} + I_2 k_{y2} + IP}}. \quad (9)$$

В случае, если скорость трактора выше критической, то его движение становится неустойчивым. При движении трактора со скоростью, меньшей критической, его движение устойчиво.

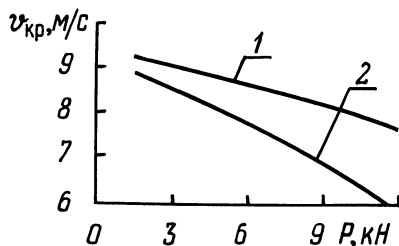


Рис. 1. Изменение критической скорости движения от силы тяги трактора кл. 14 кН:  
1 – трактор 4 x 4; 2 – трактор 4 x 2.

На рис. 1 показаны расчетные зависимости критической скорости движения от силы тяги трактора кл. 14 кН в агрегате с груженым прицепом 2-ПТС-4 (фон – асфальт).

Таким образом, движение трактора неустойчиво, если не выполняется какое-либо из указанных выше условий. Критическая скорость движения зависит от характера движения, массо-геометрических характеристик трактора, почвенно-дорожных условий и т.д.

### Литература

1. Гуськов В.В. Тракторы: Теория. Ч. II. – Минск, 1977. – 384 с.