

5. Скойбеда А. Т., Жуковец В. Н. Колесно-шагающие движители для транспортного средства высокой проходимости // Теоретическая и прикладная механика. Международный научно-технический сборник. – Выпуск 28. – 2013. – С. 228–233.

6. Скойбеда А. Т., Жуковец В. Н., Комяк И. М., Калина А. А., Давыдов В. С. Шагающие движители – перспективное направление создания агрофильных ходовых систем мобильных машин / Сборник научных трудов «Актуальные вопросы машиноведения». – Выпуск 3. – Минск, 2014. – С. 102–105.

*Поступила 02.11.2023*

**УДК 621.833.5:629.3.038**

**Скойбеда А. Т., Калина А. А., Жуковец В. Н.**

**ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ПАРАМЕТРЫ ЗУБЬЕВ НЕКРУГЛОЙ  
СИММЕТРИЧНОЙ ВЕДУЩЕЙ ШЕСТЕРНИ В ПРИВОДЕ  
КОЛЕСНО-ШАГАЮЩЕГО ДВИЖИТЕЛЯ**

*Белорусский национальный технический университет, Минск, Беларусь*

*В статье обоснована рациональная конструкция силового привода колесно-шагающего движителя. Разработана методика расчета конструкции некруглых зубчатых колес, имеющих симметричные геометрические параметры. Вычислена функция переменного передаточного отношения в силовом приводе, созданы трехмерные модели некруглых зубчатых колес.*

Изготовленные в БНТУ образцы колесно-шагающего движителя (КШД) осуществляют перемещение комбинированным способом [1]. Одновременно происходит: прокачивание по поверхности опорных башмаков аналогично колесу, осуществляется перемещение ступицы движителя за счет поворота штанг и кривошипов по шагающему принципу. Ходовая система с КШД позволяет наземной технике перешагивать отдельные препятствия (камни, бревна, рывины, уступы), на что неспособна колесная ходовая система. Преимущества, в виде высокой геометрической и грунтовой проходимости, позволят широко задействовать машины с КШД в сельском хозяйстве, лесопромышленном комплексе, в качестве беспилотных наземных аппаратов (БНА), эксплуатируемых в обстановке чрезвычайных ситуаций [2; 3].

С другой стороны, даже при установившемся режиме работы КШД, возникают периодически действующие силы инерции. Результативным способом устранения этого недостатка, является применение в силовом приводе КШД некруглых зубчатых колес. В предыдущих публикациях [4; 5] были разработаны различные методы вычисления геометрических параметров этих колес. При этом, ведущая зубчатая шестерня имела несимметричную форму. Помимо наличия статического дисбаланса, при высокой частоте входного вала возникала значительная динамическая неуравновешенность, которая ухудшала работу зацепления.

Таким образом, возникла необходимость изменить общее передаточное отношение в приводе движителя за полный рабочий цикл. В приводном зубчатом зацеплении, несмотря на переменное от угла поворота передаточное отношение, за один выполненный полный оборот ведомого колеса будут совершаться два полных оборота ведущей шестерни приводного вала. Тогда, появляется возможность вычислить симметричные геометрические параметры ведущей шестерни. Ранее, ведущая зубчатая шестерня имела несимметричную форму тогда [4; 5], когда за один полный оборот ведомого колеса совершаются четыре полных оборота ведущей шестерни.

В предыдущих работах, после процессов вычисления и построения контуров начальных линий, были вычислены, построены и сопряжены между собой эвольвентные профили зубьев [6]. Затем были созданы 3D-модели для ведущего (рис. 1) и ведомого зубчатых колес (рис. 2) силового привода.

Методики расчета зубчатых зацеплений, основанные на классических подходах, не всегда могут адекватно дать прогноз по непрерывности зацепления и плавности хода для некруглых колес, по отсутствию заедания и интерференции зубьев [5; 6]. Дать однозначные, полностью исчерпывающие ответы на эти вопросы, можно лишь после натурных испытаний экспериментальных образцов. Однако, применение графических моделей некруглых зубчатых колес в формате 3D (совместно с технологией видеосимуляции), позволяет вполне точно прогнозировать геометрические параметры рабочего зацепления при (рис. 3), выявлять недостатки конструирования.

Прототипы деталей следует изготовить из полимерных материалов, ведь получение металлических образцов некруглых зубчатых колес является дорогостоящим и сложным процессом. Сложен и традиционный технологический процесс получения пластиковых прототипов некруглых зубчатых колес, необходимых для проверки работоспособности их зацепления [5; 6].

Решить эту задачу, быстро и рационально, поможет технология быстрого создания прототипов Rapid Prototyping (RP), когда компьютерная модель применяется для получения прототипа по аддитивным технологиям [7]. Сейчас RP-системы работают по следующей схеме действий:

- создается в приложении 3D-модель детали;
- модель разбивается на поперечные сечения специальной программой;
- 3D-принтер последовательно выполняет, согласно алгоритму, построение сечений детали послойным наплавлением.

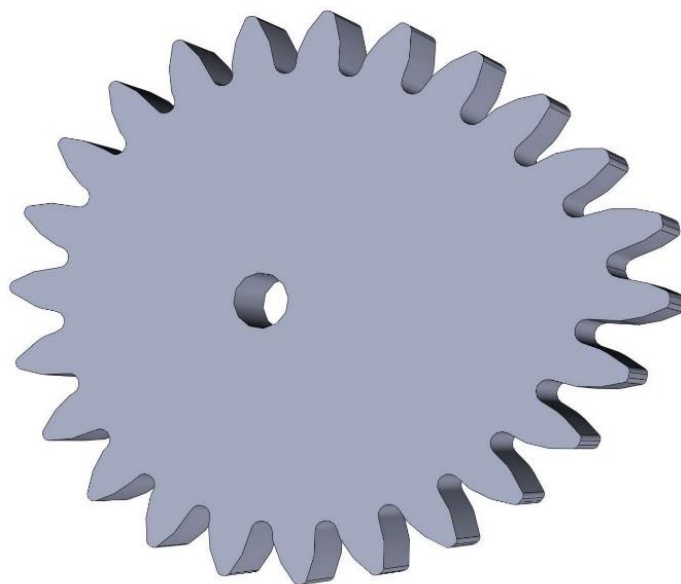


Рис. 1. Трехмерная визуализация модели ведущего колеса

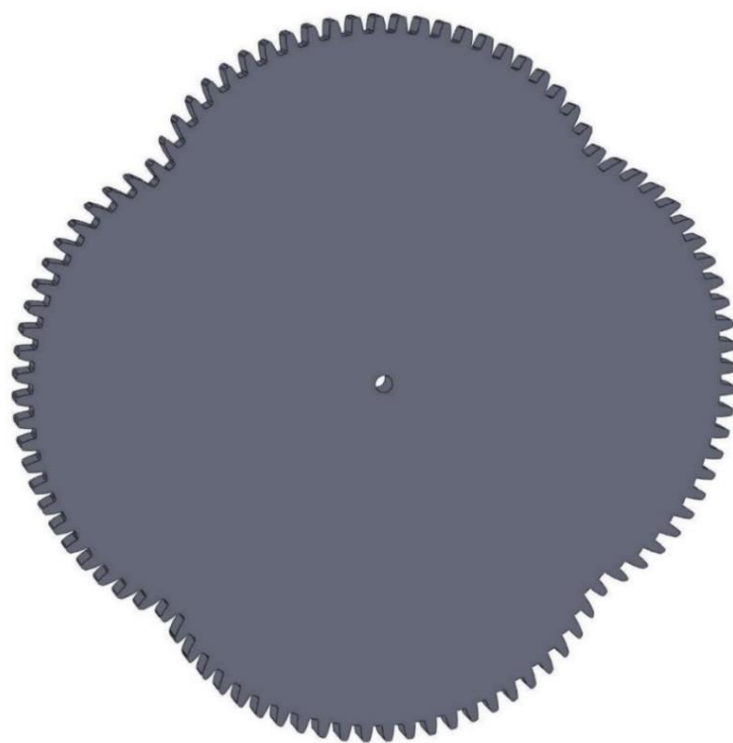


Рис. 2. Трехмерная визуализация модели ведомого колеса

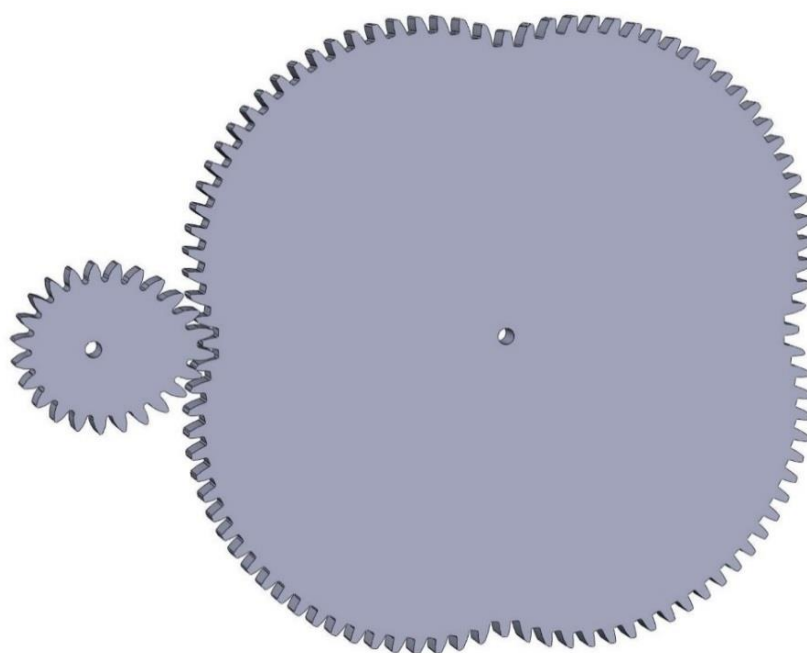


Рис. 3. Трехмерная модель зацепления некруглых зубчатых колес

Деталь постепенно формируется из микроскопических капель расплавленного специального термопластика, образующих последовательно слои на рабочей платформе, которые вскоре застывают. при помощи 3D-принтера [7], получены из пластика прототипы некруглых зубчатых колес (рис. 4).

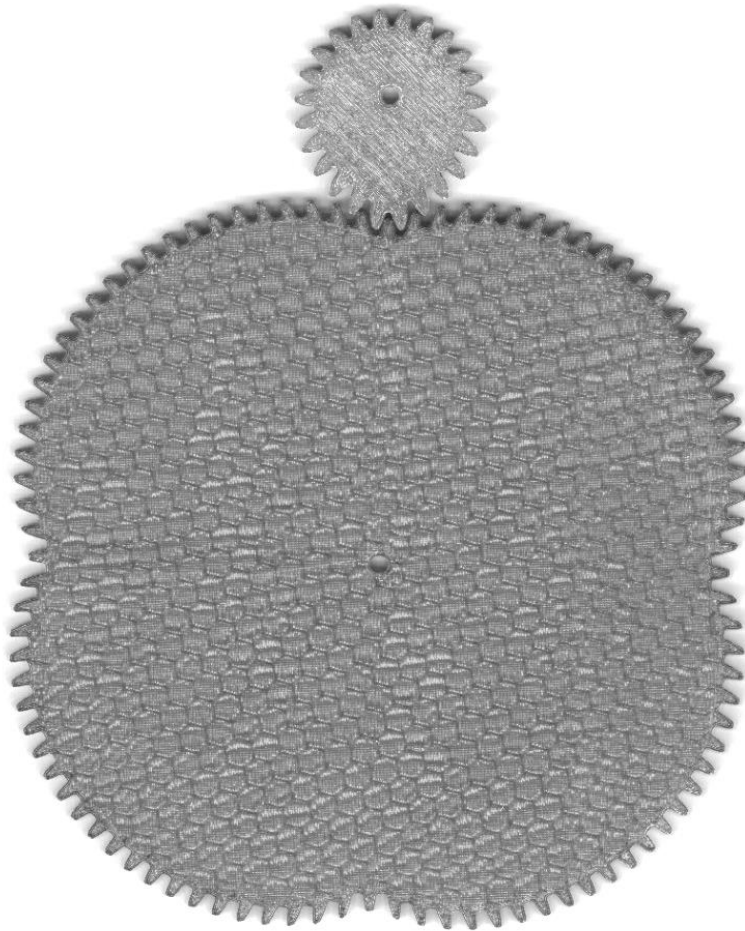


Рис. 4. Изготовленные пластиковые прототипы некруглых зубчатых колес

Координата по вертикали оси вращения водила КШД, аналог скорости движения по горизонтальной плоскости выражены формулами [5]:

$$Y_{01} = a - b + c = \text{const} , \quad (1)$$

$$\frac{dX_{01}}{d\varphi} = a - b + c + 3 \cdot b \cdot \cos 2\varphi . \quad (2)$$

Здесь:  $a = 0,06$  м – расстояние между осями вращения ступицы движителя и кривошипов;  $b = 0,1$  м – длина кривошипа;  $c = 0,36$  м – длина штанги опорного башмака;  $\varphi$  – угол поворота ступицы движителя в диапазоне значений  $-\pi/4$  радиан  $\leq \varphi \leq \pi/4$  радиан [5; 6].

Постоянная скорость перемещения движителя возможна, когда зубчатое зацепление, между ведущей шестерней приводного вала и ведомым колесом, происходит по переменному передаточному отношению [5]:

$$\frac{\omega}{\omega_H} = \frac{u \cdot \left( \frac{dX_{01}}{d\varphi} \right)}{Y_{01}} . \quad (3)$$

Угловая скорость корпуса водила планетарного редуктора КШД:

$$\omega_H = \frac{\omega \cdot Y_{01}}{u \cdot \left( \frac{dX_{01}}{d\varphi} \right)}.$$

Скорость ходовой системы с КШД при режиме стабильной работы:

$$v = \omega_H \cdot \left( \frac{dX_{01}}{d\varphi} \right) = \frac{\omega \cdot Y_{01}}{u}.$$

При угловой скорости  $\omega = const$ , вертикальной координате оси вращения водила  $Y_{01} = a - b + c = const$ , условном коэффициенте передаточного отношения  $u = const$ , получаем линейную скорость перемещения  $v = const$ .

$$\frac{\omega}{\omega_H} = \frac{r_H}{r}, \quad (4)$$

$$r + r_H = L = const. \quad (5)$$

Используя выражение (4) и учитывая (1–3), получим:

$$r_H = \frac{L \cdot u \cdot (a - b + c + 3 \cdot b \cdot \cos 2\varphi)}{(a - b + c) + u \cdot (a - b + c + 3 \cdot b \cdot \cos 2\varphi)}, \quad (6)$$

$$r = \frac{L \cdot (a - b + c)}{(a - b + c) + u \cdot (a - b + c + 3 \cdot b \cdot \cos 2\varphi)}. \quad (7)$$

В зацеплении некруглых зубчатых колес, величина условного коэффициента передаточного отношения  $u$  определится согласно формуле:

$$u = \frac{2 \cdot (a - b + c) \cdot \pi}{(a - b + c) \cdot \pi + 6 \cdot b}. \quad (8)$$

Обобщенной координатой является угол поворота  $\varphi$  ведомого колеса, связанный с углом поворота  $\theta$  следующим образом:

$$\theta = \frac{\pi \cdot (2 \cdot (a - b + c) \cdot \varphi + 3 \cdot b \cdot \sin 2\varphi)}{(a - b + c) \cdot \pi + 6 \cdot b}. \quad (9)$$

Преобразовали формулы (6–7), учитывая выражение (8):

$$r_H = \frac{L \cdot 2 \cdot \pi \cdot (a - b + c + 3 \cdot b \cdot \cos 2\varphi)}{((a - b + c) \cdot \pi + 6 \cdot b) + 2 \cdot \pi \cdot (a - b + c + 3 \cdot b \cdot \cos 2\varphi)}, \quad (10)$$

$$r = \frac{L \cdot ((a - b + c) \cdot \pi + 6 \cdot b)}{((a - b + c) \cdot \pi + 6 \cdot b) + 2 \cdot \pi \cdot (a - b + c + 3 \cdot b \cdot \cos 2\varphi)}. \quad (11)$$

Формулы (9–11) необходимы для построения начальных линий зубчатой передачи (рис. 5).

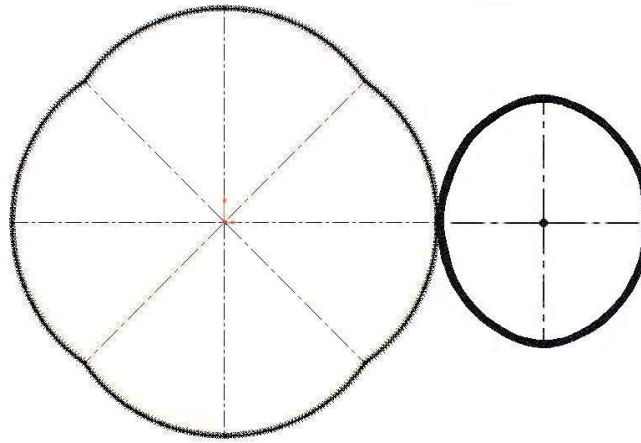


Рис. 5. Начальные линии зубчатой передачи для силового привода механизма КШД

Опираясь на зависимости (4, 10, 11), несложно найти выражения для функций переменного передаточного отношения:

$$U(\varphi) = \frac{r_H}{r} = \frac{\omega}{\omega_H} = \frac{d\theta}{d\varphi}, \quad (12)$$

$$U(\varphi) = \frac{2 \cdot \pi \cdot (a - b + c + 3 \cdot b \cdot \cos 2\varphi)}{(a - b + c) \cdot \pi + 6 \cdot b}. \quad (13)$$

Выражения (12–13) описывают, соответственно очередности, фактический и теоретический законы изменения передаточного отношения. В реальном зубчатом зацеплении, передаточное отношение будет меняться дискретно, поэтому  $U(\varphi)$ , согласно (12), будет функцией кусочного типа. Теоретическая функция  $U(\varphi)$ , согласно (13), будет гладкой и непрерывной. Функции будут соответствовать друг другу, с некоторой степенью приближения.

Выполняем расчеты геометрических параметров зубчатой передачи. Данные к проведению вычислений: межосевое расстояние в силовом приводе расчетное  $L_P = 143,5$  мм, межосевое расстояние в силовом приводе фактическое  $L_{уст} = 144$  мм,  $a = 60$  мм,  $b = 100$  мм,  $c = 360$  мм, число зубьев шестерни приводного вала  $z = 48$ , число зубьев колеса водила  $z_H = 96$ . Шестерня приводного вала условно разделена на 2 сектора по 24 зуба. Зубчатое колесо водила, соответственно, разделено на 4 сектора по 24 зуба. Поэтому, секторов разбиения насчитывается  $i = 24$ . Значения угла поворота ведомого колеса находятся в интервале  $-\pi/4$  радиан  $\leq \varphi \leq \pi/4$  радиан, угол поворота ведущей шестерни принимает значения  $-\pi/2$  радиан  $\leq \varphi \leq \pi/2$  радиан. Значения углов  $\varphi_i$ ,  $\theta_i$ , угловых интервалов  $\Delta\varphi_i$ ,  $\Delta\theta_i$  используются при расчетах в радианах, а для удобства заносятся в табл. 1 в градусах, значения  $r_{Hi}$  и  $r_i$  используются в расчетах и заносятся в табл. 1 в миллиметрах.

Затем приведена общая диаграмма (рис. 6), для дискретной фактической функции (ломаная линия) и теоретической функции (плавная линия) передаточного отношения, что вычислены согласно формулам (12–13).

Таблица 1 – Параметры разбиения начальных линий зубчатого зацепления

$i$	$\varphi_i$ , градусы	$\Delta\varphi_i$ , градусы	$r_{Hi}$ , мм	$\theta_i$ , градусы	$\Delta\theta_i$ , градусы	$r_i$ , мм
1	-45,00	4,33	82,20	-90,00	5,81	61,30
2	-40,67	4,12	86,37	-84,19	6,23	57,13
3	-36,55	3,97	89,76	-77,96	6,62	53,74
4	-32,58	3,85	92,53	-71,34	6,98	50,97
5	-28,74	3,75	94,80	-64,36	7,31	48,70
6	-24,98	3,68	96,66	-57,05	7,60	46,84
7	-21,30	3,63	98,16	-49,45	7,85	45,34
8	-17,67	3,58	99,35	-41,60	8,06	44,15
9	-14,09	3,55	100,27	-33,54	8,23	43,23
10	-10,54	3,53	100,94	-25,30	8,36	42,56
11	-7,01	3,51	101,37	-16,94	8,45	42,13
12	-3,50	3,50	101,59	-8,49	8,49	41,91
13	0,00	3,50	101,59	0,00	8,49	41,91
14	3,50	3,51	101,37	8,49	8,45	42,13
15	7,01	3,53	100,94	16,94	8,36	42,56
16	10,54	3,55	100,27	25,30	8,23	43,23
17	14,09	3,58	99,35	33,54	8,06	44,15
18	17,67	3,63	98,16	41,60	7,85	45,34
19	21,30	3,68	96,66	49,45	7,60	46,84
20	24,98	3,75	94,80	57,05	7,31	48,70
21	28,74	3,85	92,53	64,36	6,98	50,97
22	32,58	3,97	89,76	71,34	6,62	53,74
23	36,55	4,12	86,37	77,96	6,23	57,13
24	40,67	4,33	82,20	84,19	5,81	61,30

По итогам расчетов очевидна хорошая сходимость между реальной и теоретической функциями передаточного отношения. Затем, следует осуществить проектирование некруглых зубчатых колес симметричной геометрической формы. Для этого выполняется разбиение на сектора, а затем – профилирование зубчатого зацепления, чтобы построить трехмерную модель симметричного ведущего колеса (рис. 7) привода колесно-шагающего движителя.

Также можно создать еще одну модель симметричного ведущего колеса (рис. 8), у которого часть зубьев и впадины между ними имеют особые геометрические параметры. Это связано с тем, что именно эти зубья будут подвергаться наибольшим нагрузкам при работе привода колесно-шагающего движителя.

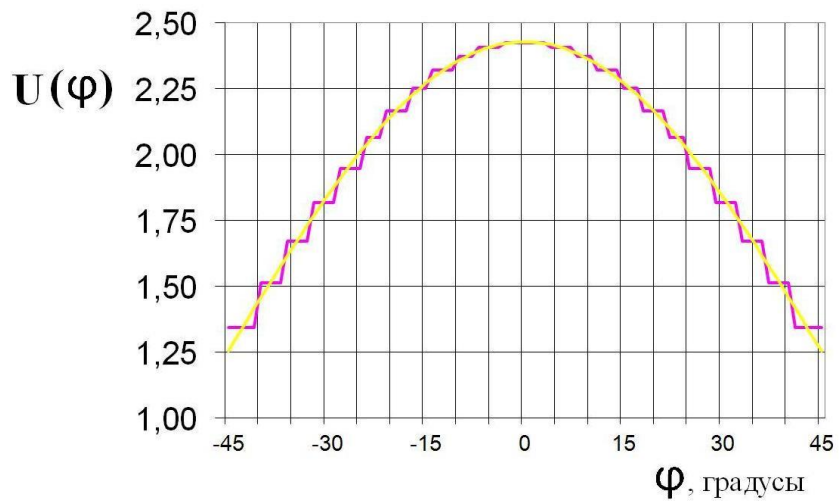


Рис. 6. Сравнительная диаграмма функций передаточного отношения

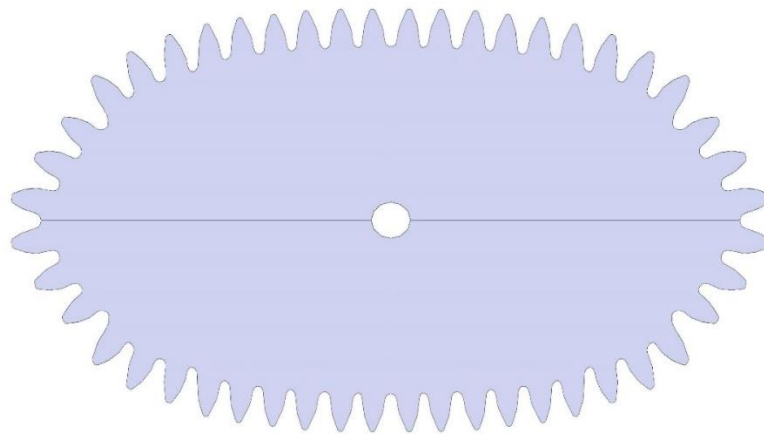


Рис. 7. Визуализация модели симметричного ведущего колеса

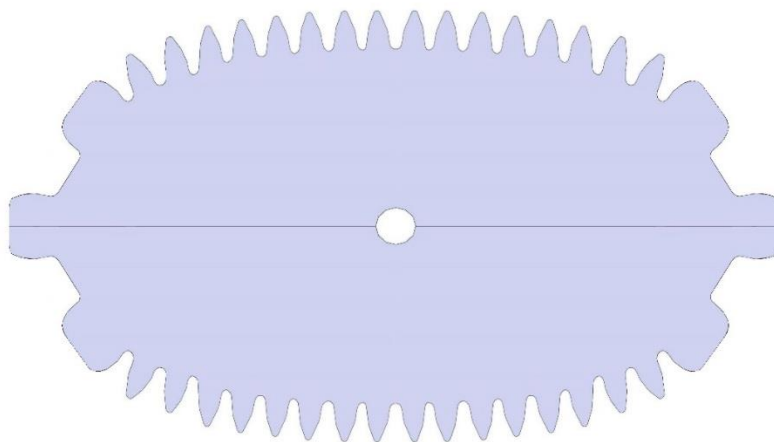


Рис. 8. Визуализация модели симметричного ведущего колеса со сдвоенными зубьями



Расчет линий сопряжения, что образуют впадины между двояными зубьями, следует вести на основании решения дифференциального уравнения. Получится уравнение семейства линий в полярных координатах.

Сначала следует задать функции угла  $\gamma$ , что находится между линией нормали и радиус-вектором:

$$\sin \gamma = \sin \gamma_0 + q_\theta \cdot (\theta - \theta_0), \quad (14)$$

$$\cos \gamma = \sqrt{1 - \sin^2 \gamma} = \sqrt{1 - (\sin \gamma_0 + q_\theta \cdot (\theta - \theta_0))^2}. \quad (15)$$

Взяв частично за основу методику, что была ранее разработана в публикации [1], выполним интегрирование дифференциального уравнения:

$$\begin{aligned} \frac{d\rho}{d\theta} &= \rho \cdot \operatorname{tg} \gamma, \\ \int \frac{d\rho}{\rho} &= \int \frac{(\sin \gamma_0 + q_\theta \cdot (\theta - \theta_0)) d\theta}{\sqrt{1 - (\sin \gamma_0 + q_\theta \cdot (\theta - \theta_0))^2}}, \\ \int \frac{d\rho}{\rho} &= \frac{1}{q_\theta} \int \frac{(\sin \gamma_0 + q_\theta \cdot (\theta - \theta_0)) d(\sin \gamma_0 + q_\theta \cdot (\theta - \theta_0))}{\sqrt{1 - (\sin \gamma_0 + q_\theta \cdot (\theta - \theta_0))^2}}, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\ln |\rho| + \ln |C| = -\frac{1}{q_\theta} \cdot \sqrt{1 - (\sin \gamma_0 + q_\theta \cdot (\theta - \theta_0))^2},$$

$$\ln |\rho \cdot C| = -\frac{\cos \gamma}{q_\theta}.$$

Определим выражение для постоянной величины интегрирования:

$$\begin{aligned} \rho \cdot C &= \exp\left(-\frac{\cos \gamma}{q_\theta}\right), \\ C &= \frac{1}{\rho_0 \cdot \exp\left(\frac{\cos \gamma_0}{q_\theta}\right)}. \end{aligned} \quad (17)$$

Затем, используя формулы (16–17), получаем расчетное выражение:

$$\rho = \rho_0 \exp\left(\frac{\cos \gamma_0 - \cos \gamma}{q_\theta}\right). \quad (18)$$

После вычислений координат точек, строится модель данной некруглой, симметричной шестерни. Далее, следует изготовить, при помощи технологии 3D-печати, прототипы некруглых зубчатых колес из специального термопластика, чтобы затем проверить работоспособность их зацепления.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Скойбеда А. Т., Жуковец В. Н. Колесно-шагающие движители для транспортного средства высокой проходимости // Теоретическая и прикладная механика. Международный научно-технический сборник. – Выпуск 28. – 2013. – С. 228–233.

2. Скойбеда А. Т., Жуковец В. Н., Комяк И. М., Калина А. А., Давыдов В. С. Шагающие движители – перспективное направление создания агрофильных ходовых систем мобильных машин / Сборник научных трудов «Актуальные вопросы машиноведения». – Выпуск 3. – Минск, 2014. – С. 102–105.

3. Беккер М. Г. Введение в теорию систем местность-машина. – М.: «Машиностроение», 1973. – 520 с.

4. Скойбеда А. Т., Комяк И. М., Жуковец В. Н. Применение некруглых зубчатых колес в приводе колесно-шагающего движителя / Республиканский межведомственный сборник научных трудов «Машиностроение». – Выпуск 27. – Минск : БНТУ, 2013. – С. 113–117.

5. Скойбеда А. Т., Жуковец В. Н. Расчет начальных линий некруглых зубчатых колес // Теоретическая и прикладная механика. Международный научно-технический сборник. – Выпуск 31. – 2016. – С. 110–117.

6. Скойбеда А. Т., Жуковец В. Н. Построение эвольвентных профилей зубьев некруглых зубчатых колес в приводе колесно-шагающего движителя // Теоретическая и прикладная механика. Международный научно-технический сборник. – Выпуск 37. – 2022. – С. 203–216.

7. Канесса Э., Фонда К., Зеннаро М. Доступная 3D печать для науки, образования и устойчивого развития. – М., 2013.

*Поступила 02.11.2023*