

## СИНТЕЗ В ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ. РАЗДЕЛ «КИНЕМАТИКА»

*Белорусская государственная академия авиации, Минск, Беларусь*

*Описан новый алгоритм формирования методами многокритериального синтеза 14 схем сложного движения точки  $M$ , состоящими из простых элементов конструкций переносного и относительного движений в соответствии с семью критериями – числом и видом векторных слагаемых абсолютного ускорения.*

*Применение в учебном процессе методов многокритериального синтеза кинематики сложного движения точки способствует: формированию у студентов навыков многокритериального мышления; сокращению разрыва между современными методами проектирования машин в виде расчетно-методических многокритериальных аппаратов – РММА и знаниями обучающихся по теоретической механике.*

Обоснование для применения многокритериальной идентификация и выбора в расчетно-методических многокритериальных аппаратах – РММА и в курсе теоретической механики приведено в работах [1–9].

Чтобы сократить разрыв между современными методами проектирования машин и их узлов в виде РММА и знаниями, получаемыми студентами в вузах, необходимо уже сейчас на лекциях и на практических занятиях реализовывать совокупность пяти задач кинематики сложного движения точки – КСДТ [9]:

1. Задача – по заданному относительному движению точки и движению подвижной системы определить сложное движение.
2. Задача – заданное сложное движение разложить на составляющие движения.
3. Задача о многокритериальной идентификации КСДТ.
4. Задача о многокритериальном выборе КСДТ.
5. Синтез КСДТ.

Первые две задачи статики являются классическими задачами анализа, которые уже давно подробно описаны во всех учебниках по теоретической механике. Задачи 3–4 этого списка являются новыми и были впервые рассмотрены в [9].

Отметим, что точно такая картина наблюдается и в огромном количестве литературы по теоретической механике, в том числе в работах классиков механики [10–16], где отсутствует само слово синтез, не описаны постановки задач синтеза, несмотря на то, что вся гражданская и военная техника уже очень давно проектируется методами, подобными синтезу – из простых элементов формируются сложные конструкции, например автомобили, самолеты, строительные конструкции.

В этой связи **была поставлена цель**: разработать и применить методы многокритериального синтеза в решениях различных по сложности задач кинематики сложного движения точки.

#### I. Постановка и алгоритм решения задач многокритериального синтеза КСДТ.

Формулы абсолютного ускорения точки при переносном поступательном прямолинейном и поступательном криволинейном движении приведены в [9].

Если относительное движение точки ускоренное криволинейное, а переносное движение – ускоренное вращательное, то формула абсолютного ускорения точки  $M$  приобретает вид:

$$\bar{a} = \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_r^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_e^n + \bar{a}_k, \quad (1)$$

где  $\bar{a}$  – абсолютное ускорение точки;

$\bar{a}_r^\tau$  – относительное тангенциальное ускорение точки;

$\bar{a}_r^n$  – относительное нормальное ускорение точки;

$\bar{a}_e^\tau$  – переносное тангенциальное ускорение точки;

$\bar{a}_e^n$  – переносное нормальное ускорение точки;

$\bar{a}_k$  – ускорение Кориолиса.

Векторные слагаемые абсолютного ускорения в формуле (1) определяются из законов относительного и переносного движений. В статье рассматриваются только три вида переносного движения: поступательное прямолинейное, поступательное криволинейное и вращательное.

Определим количество и вид вариантов критерия  $\bar{a}$  – абсолютное ускорение точки, которые отличаются числом и видом векторных составляющих абсолютного ускорения  $\bar{a}_r^\tau$ ,  $\bar{a}_r^n$ ,  $\bar{a}_e^\tau$ ,  $\bar{a}_e^n$ ,  $\bar{a}_k$ . Для этого используем формулу (1) и простейшие законы относительного и переносного движений. Полученные варианты критерия  $\bar{a}$  разбиваем на пять групп.

Первая группа – пять критериев, каждый состоит из одной векторной составляющей абсолютного ускорения точки:

$$\bar{a} = 0, \bar{a} = \bar{a}_r^\tau, \bar{a} = \bar{a}_r^n, \bar{a} = \bar{a}_e^\tau, \bar{a} = \bar{a}_e^n.$$

Вторая группа – семь критериев, каждый состоит из сочетания по два векторных слагаемых абсолютного ускорения точки:

$$\bar{a} = \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_r^n, \bar{a} = \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_e^\tau, \bar{a} = \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_e^n, \bar{a} = \bar{a}_r^n + \bar{a}_e^n, \bar{a} = \bar{a}_r^n + \bar{a}_e^\tau, \\ \bar{a} = \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_e^n, \bar{a} = \bar{a}_e^n + \bar{a}_k.$$

Третья группа – семь критериев, каждый состоит из сочетания по три векторных слагаемых абсолютного ускорения точки:

$$\bar{a} = \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_r^n + \bar{a}_e^\tau, \bar{a} = \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_r^n + \bar{a}_e^n, \bar{a} = \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_e^n, \bar{a} = \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_e^n + \bar{a}_k, \bar{a} = \bar{a}_r^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_e^n, \\ \bar{a} = \bar{a}_r^n + \bar{a}_e^n + \bar{a}_k, \bar{a} = \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_e^n + \bar{a}_k.$$

Четвертая группа – четыре критерия, каждый состоит из сочетания по четыре векторных слагаемых абсолютного ускорения точки:

$$\bar{a} = \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_r^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_e^n, \bar{a} = \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_r^n + \bar{a}_e^n + \bar{a}_k, \bar{a} = \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_e^n + \bar{a}_k, \bar{a} = \bar{a}_r^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_e^n + \bar{a}_k.$$

Пятая группа – один критерий, содержащий пять векторных слагаемых абсолютного ускорения точки:

$$\bar{a} = \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_r^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_e^n + \bar{a}_k.$$

Описание алгоритма формирования методами многокритериального синтеза схем сложного движения точки  $M$  из простых элементов конструкций переносного ( $e$ ) и относительного ( $r$ ) движений в соответствии с критериями – числом и видом векторных слагаемых абсолютного ускорения точки  $\bar{a}$ .

1. В каждой из пяти групп (кроме пятой) выбираем необходимые критерии абсолютного ускорения точки.

2. Схемы сложного движения точки  $M$ , соответствующие критериям – числу и виду векторных слагаемых абсолютного ускорения точки  $\bar{a}$ , необходимо формировать методами синтеза двумя простыми элементами конструкций переносного движения (рис. 1).

3. Затем к сформированным схемам переносного движения добавляются по одному простому элементу относительного движения (рис. 1).

4. На сформированных схемах абсолютного движения точки  $M$  покажем все векторы, которые отображают кинематические характеристики сложного движения точки.

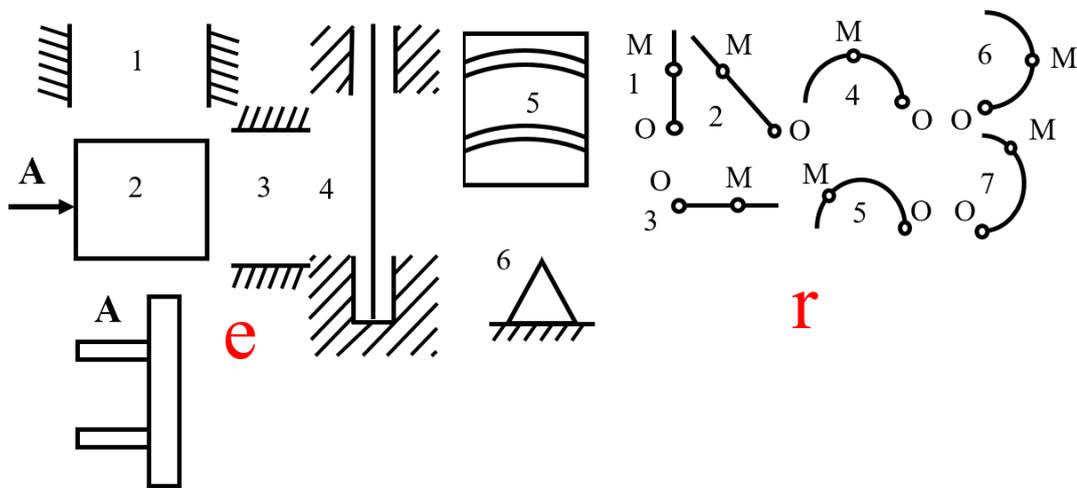


Рис. 1. Простые элементы слева – направо: переносного движения  $e$  – 1–6, вид А; относительного движения  $r$  – 1–7, ОМ

**Пример № 1.** Описание алгоритма формирования методами синтеза схем сложного движения точки  $M$  из простых элементов конструкций переносного и относительного движений (рис. 1) в соответствии с критерием первой группы – числом и видом векторных слагаемых абсолютного ускорения точки  $\bar{a}$ . Показать на сформированных схемах все векторы кинематических характеристик сложного движения точки, отображающих этот критерий:

$$\bar{a} = \bar{a}_e^\tau.$$

1. Сформируем две отличные друг от друга схемы переносного движения, соответствующие физическим и кинематическим характеристикам данного критерия:

$$(2e + 3e), (2e + 4e).$$

2. Затем к сформированным схемам переносного движения добавляются простые элементы относительного движения

$$(2e + 3e + 3r), (2e + 4e + 2r).$$

3. На сформированных схемах в прямоугольных декартовых осях  $XYZ$  показаны векторы –  $\overline{\omega_e}$ ,  $\overline{V_r}$ ,  $\overline{a_e^r}$  (рис. 2).

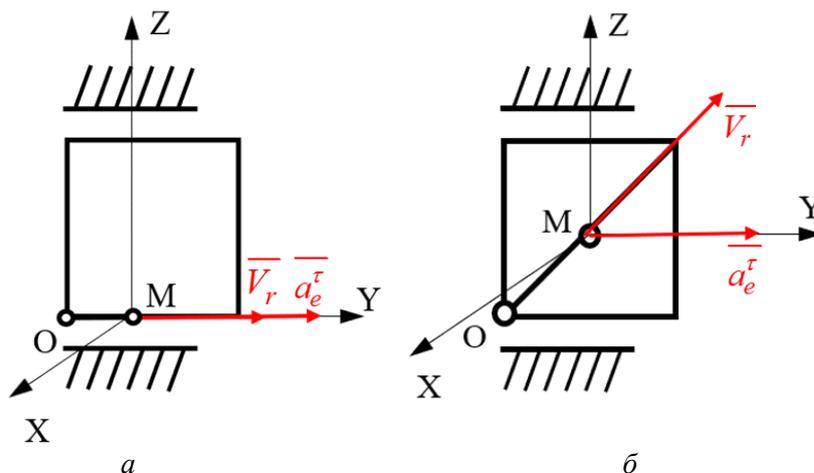


Рис. 2. Варианты схем синтеза КСДТ, построенных по критерию  $\overline{a} = \overline{a_e^r}$

Результат синтеза. Из простых элементов переносного и относительного движений точки  $M$  сформировано две схемы КСДТ, соответствующие критерию первой группы  $\overline{a} = \overline{a_e^r}$ .

**Пример № 2.** Описание алгоритма формирования методами синтеза схем сложного движения точки  $M$  из простых элементов конструкций переносного и относительного движений (рис. 1) в соответствии с критериями – числом и видом векторных слагаемых абсолютного ускорения точки  $\overline{a}$ . Показать на сформированных схемах все векторы кинематических характеристик сложного движения точки, отображающих этот критерий:

$$\overline{a} = \overline{a_r^n} + \overline{a_e^n}$$

1. Сформируем по две отличные друг от друга схемы переносного движения для данного критерия:

$$(2e+5e), (2e+4e).$$

Переносное движение в виде  $(2e+5e)$  можно показать на конструкции, состоящей рамки 2, которая своими двумя горизонтальными направляющими войдет в два криволинейных эквидистантных паза, прделанных пальчиковой фрезой в корпусе 5. При движении влево-вправо от нейтрального положения рамка 2 будет совершать поступательное криволинейное движение, как люлька вращающегося колеса обозрения.

2. Затем к сформированным шести схемам переносного движения добавляются простые элементы относительного движения

$$(2e+5e+5r), (2e+4e+7r).$$

3. На сформированных схемах в прямоугольных декартовых осях  $XYZ$  показаны векторы  $\overline{\omega_e}$ ,  $\overline{V_r}$ ,  $\overline{a_e^n}$ ,  $\overline{a_r^n}$  (рис. 3).

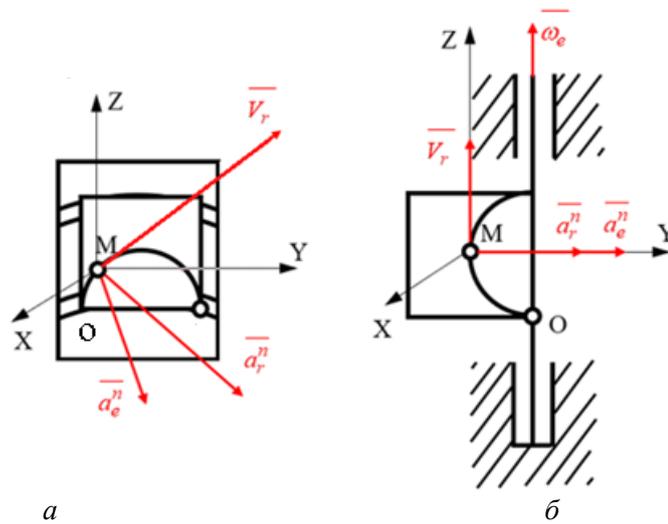


Рис. 3. Варианты схем синтеза КСДТ, построенных по критерию  $\bar{a} = \bar{a}_r^n + \bar{a}_e^n$

Результат синтеза. Из простых элементов переносного и относительного движений точки  $M$  сформировано две схемы КСДТ, соответствующие критерию второй группы  $\bar{a} = \bar{a}_r^n + \bar{a}_e^n$ .

**Пример № 3.** Описание алгоритма формирования методами синтеза схем сложного движения точки  $M$  из простых элементов конструкций переносного и относительного движений (рис. 1) в соответствии с тремя критериями третьей группы – числом и видом векторных слагаемых абсолютного ускорения точки  $\bar{a}$ . Показать на сформированных схемах все векторы кинематических характеристик сложного движения точки, отображающих эти критерии:

$$\bar{a} = \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_e^n + \bar{a}_k, \quad \bar{a} = \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_e^n.$$

1. Сформируем по две отличные друг от друга схемы переносного движения для первого, второго критериев:

$$(2e + 4e), (2e + 4e),$$

$$(2e + 5e), (2e + 4e).$$

2. Затем к сформированным шести схемам переносного движения добавляются простые элементы относительного движения

$$(2e + 4e + 4r), (2e + 4e + 7r),$$

$$(2e + 5e + 3r), (2e + 4e + 1r).$$

3. На сформированных схемах в прямоугольных декартовых осях  $XYZ$  показаны векторы  $\omega_e, \varepsilon_e, V_r, a_e^n, a_e^\tau, a_k$  (рис. 4).

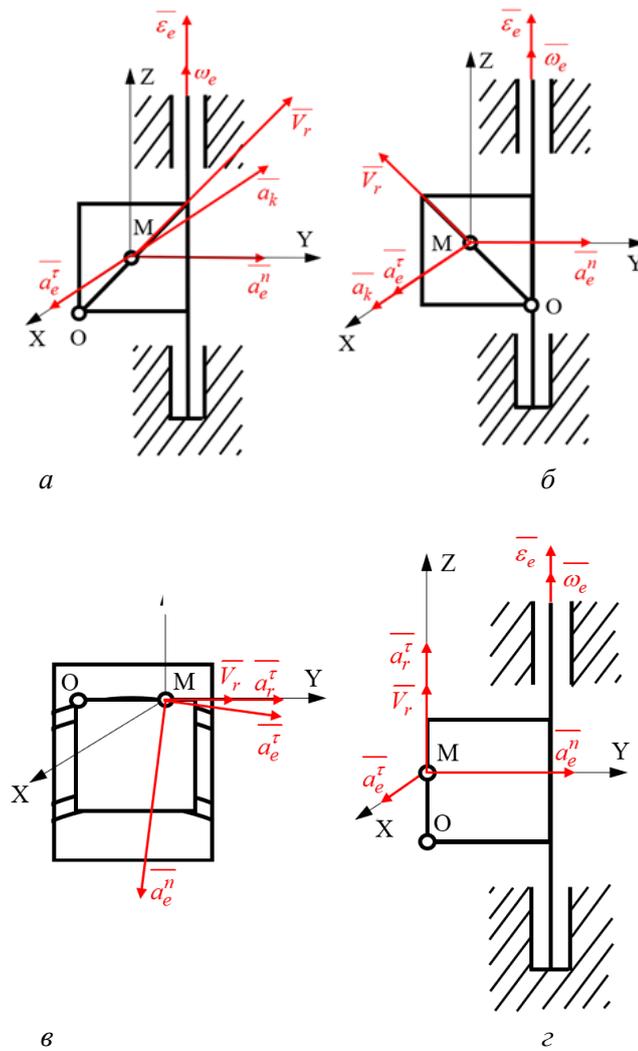


Рис. 4. Варианты схем синтеза КСДТ, построенных по критериям

$$\bar{a} = \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_e^n + \bar{a}_k, \quad \bar{a} = \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_e^n$$

Результат синтеза. Из простых элементов переносного и относительного движений точки  $M$  сформировано по две схемы КСДТ, отображающие критерии третьей группы

$$\bar{a} = \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_e^n + \bar{a}_k, \quad \bar{a} = \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_e^n.$$

**Пример № 4.** Описание алгоритма формирования методами синтеза схем сложного движения точки  $M$  из простых элементов конструкций переносного и относительного движений (рис. 1) в соответствии с критериями четвертой группы – лом и видом векторных слагаемых абсолютного ускорения точки  $\bar{a}$ . Показать на сформированных схемах все векторы кинематических характеристик сложного движения точки, отображающих эти критерии:

$$\bar{a} = \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_r^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_e^n, \quad \bar{a} = \bar{a}_r^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_e^n + \bar{a}_k.$$

1. Сформируем по две отличные друг от друга схемы переносного движения для первого, второго и третьего критерия:

$$(2e+5e), (2e+4e),$$

$$(2e+4e), (2e+4e).$$

2. Затем к сформированным шести схемам переносного движения добавляются простые элементы относительного движения

$$(2e+5e+5r), (2e+4e+6r),$$

$$(2e+4e+5r), (2e+4e+7r).$$

3. На первой сформированной схеме в прямоугольных декартовых осях  $XYZ$  показаны векторы  $\overline{V_r}$ ,  $\overline{a_e^n}$ ,  $\overline{a_r^n}$ ,  $\overline{a_e^\tau}$ ,  $\overline{a_r^\tau}$ , на второй – четвертой схемах –  $\overline{\omega_e}$ ,  $\overline{\varepsilon_e}$ ,  $\overline{V_r}$ ,  $\overline{a_e^n}$ ,  $\overline{a_r^n}$ ,  $\overline{a_e^\tau}$ ,  $\overline{a_k}$  (рис. 5).

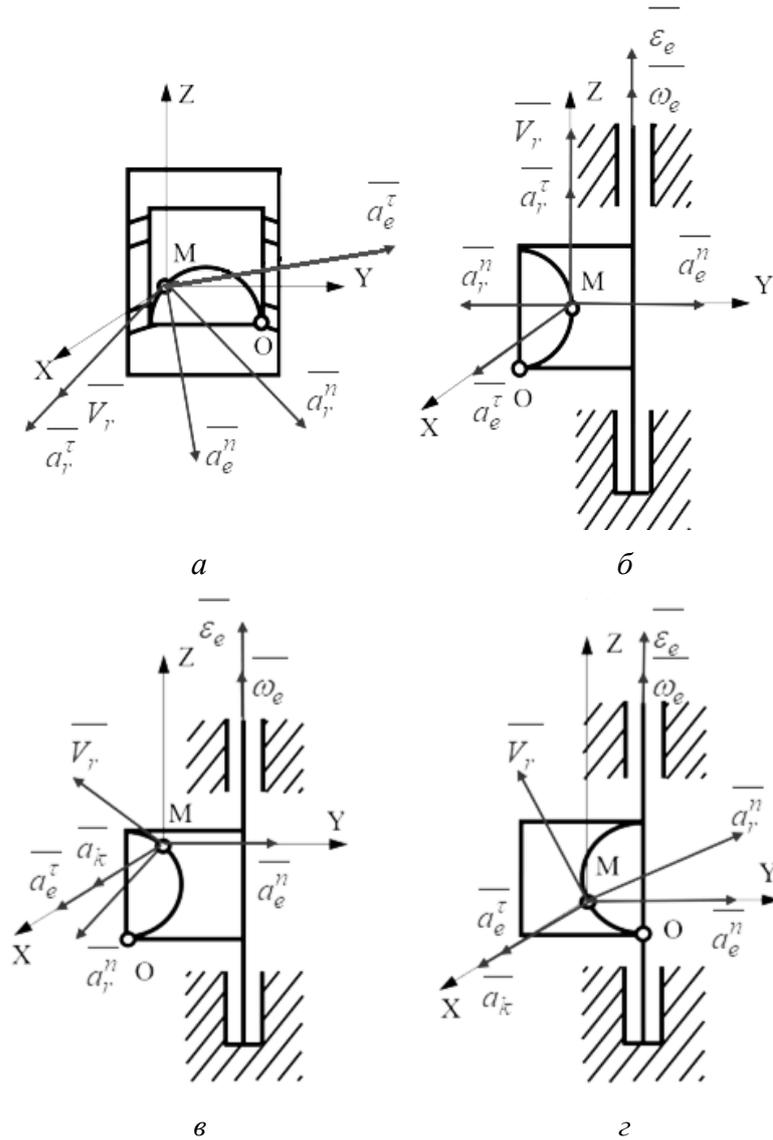


Рис. 5. Варианты схем синтеза КСДТ, построенных по критериям

$$\overline{a} = \overline{a_r^\tau} + \overline{a_r^n} + \overline{a_e^\tau} + \overline{a_e^n}, \overline{a} = \overline{a_r^n} + \overline{a_e^\tau} + \overline{a_e^n} + \overline{a_k}$$

Результат синтеза. Из простых элементов переносного и относительного движений точки  $M$  сформировано по две схемы КСДТ, отображающие критерии четвертой группы  $\overline{a} = \overline{a_r^\tau} + \overline{a_r^n} + \overline{a_e^\tau} + \overline{a_e^n}$ ,  $\overline{a} = \overline{a_r^n} + \overline{a_e^\tau} + \overline{a_e^n} + \overline{a_k}$ .

**Пример № 5.** Описание алгоритма формирования методами синтеза схем сложного движения точки  $M$  из простых элементов конструкций переносного и относительного движений в соответствии с одним критерием пятой группы – числом и видом векторных слагаемых абсолютного ускорения точки  $\bar{a}$ . Показать на сформированных схемах все векторы кинематических характеристик сложного движения точки, отображающих эти критерии:

$$\bar{a} = \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_r^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_e^n + \bar{a}_k.$$

1. Сформируем четыре отличные друг от друга схемы переносного движения для одного критерия:

$$(2e + 6e),$$

$$(2e + 6e).$$

2. Затем к сформированным четырем схемам переносного движения добавляются простые элементы относительного движения

$$(2e + 5e + 7r),$$

$$(2e + 4e + 5r).$$

3. На сформированных схемах в прямоугольных декартовых осях  $XYZ$  показаны векторы  $\bar{\omega}_e$ ,  $\bar{\varepsilon}_e$ ,  $\bar{V}_r$ ,  $\bar{a}_e^n$ ,  $\bar{a}_r^n$ ,  $\bar{a}_e^\tau$ ,  $\bar{a}_r^\tau$ ,  $\bar{a}_k$  (рис. 6).

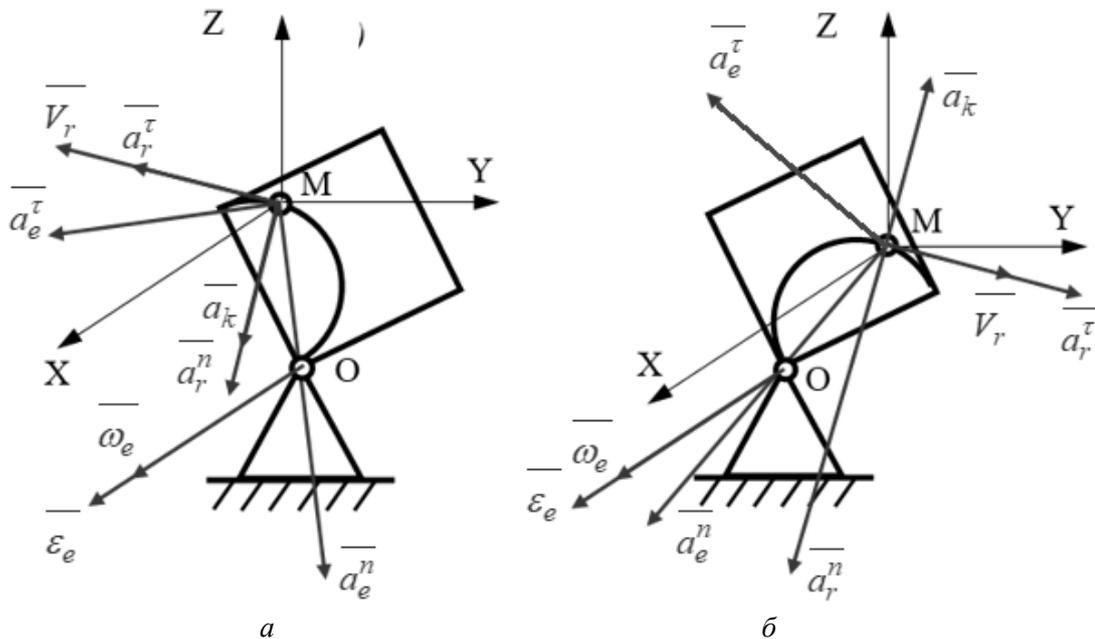


Рис. 6. Варианты схем синтеза КСДТ, построенных по критерию  $\bar{a} = \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_r^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_e^n + \bar{a}_k$

**Результат синтеза.** Из простых элементов переносного и относительного движений точки  $M$  сформированы четыре схемы КСДТ, отображающие критерий пятой группы  $\bar{a} = \bar{a}_r^\tau + \bar{a}_r^n + \bar{a}_e^\tau + \bar{a}_e^n + \bar{a}_k$ .

### **Выводы.**

I. Чтобы сократить разрыв между современными методами проектирования машин и их узлов в виде расчетно-методических многокритериальных аппаратов – РММА – и знаниями, получаемыми студентами в вузах, необходимо уже сейчас на лекциях и на практических занятиях реализовывать пять задач кинематики, причем первые две задачи кинематики являются классическими задачами анализа, которые уже давно подробно описаны во всех учебниках по теоретической механике, а задачи 3–4 этого списка являются новыми и были впервые рассмотрены в [9]:

1. Задача – по заданному относительному движению точки и движению подвижной системы определить сложное движение.
2. Задача – заданное сложное движение разложить на составляющие движения.
3. Задача о многокритериальной идентификации КСДТ.
4. Задача о многокритериальном выборе КСДТ.
5. Синтез КСДТ.

II. Необходимо в ближайшее время разработать учебники теоретической механике, которые будут содержать подробное описание всех пяти актуальных задач анализа, идентификации, выбора и многокритериального синтеза.

III. Описан алгоритм формирования методами многокритериального синтеза 14 схем сложного движения точки  $M$ , состоящих из простых элементов конструкций переносного и относительного движений (рис. 1) в соответствии с критериями – числом и видом векторных слагаемых абсолютного ускорения точки  $\bar{a}$ , взятыми из пяти групп критериев.

IV. В отличие от решений задач анализа КСДТ, где, как правило, существует единственное решение, в задачах синтеза КСДТ – множество решений. Поэтому при решении одной задачи синтеза КСДТ можно создавать множество задач анализа КСДТ, например, сформированные с помощью простых элементов отличные друг от друга схемы КСДТ можно увеличить за счет введения новых простых элементов, что позволяет студентам самим формировать задачи и задачки по теоретической механике.

V. Методы многокритериального синтеза кинематики сложного движения точки реализованы на примерах решения различных по сложности задач. Студенты, решая эти задачи, приобретают новые знания и навыки многокритериального мышления, идентификации, выбора и синтеза КСДТ. Эти новые знания и навыки помогут им в дальнейшей учебе и в будущей трудовой деятельности при: создании линейки новых моделей машин на стадии их проектирования; модернизации существующих машин; проектировании и создании новых технологических процессов и перспективных моделей техники.

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Гурвич, Ю. А. Оптимизация параметров управляемой оси автобусов и автомобилей «МАЗ» / Ю. А. Гурвич // Теоретическая и прикладная механика. – 2010. – № 25. – С. 189–203.
2. Гурвич, Ю. А. Обоснование методики и программного продукта многокритериальной оптимизации параметров различных конструкций рулевых трапеций семейства грузовых автомобилей / Ю. А. Гурвич // Машиностроение: респ. межведомств. сб. науч. тр. – Минск : БНТУ, 2018. – Вып. 31. – С. 153–167.
3. Гурвич, Ю. А. Многокритериальное проектирование управляемых неразрезных осей грузовых автомобилей / Ю. А. Гурвич // Сборник научных статей военной академии Республики Беларусь. – 2018. – № 35. – С. 72–80.
4. Гурвич, Ю. А. Экспериментально-аналитический метод параметрической идентификации процесса качения колеса с шиной / Ю. А. Гурвич // Авиационный вестник. – 2021. – № 5. – С. 29–44.
5. Гурвич, Ю. А. Новые прикладные критерии колебательной и апериодической устойчивости движения колес транспортных средств. Актуальные проблемы динамики и прочности в теоретической и прикладной механике / Ю. А. Гурвич. – Минск : УП «Технопринт», 2001. – 551 с.

6. Гурвич, Ю. А. Прикладные критерии устойчивости движения управляемых колес транспортных средств / Ю. А. Гурвич, Ю. Д. Сырокваш // Автомобильная промышленность. – 2005. – № 9. – С. 23–27.

7. Гурвич, Ю. А. Семейство новых прикладных критериев колебательной устойчивости-неустойчивости движения / Ю. А. Гурвич // Теоретическая и прикладная механика. – 2010. – № 25. – С. 306–308.

8. Гурвич, Ю. А. Выбор критерия оптимизации параметров транспортных средств с помощью метода сеток / Ю. А. Гурвич // Машиностроение: респ. межведомств. сб. науч. тр. – Минск : БНТУ, 2018. – Вып. 31. – С. 137–147.

9. Гурвич, Ю. А. Идентификация и многокритериальный выбор в кинематике сложного движения точки / Ю. А. Гурвич, А. Ю. Демко, О. С. Порожнюк // Машиностроение: респ. межведомств. сб. науч. тр. – Минск : БНТУ, 2023. – Вып. 34. – С. 89–98.

10. Аппель, П. Теоретическая механика. Т. I, II / П. Аппель. – М.: Физматгиз, 1960. – Т. I – 515 с., Т. II – 487 с.

11. Лурье, А. И. Аналитическая механика / А. И. Лурье. – М.: Физматгиз, 1961. – 824 с.

12. Космодемьянский, А. А. Курс теоретической механики. Ч. I / А. А. Космодемьянский. – М.: Просвещение, 1965. – 538 с.

13. Космодемьянский, А. А. Курс теоретической механики. Ч. II / А. А. Космодемьянский. – М.: Просвещение, 1966. – 599 с.

14. Бутенин, Н. В. Курс теоретической механики. Т. I. Статика и кинематика / Н. В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин. – М.: Наука, 1970. – 240 с.

15. Бутенин, Н. В. Курс теоретической механики. Т. II. Динамика / Н. В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин. – М.: Наука, 1971. – 464 с.

16. Кильчевский, Н. А. Курс теоретической механики. Ч. I, II / Н. А. Кильчевский. – М.: Наука, 1977. Ч. I – 479 с., Ч. II – 543 с.

*Поступила 10.03.2023*

**УДК 629.113.073**

**Гурвич Ю. А., Демко А. Ю.**

## **СИНТЕЗ В ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ. РАЗДЕЛ «СТАТИКА»**

*Белорусская государственная академия авиации, Минск, Беларусь*

*Описан алгоритм формирования методами многокритериального синтеза схем статики составных конструкций, состоящими из простых элементов для одноэлементных и конструктивных единиц для многоэлементных схем в соответствии с критериями СТ и работоспособностью конструкций.*

*Применение в учебном процессе методов многокритериального синтеза статики составных конструкций точки способствует: формированию у студентов навыков многокритериального мышления; сокращению разрыва между современными методами проектирования машин в виде расчетно-методических многокритериальных аппаратов – РММА и знаниями обучающихся по теоретической механике.*

Методы многокритериальной идентификации и выбора, используемые в: расчетно-методических многокритериальных аппаратах – РММА; курсе «Теоретическая механика»; разделе – статика составных конструкций – ССК описаны в работах [1–6].

Чтобы сократить разрыв между современными методами проектирования машин и их узлов в виде РММА и знаниями, получаемыми студентами в вузах, необходимо уже сейчас на лекциях и на практических занятиях реализовывать совокупность шести задач статики [6]:

1. Задача о приведении системы сил.
2. Задача о равновесии системы сил.