Следовательно, для соблюдения подобия процессов в трансмиссии на стенде пониженной мощности и автомобиле при режимах разгона и движения без переключения передач необходимо и достаточно равенство двух определяющих критериев:

$$П_1 = \frac{J_o \omega^2}{M_{дв}}; \quad П_3 = \frac{M_c}{M_{дв}},$$

Они позволяют определить масштабы, связывающие параметры стенда и моделируемого транспортного средства, что необходимо как при проектировании стенда для испытания САУ трансмиссией, так и при обработке результатов, полученных на нем.

Литература

1. Веников В.А. Теория подобия и моделирования. - М., 1976. 2. Крутов В.И. Автоматическое регулирование двигателей внутреннего сгорания. - М., 1968.

УДК 629.113.01.592

Г.И.Мамити

ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ РАСЧЕТ БАРАБАННЫХ ТОРМОЗОВ

Под функциональным расчетом тормоза понимается определение момента трения, создаваемого тормозом, при известных геометрических параметрах его и исполнительного органа и приводных усилиях.

Вопросами функционального расчета занимались многие исследователи, однако наиболее результативными являются работы [1 - 3]. В этих работах получены формулы для определения момента трения барабанного тормоза с неподвижными центрами вращения колодок, которые выгодно отличаются тем, что с их помощью тормозной момент определяется непосредственно, без введения таких промежуточных параметров, приводящих к ненужным усложнениям, как, например, равнодействующая сил трения и радиуса ее приложения.

Впервые расчетная формула для тормозного момента, учитывающая равномерный закон распределения давления по длине накладок, была получена акад. Е.А.Чудаковым [1], а формула, учитывающая синусоидальный закон, впервые приведена в работе [2]. В работе [3] повторены результаты, содержащиеся в [1], [2], и впервые получена формула, учи-

дывающая косинусоидальное распределение давления по длине накладок.

В последнее время все большее распространение получают барабанные тормоза с самоустанавливающимися колодками, имеющие гидравлические или клиновые разжимные устройства. Между тем функциональный расчет тормозов со скользящими опорами колодок остается неисследованным, если не считать работ [4] и [5], в которых этот вопрос рассматривается в графоаналитическом аспекте, и [6], в которой получены громоздкие формулы, так как тормозные моменты определяются через результирующие сил трения и эквивалентные радиусы.

В настоящей работе предпринята попытка получить наиболее простые и точные (насколько точны исходные предпосылки) расчетные формулы для определения момента трения барабанного двухколодочного тормоза с неподвижными центрами вращения колодок и со скользящими опорами колодок при различных законах изменения давления по длине накладок, вывод которых изложен ниже.

Рассмотрим схему тормозного механизма, в котором колодки прижимаются к тормозному барабану усилиями Q_1 и Q_2 (рис. 1, а). Со стороны барабана на колодки будут действовать нормальные $p_1(\varphi)$, $p_2(\varphi)$ и тангенциальные $\mu p_1(\varphi)$, $\mu p_2(\varphi)$ распределенные нагрузки.

Определим момент трения на одной из колодок, для чего выделим элементарную площадку $bRd\varphi$ на накладке. На нее будет действовать нормальная сила

$$dN = p(\varphi)\, bRd\varphi$$

и сила трения

$$dT = \mu\, p(\varphi)\, bRd\varphi ,$$

где μ – коэффициент трения; b – ширина накладки; R – радиус трения (рабочий радиус) барабана; φ – текущий координатный угол, начало отсчета которого показано на рис. 1.

Момент трения, создаваемый на элементарной площадке,

$$dM = dTR = \mu\, p(\varphi)\, bR^2 d\varphi .$$

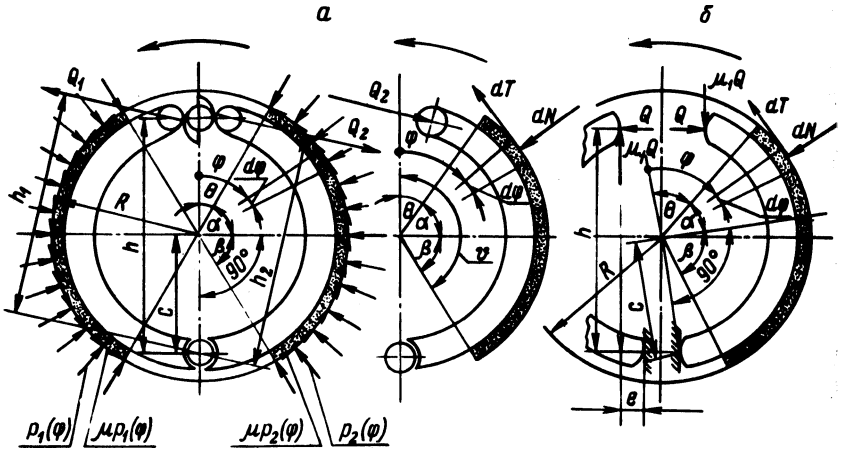

Рис. 1. Схема барабанного тормоза с неподвижным центром вращения колодок (а) и тормоза с самоустанавливающимися колодками (б).

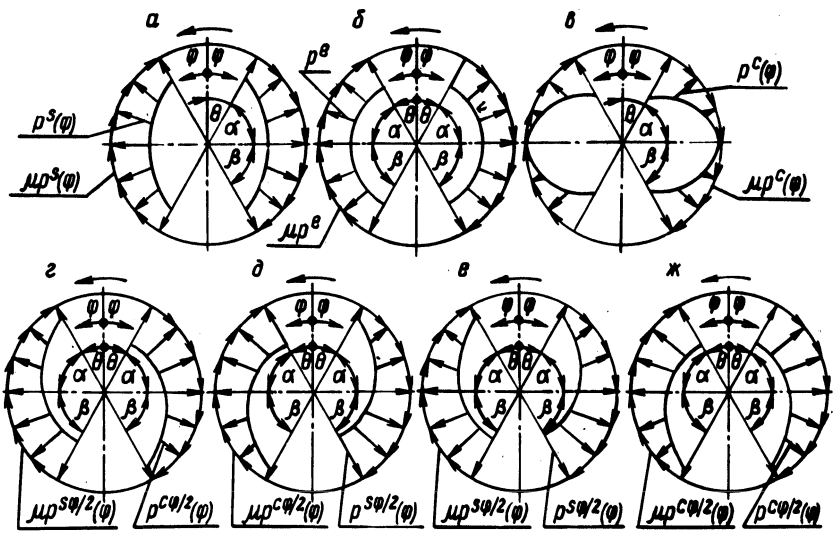

Рис. 2. Возможные законы распределения нормальных нагрузок по длине накладок и соответствующих им сил трения, воздействующих на тормозной барабан, в тормозе с неподвижными центрами вращения колодок (а, б, в) и в тормозе с самоустанавливающимися колодками (а, б, в, г, д, е, ж).

Момент трения, развиваемый колодкой при постоянном μ,

$$M = \mu bR^2 \int_{\theta}^{\vartheta} p(\varphi)\, d\varphi , \qquad (1)$$

где $\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha$, $\vartheta = \frac{\pi}{2} + \beta$. Углы α и β показаны на рис. 1 и 2.

Для того чтобы определить тормозной момент, развиваемый колодкой, необходимо знать закон распределения удельных давлений по длине накладок $p(\varphi)$. Экспериментально [7] установлено, что распределение давления по длине накладок барабанных тормозов с неподвижными центрами вращения колодок может быть синусоидальным, равномерным и косинусоидальным в зависимости от степени приработанности накладок, жесткостей барабана и колодок, режима торможения, температурных условий и конструктивных параметров. Исследования, проведенные нами на Белорусском автозаводе, подтвердили, что жесткость барабана, силовой режим торможения и температурное расширение барабана решающим образом определяют закон распределения давления по длине накладок.

Найдем выражения для моментов трения одной из колодок при синусоидальном $p^s(\varphi) = p^s_{max} \cdot \sin\varphi$ (рис. 2, а), равномерном $p^e = p^e_{max} = p^e_{min}$ (рис. 2, б) и косинусоидальном $p^c(\varphi) = p^c_{max} \cdot \cos\varphi$ (рис. 2, в) распределениях давления по длине накладок, различая индексами, указывающими на закон распределения, соответствующие величины, например M^s, p^e_{max}, $p^c(\varphi)$, где s, e, c – сокращения слов sinus, equal, cosinus:

$$M^s = \mu bR^2 p^s_{max} \int_{\theta}^{\vartheta} \sin\varphi\, d\varphi = \mu bR^2 p^s_{max} (\sin\alpha + \sin\beta);$$

$$M^e = \mu bR^2 p^e_{max} \int_{\theta}^{\vartheta} d\varphi = \mu bR^2 p^e_{max} (\alpha + \beta);$$

$$M^c = \mu bR^2 p^c_{max} \left(\int_{\theta}^{\pi/2} \cos\varphi\, d\varphi - \int_{\pi/2}^{\vartheta} \cos\varphi\, d\varphi \right) =$$

$$= \mu bR^2 p^c_{max} (2 - \cos\alpha - \cos\beta),$$

где p^s_{max}, p^e_{max}, p^c_{max} – максимальные значения синусоидальной, равномерной и косинусоидальной распределенных нагрузок (рис. 2). В последнем из выражений (2) учтено изменение знака косинуса при переходе во вторую, по направлению отсчета угла φ, четверть окружности.

Для определения значений p^s_{max}, p^e_{max}, p^c_{max} составим уравнения равновесия колодок (рис. 1)

$$Q_{1,2} \cdot h_{1,2} = bRc\Big[\int_{\theta}^{\vartheta} p(\varphi)_{1,2} \sin\varphi \, d\varphi \mp$$

$$\mp \mu \int_{\theta}^{\vartheta} p(\varphi)_{1,2} \left(\frac{R}{c} + \cos\varphi\right) d\varphi\Big], \qquad (3)$$

где с – расстояние между центрами вращения колодки и барабана.

В выражении (3) объединены два уравнения равновесия. Индексом 1 отмечены силовые факторы и геометрические параметры, относящиеся к первичной (заклиниваемой) колодке, а индексом 2 – ко вторичной (отжимаемой) колодке. Через Q_1 и Q_2 ($Q_{1,2}$) обозначены силы, разжимающие первичную и вторичную колодки, а через h_1 и h_2 ($h_{1,2}$) – плечи действия этих сил относительно оси (осей) вращения колодок. Верхний знак относится к первичной колодке.

Подставив в выражение (3) соответствующие значения $p(\varphi)_{1,2}$, получим

$$p^s_{max1,2} = \frac{Q_{1,2} h_{1,2}}{bRc\Big[\int_{\theta}^{\vartheta} \sin^2\varphi \, d\varphi \mp \mu \int_{\theta}^{\vartheta} \left(\frac{R}{c} + \cos\varphi\right) \sin\varphi \, d\varphi\Big]} =$$

$$= \frac{Q_{1,2} h_{1,2}}{bRc\left\{\frac{\alpha+\beta}{2} + \frac{\sin 2\alpha + \sin 2\beta}{4} \mp \mu\Big[\frac{R}{c}(\sin\alpha + \sin\beta) + \frac{1}{2}(\sin^2\alpha - \sin^2\beta)\Big]\right\}};$$

$$p^e_{max1,2} = \frac{Q_{1,2} h_{1,2}}{bRc\Big[\int_{\theta}^{\vartheta} \sin\varphi \, d\varphi \mp \mu \int_{\theta}^{\vartheta} \left(\frac{R}{c} + \cos\varphi\right) d\varphi\Big]} =$$

$$= \frac{Q_{1,2}h_{1,2}}{bRc\left\{\sin\alpha+\sin\beta \mp\mu\left[\frac{R}{c}(\alpha+\beta)-\cos\alpha+\cos\beta\right]\right\}};$$

$$p^{c}_{max1,2}= \frac{Q_{1,2}h_{1,2}}{bRc\left\{\int\limits_{\theta}^{\pi/2}\sin\varphi\cos\varphi\,d\varphi-\int\limits_{\pi/2}^{\vartheta}\sin\varphi\cos\varphi\,d\varphi \mp \mu\left[\int\limits_{\theta}^{\pi/2}\left(\frac{R}{c}+\cos\varphi\right)\cos\varphi\,d\varphi-\int\limits_{\pi/2}^{\vartheta}\left(\frac{R}{c}+\cos\varphi\right)\cos\varphi\,d\varphi\right]\right\}} =$$

$$= \frac{Q_{1,2}h_{1,2}}{bRc\left\{\frac{\sin^2\alpha+\sin^2\alpha}{2} \mp\mu\left[\frac{R}{c}\left(2-\cos\alpha-\cos\beta\right)+\frac{\alpha-\beta}{2}-\frac{\sin2\alpha-\sin2\beta}{4}\right]\right\}} \qquad (4)$$

В последнем из выражений (4) также учтено изменение знака косинуса при переходе во вторую, по направлению отсчета угла φ, четверть окружности.

В существующих конструкциях тормозов часто углы α и β равны. При $\alpha=\beta$ выражения (4) для максимальных значений распределенных нагрузок примут вид

$$p^{s}_{max1,2}= \frac{Q_{1,2}h_{1,2}}{bRc\left(\alpha+\frac{\sin2\alpha}{2} \mp\mu\frac{2R}{c}\sin\alpha\right)};$$

$$p^{e}_{max1,2}= \frac{Q_{1,2}h_{1,2}}{2bRc\left(\sin\alpha \mp\mu\frac{R}{c}\alpha\right)}; \qquad (5)$$

$$p^{c}_{max1,2} = \frac{Q_{1,2}h_{1,2}}{bRc\left[\sin^2\alpha \mp \mu\frac{2R}{c}(1-\cos\alpha)\right]}.$$

Используя формулы (2) и (4), найдем искомые выражения для тормозных моментов $M_{1,2}$, развиваемых первичными M_1 и вторичными M_2 колодками при синусоидальном, равномерном и косинусоидальном распределениях удельных давлений по длине накладок:

$$M^{s}_{1,2} = \frac{\mu Q_{1,2}h_{1,2}}{\frac{c}{4R}\,\frac{2(\alpha+\beta)+\sin2\alpha+\sin2\beta}{\sin\alpha+\sin\beta} \mp \mu\left[1+\frac{c}{2R}(\sin\alpha-\sin\beta)\right]};$$

$$M^{e}_{1,2} = \frac{\mu Q_{1,2}h_{1,2}}{\frac{c}{R}\,\frac{\sin\alpha+\sin\beta}{\alpha+\beta} \mp \mu\left(1-\frac{c}{R}\,\frac{\cos\alpha-\cos\beta}{\alpha+\beta}\right)}; \qquad (6)$$

$$M^{c}_{1,2} = \frac{\mu Q_{1,2}h_{1,2}}{\frac{c}{2R}\,\frac{\sin^2\alpha+\sin^2\beta}{2-\cos\alpha-\cos\beta} \mp \mu\left[1+\frac{c}{4R}\,\frac{2(\alpha-\beta)-\sin2\alpha+\sin2\beta}{2-\cos\alpha-\cos\beta}\right]}.$$

При $\alpha = \beta$

$$M^{s}_{1,2} = \frac{Q_{1,2}h_{1,2}}{\frac{c}{4\mu R}\,\frac{2\alpha+\sin2\alpha}{\sin\alpha} \mp 1};$$

$$M^{e}_{1,2} = \frac{Q_{1,2}h_{1,2}}{\frac{c}{\mu R}\,\frac{\sin\alpha}{\alpha} \mp 1}; \qquad (7)$$

$$M^{c}_{1,2} = \frac{Q_{1,2}h_{1,2}}{\frac{c}{2\mu R}\,\frac{\sin^2\alpha}{1-\cos\alpha} \mp 1}\,.$$

Для того чтобы определить момент трения, развиваемый самоустанавливающейся колодкой, необходимо знать закон распределения давления по длине ее накладок. Данные работы [6] и наших наблюдений за распределением износа накладок барабанных тормозов с самоустанавливающимися колодками требуют наряду с синусоидальным, равномерным и косинусоидальным законами распределения давления по длине накладок рассмотреть законы (рис. 2)

$$p^{s\varphi/2}(\varphi) = p^{s\varphi/2}_{max}\sin\frac{\varphi}{2}\,,\quad p^{c\varphi/2}(\varphi) = p^{c\varphi/2}_{max}\cos\frac{\varphi}{2}\,.$$

В этом случае моменты трения, развиваемые колодками, будут равны

$$M^{s\varphi/2} = \mu bR^2 p^{s\varphi/2}_{max}\int_{\theta}^{\vartheta}\sin\frac{\varphi}{2}\,d\varphi =$$

$$= 2\mu bR^2 p^{s\varphi/2}_{max}\left(\cos\frac{\theta}{2} - \cos\frac{\vartheta}{2}\right)\,; \qquad (8)$$

$$M^{c\varphi/2} = \mu bR^2 p^{c\varphi/2}_{max}\int_{\theta}^{\vartheta}\cos\frac{\varphi}{2}\,d\varphi =$$

$$= 2\mu bR^2 p^{c\varphi/2}_{max}\left(\sin\frac{\vartheta}{2} - \sin\frac{\theta}{2}\right).$$

Из уравнений равновесия самоустанавливающихся колодок найдем максимальные значения распределенных нагрузок:

$$p^{s\varphi/2}_{max1,2} = \frac{Q(h \mp \mu_1 e)}{bRc\left[\int_{\theta}^{\vartheta}\sin\frac{\varphi}{2}\sin\varphi\,d\varphi \mp \mu\int_{\theta}^{\vartheta}\left(\frac{R}{c}+\cos\varphi\right)\sin\frac{\varphi}{2}d\varphi\right]} =$$

$$= \frac{Q(h \mp \mu_1 e)}{bRc\left\{\sin\frac{\vartheta}{2} - \sin\frac{\theta}{2} - \frac{1}{3}\left(\sin\frac{3}{2}\vartheta - \sin\frac{3}{2}\theta\right) \mp \mu\left[\left(1 - \frac{2R}{c}\right)\left(\cos\frac{\vartheta}{2} - \cos\frac{\theta}{2}\right) - \frac{1}{3}\left(\cos\frac{3}{2}\vartheta - \cos\frac{3}{2}\theta\right)\right]\right\}} \qquad (9)$$

$$p^{c\varphi/2}_{max1,2} = \frac{Q(h \mp \mu_1 e)}{bRc\left[\int_\theta^\vartheta \cos\frac{\varphi}{2}\sin\varphi d\varphi \mp \mu\int_\theta^\vartheta \left(\frac{R}{c} + \cos\varphi\right)\cos\frac{\varphi}{2}\, d\varphi\right]} = \frac{Q(h \mp \mu_1 e)}{bRc\left\{\cos\frac{\theta}{2} - \cos\frac{\vartheta}{2} + \frac{1}{3}\left(\cos\frac{3}{2}\theta - \cos\frac{3}{2}\vartheta\right) \mp \mu\left[\left(1 + \frac{2R}{c}\right)\left(\sin\frac{\vartheta}{2} - \sin\frac{\theta}{2}\right) + \frac{1}{3}\left(\sin\frac{3}{2}\vartheta - \sin\frac{3}{2}\theta\right)\right]\right\}}$$

где e – плечо действия силы $\mu_1 Q$, показанное на рис. 1; μ_1 – коэффициент трения в контакте колодки с разжимным устройством.

Здесь отметим, что в зависимости от закона распределения нагрузки по длине накладок и соответствующего ему износа расстояние c будет оставаться постоянным, увеличиваться или уменьшаться, что вызовет изменения и других параметров. Эти изменения и влияние их на величины максимального удельного давления и тормозного момента можно учесть, рассчитывая момент трения для двух случаев – при новых накладках и при полном (допустимом) их износе.

Подставив в выражения (8) найденные значения максимальной удельной нагрузки (9), получим расчетные формулы для определения тормозного момента барабанного тормоза с самоустанавливающимися колодками

$$M_{1,2}^{s\varphi/2} = \frac{\mu Q(h \mp \mu_1 e)}{\frac{c}{6R}\,\frac{3(\sin\frac{\vartheta}{2} - \sin\frac{\theta}{2}) - \sin\frac{3}{2}\vartheta + \sin\frac{3}{2}\theta}{\cos\frac{\theta}{2} - \cos\frac{\vartheta}{2}} \mp \mu\left[\left(1 - \frac{c}{2R}\right) - \frac{c}{6R}\,\frac{\cos\frac{3}{2}\vartheta - \cos\frac{3}{2}\theta}{\cos\frac{\theta}{2} - \cos\frac{\vartheta}{2}}\right]};$$

(10)

$$M_{1,2}^{c\varphi/2} = \frac{\mu Q(h \mp \mu_1 e)}{\frac{c}{6R}\,\frac{3(\cos\frac{\theta}{2} - \cos\frac{\vartheta}{2}) + \cos\frac{3}{2}\theta - \cos\frac{3}{2}\theta}{\sin\frac{\vartheta}{2} - \sin\frac{\theta}{2}} \mp \mu\left[\left(1 + \frac{c}{2R}\right) + \frac{c}{6R}\,\frac{\sin\frac{3}{2}\vartheta - \sin\frac{3}{2}\theta}{\sin\frac{\vartheta}{2} - \sin\frac{\theta}{2}}\right]}.$$

После того как будут найдены моменты, развиваемые первичной и вторичной колодками, получим момент трения тормоза

$$M = M_1 + M_2. \qquad (11)$$

Формулы (6), (7) и (10) позволяют определить тормозные моменты в предположении, что в контакте по окружности барабана и колодок действуют нормальные (радиальные) распределенные нагрузки и соответствующие им силы трения, равномерные по ширине накладок.

По формулам (10) можно определить тормозные моменты для случаев распределения нагрузок по длине накладок, показанных на рис. 2, г, д, е, ж. Так, при одностороннем размещении разжимного устройства тормозные моменты будут соот-

ветственно равны: г) $M = M_1^{s\varphi/2} + M_2^{c\varphi/2}$; д) $M = M_1^{c\varphi/2} + M_2^{s\varphi/2}$; е) $M = M_1^{s\varphi/2} + M_2^{s\varphi/2}$; ж) $M = M_1^{c\varphi/2} + M_2^{c\varphi/2}$.

В заключение отметим, что формулы (6) легко трансформируются в выражения, полученные в работах [1], [2] и [3], однако в настоящей работе благодаря разделению угла охвата накладок на углы α и β при выводе формул (6) и записи пределов интегрирования в виде $\theta = \frac{\pi}{2} - \alpha$ и $\vartheta = \frac{\pi}{2} + \beta$ удалось получить очень простые расчетные формулы (7) для часто встречающегося случая симметричного расположения накладок ($\alpha = \beta$). Что же касается аналитического определения момента трения барабанного тормоза с самоустанавливающимися колодками, то эта задача в таком виде решена впервые.

Расчет тормозов автомобилей БелАЗ-540 и ВАЗ-2101 по формулам (7) и (10) показал хорошее соответствие с экспериментальными значениями тормозных моментов. Отклонение от опыта при этом не превышает 4%.

Вывод. Получены наиболее простые и точные, насколько точны исходные предпосылки, расчетные формулы для определения момента трения барабанного тормоза с неподвижными и скользящими центрами вращения колодок при различных возможных законах распределения удельных давления по длине накладок.

Литература

1. Чудаков Е.А. Расчет автомобиля. - М., 1947. 2. Jante A., Jahn M. Bremsen-Berechung.- Kraftfahrzen-technik, 1961, N3. 3. Метлюк Н.Ф. Исследование и расчет тормозных механизмов.- Автомобильная промышленность, 1968, № 4. 4. Беленький Ю.Б. Расчет колодочных тормозных механизмов и их привода. - Мн., 1963. 5. Беленький Ю.Б., Дронин М.И., Метлюк Н.Ф. Новое в расчете и конструкции тормозов автомобилей. - М., 1965. 6. Вопросы динамики торможения и теории рабочих процессов тормозных систем автомобилей/ Б.Б.Генбом, Г.С.Гудз, В.А.Демьянюк и др. - Львов, 1974. 7. Гадолин В.Л. Исследование колодочных тормозов. - В сб.: Расчеты и исследования некоторых деталей машин. М., 1955.