

агрегатов. - Л., 1970. З. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. - М., 1969.

УДК 629.11.012.3.001.24

Р.И.Фурунжиев, Г.А.Колосов, В.А.Ким,
Э.И.Ясюкович

УРАВНЕНИЯ КИНЕМАТИЧЕСКИХ СВЯЗЕЙ ДЛЯ ОБЩЕГО СЛУЧАЯ КАЧЕНИЯ УПРУГОГО ПНЕВМАТИКА ПО НЕДЕФОРМИРУЕМОЙ ОПОРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

При решении различных задач курсового движения автомобилей, автотракторных поездов и т.д. на упругих пневматиках необходимо учитывать кинематические связи колесных движителей с опорной поверхностью.

Движение транспортных средств на упругих пневматиках по произвольным криволинейным траекториям исследуется с помощью уравнений кинематических связей общего вида, которые можно составить на основе данных по качению одиночного пневматика.

Сделаем краткий анализ возможности применения существующих в настоящее время теорий качения упругого пневматика.

1. Теория увода Рокара наиболее распространена. Она достаточно хорошо отображает реальный процесс в случае медленно меняющегося угла увода, отсутствия наклона колеса и вертикальной деформации. Эта теория дает одно уравнение кинематических связей.

2. Теория Грейдануса более полно характеризует процесс качения пневматика, нежели теория увода. По ней вместо одного параметра деформации вводятся два - параметр боковой линейной деформации и параметр угловой деформации вокруг перпендикуляра к плоскости качения. Теорию можно распространить и на случай наклонного колеса. Она применима для малых параметров деформаций и для движения, близкого к прямолинейному. Эта теория дает два уравнения кинематических связей.

3. Теория Келдыша - более полная по сравнению с первыми двумя. Здесь деформация пневматика характеризуется тремя параметрами - боковой линейной, угловой вокруг перпендикуляра к плоскости качения, угловой вокруг продольной оси.

Так же, как и в предыдущих теориях, предполагается отсутствие проскальзывания в окрестности центра пятна контакта.

Теория Келдыша основывается на двух гипотезах: 1) касательная к линии качения образует с проекцией горизонтального диаметра на плоскость качения угол, равный параметру угловой деформации пневматика вокруг перпендикуляра к плоскости качения; 2) в центре пятна контакта кривизна линии качения совпадает с кривизной проекции центральной линии деформированного пневматика на плоскость качения, и кривизна проекции центральной линии деформированного пневматика однозначно определяется параметрами деформации.

Теория Келдыша предполагает, что параметры деформации малы, а движение близко к прямолинейному. Теория дает два уравнения кинематических связей.

Таким образом, при решении динамических задач, предполагающих движение пневматика существенно криволинейным, применение рассмотренных теорий становится некорректным.

Действительно, теории Грейдануса и Келдыша предполагают, что параметры деформаций и угол отклонения плоскости колеса от прямолинейного движения малы. Это согласуется с тем, что кривизна линии качения – величина малая и является линейной функцией параметров деформации.

В случае же существенно криволинейного движения кривизна линии качения – величина конечная. Тогда нужно либо отказаться от предположения, что она совпадает с кривизной проекции на плоскость качения центральной линии деформированного пневматика, которая однозначно определяется параметрами деформации, либо считать параметры деформации величинами конечными, а не малыми.

Если рассматривать качение одиночного пневматика или движение экипажа с одним бортом, совпадение той или другой кривизны происходит за счет конечного угла наклона пневматика к плоскости качения. При незначительных параметрах деформации пневматика в процессе качения можно получить существенно криволинейное движение колеса, т.е. кривизна линии качения будет величиной конечной, а кривизна проекции центральной линии деформированного пневматика в силу малости параметров деформации остается величиной малой, того же порядка, что и параметры деформации; угол наклона колеса считается малым.

Один из выходов из создавшегося тупика – некоторое видоизменение теории Келдыша за счет новых гипотез при усло-

вии следующих допущений: проскальзывание в окрестности центра пятна контакта отсутствует, параметры боковой линейной, угловой вокруг перпендикуляра к плоскости качения, угловой вокруг продольной оси и касательной линейной деформаций малы, движение существенно криволинейное.

Мы предлагаем следующие добавочные гипотезы: а) изохронная вариация кривизны линии качения недеформированного пневматика при внезапном приобретении деформации однозначно определяется ее параметрами;

б) изохронная вариация кривизны проекции линии движения центра недеформированного пневматика в точке, соответствующей центру пятна контакта, однозначно определяется параметрами деформации.

Эти две гипотезы легко объединить в одну, считая, что при отсутствии деформации и угла наклона колеса кривизна линии качения и линии движения совпадают. Более сложный случай наличия угла наклона плоскости колеса при отсутствии деформации вокруг продольной оси нетрудно учесть, считая что угол наклона колеса и параметр угловой деформации вокруг продольной оси совпадают.

Таким образом, для общего случая качения пневматика по произвольным траекториям имеем следующие гипотезы:

1) касательная к линии качения образует с проекцией горизонтального диаметра на плоскость качения угол, равный параметру угловой деформации вокруг перпендикуляра к плоскости качения (гипотеза Келдыша);

2) кривизна проекции центральной линии деформированного пневматика в центре пятна контакта однозначно определяется параметрами деформации (гипотеза Грейдануса);

3) разность между кривизной проекции линии движения центра колеса на плоскость качения в точке, соответствующей центру пятна контакта, и кривизной линии качения в центре пятна контакта однозначно определяется параметрами деформации.

Из гипотез 1 и 3 можно получить уравнения кинематических связей в общем случае криволинейного качения пневматика.

Исходя из гипотезы 1 и рис. 1, можно утверждать:

$$\frac{d y_{O_1}}{d x_{O_1}} = \operatorname{tg}(\theta + \varphi), \quad (1)$$

где x_{O_1} , y_{O_1} - координаты центра пятна контакта; θ - угол

между неподвижной осью o_x и проекцией горизонтального диаметра на плоскость качения o_{xy} ; φ – параметр угловой деформации вокруг перпендикуляра к плоскости качения.

Учитывая, что параметр φ мал, равенство (1) можно переписать в виде

$$(\sin \theta + \varphi \cos \theta) \dot{x}_{o_1} + (\varphi \sin \theta - \cos \theta) \dot{y}_{o_1} = 0. (2)$$

Используя уравнения геометрических связей, равенство (2) нетрудно переписать для координат центра колеса.

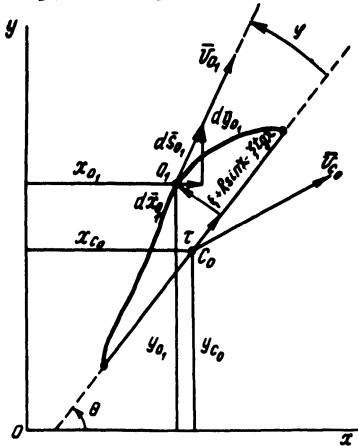


Рис. 1. Геометрическая интерпретация качения упругого пневматика.

Для получения второго уравнения кинематических связей используется гипотеза 3, которую получаем из гипотез а и б.

Гипотеза а дает

$$\delta K_{o_1}^* = K_{o_1} - K_{o_1}^* = A_1 \xi + B_1 \varphi + C_1 x + D_1 \tau + E_1 \zeta. (3)$$

Гипотеза б дает

$$\delta K_{c_o}^* = K_{c_o} - K_{c_o}^* = A_2 \xi + B_2 \varphi + C_2 x + D_2 \tau + E_2 \zeta, (4)$$

где ξ , φ , x , τ , ζ – параметры деформации боковой линейной, угловой вокруг перпендикуляра к плоскости качения, угловой вокруг произвольной оси, линейной касательной и вертикальной; A_1 , B_1 , C_1 , D_1 , E_1 , A_2 , B_2 , C_2 , D_2 , E_2 – коэффициенты кривизны, определяемые для пневматика экспериментально; K_{o_1} – кривизна линии качения деформированного пневматика в центре o_1 пятна контакта; K_{c_o} – кривизна проекции линии движения центра деформированного пневматика на плоскость качения в соответствующей центру пятна контакта точке; $K_{o_1}^*$ –

кривизна линии качения недеформированного пневматика в центре пятна контакта; $K_{C_0}^*$ - кривизна проекции линии движения центра недеформированного пневматика на плоскость качения в точке, соответствующей центру пятна контакта.

Разность между $K_{O_1}^*$ и K_C^* полностью определяется радиусом колеса и вертикальной информацией, поэтому, не нарушая общности рассуждения, можно положить

$$K_{O_1}^* = K_{C_0}^* = K^* \quad (5)$$

Рассматривая равенства (3) и (4) с учетом (5), получим математическую реализацию гипотезы 3:

$$K_{C_0} - K_{O_1} = A\xi + B\varphi + C\chi + D\tau + E\xi, \quad (6)$$

где $A=A_2 - A_1$; $B=B_2 - B_1$; $C = C_2 - C_1$; $D = D_2 - D_1$; $E = E_2 - E_1$. Параметры A, B, C, E определяются экспериментально.

Используя известную формулу параметрического задания кривизны, равенство (6) можно переписать в виде

$$\frac{\dot{x}_{C_0} \ddot{y}_{C_0} - \ddot{x}_{C_0} \dot{y}_{C_0}}{(\dot{x}_{C_0}^2 + \dot{y}_{C_0}^2)^{3/2}} - \frac{\dot{x}_{O_1} \ddot{y}_{O_1} - \ddot{x}_{O_1} \dot{y}_{O_1}}{(\dot{x}_{O_1}^2 + \dot{y}_{O_1}^2)^{3/2}} =$$

$$= A\xi + B\varphi + C\chi + D\tau + E\xi.$$

Учитывая уравнения геометрических связей, можно из равенства (7) исключить координаты центра пятна контакта и получить уравнение кинематических связей второго порядка, линейное относительно старших производных для координат центра пневматического колеса.

Таким образом, в случае существенно криволинейного качения колеса с пневматической шиной предложенная гипотеза позволяет корректным образом получить необходимые уравнения кинематических связей.