

Рассматриваемая краевая задача описывается также соответствующими кинематическими и силовыми граничными условиями.

Нелинейность основания описывается законом нелинейной упругости

$$\sigma_i = \Phi(\varepsilon_i),$$

где $\Phi(\varepsilon_i)$ – зависимость между интенсивностями деформаций и напряжений. Она задается произвольно, исследуется и вводится в дальнейший расчет.

Поставленную задачу предполагается решать в перемещениях. Получаемые уравнения содержат функции пластичности, поэтому применим метод упругих решений А. А. Ильюшина. В ходе решения используются три группы уравнений: а) уравнения типа Ляме, являющиеся синтезом геометрического, статического и физического обследования задачи; б) уравнения, связывающие напряжения и деформации в любой точке исследуемой области; в) краевые условия.

К этим уравнениям добавляется уравнение изгиба балки в контактной зоне

$$\frac{d^4 v_i}{dx^4} = -\frac{P_i - X_i}{EI_6},$$

где P_i – реактивные давления;

X_i – внешние силы (в зоне контакта $X_i \rightarrow Y_v$);

EI_6 – жесткость балки при изгибе.

Решать сформулированную задачу предполагается численно методом конечных разностей, то есть заменой дифференциальных уравнений конечно-разностными аппроксимациями.

Литература

1. Рындин Н. И. Краткий курс теории упругости и пластичности. Учебное пособие. Под ред. проф. В. С. Постоева. Л., Изд-во Ленингр. ун-та, 1974, 136 с.

2. Винокуров Е. Ф. Итерационный метод расчета оснований и фундаментов// Строительство и архитектура Белорусии, 1970, № 1, с. 31 – 34

3. Винокуров Е. Ф. Итерационный метод расчета балок и плит, лежащих на линейно и нелинейно деформируемом анизотропном основании// Строительство и архитектура Белорусии, 1970, № 3, с. 26 – 28

ИССЛЕДОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОЛЕЙ В СТЕНКЕ ПОЛОГО ЦИЛИНДРА МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ РАЗНОСТЕЙ

С.С. Степанюк, И.И. Ковальчук

Научный руководитель – к.т.н., доцент *А.И. Веремейчик*
Брестский государственный технический университет

Большинство задач теплопроводности сводятся к решению дифференциальных уравнений в частных производных, которые, как правило, весьма сложны, получить их решение в виде конечной формулы можно лишь в самых простых случаях. В связи с этим особое значение приобретают методы приближенного решения, в том числе и численные методы (конечных разностей, конечных элементов, граничных элементов и др.). В методе граничных элементов, например, дифференциальные уравнения (ДУ) заменяются интегральными, которые более удобны для реализации на ЭВМ. Для простых случаев геометрии границы области эффективным является использование метода конечных разностей, в котором дифференциальные уравнения заменяются их конечно-разностными аналогами, благодаря чему исходные ДУ сводятся к системам алгебраических уравнений, в которых неизвестными являются значения функции (температуры) в узлах сетки, вводимой вместо непрерывной области изменения аргумента (координаты). Хотя число неизвестных в этой системе бывает значительным, решение ее представляет более простую задачу, чем первоначальная.

В данной работе рассматривается применение метода конечных разностей на решение задачи теплопроводности для полого цилиндра. Производится расчет температурных полей в стенке цилиндра при заданных температурах на внутренней и внешней поверхностях. В случае одномерной задачи разработан алгоритм решения задачи, получены конечно-разностные уравнения для определения полей температур в любой точке цилиндра. На основании предложенной методики с использованием языка программирования Visual Basic разработана специальная программа, позволяющая проводить расчет температур с использованием ЭВМ. Пользователю необходимо лишь для заданной числом узлов конечно-разностной сетки ввести размеры цилиндра и температуры на наружной и внутренней поверхностях. Разработанная программа позволяет получать график зависимости температуры от координаты по толщине стенки.

Полученные результаты сравнивались с результатами аналитического решения, которое получается путем двойного интегрирования ДУ теплопроводности. Аналитически и численно определен удельный тепловой поток на внешней поверхности цилиндра. Сравнение результатов точного и приближенного решения указывает на высокую точность разработанной методики, что подтверждает возможность использования численных методов для решения задач теплопроводности и термоупругости.

НЕКОТОРЫЕ НЕЛИНЕЙНЫЕ ЗАДАЧИ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ

Д.Е. Гринцевич

Научный руководитель — к.т.н., доцент *Г.А. Геращенко*
Белорусский национальный технический университет

Как известно, классическая строительная механика базируется на двух основных гипотезах. Во-первых, это допущение о линейной связи между напряжениями и деформациями, выражаемое законом Гука. Во-вторых, допущение о малости перемещений, совершаемых точками системы под действием приложенных к ней нагрузок. Вследствие использования этих гипотез все зависимости классической строительной механики являются линейными, поэтому ее называют линейной теорией. При своей сравнительной простоте линейная строительная механика в состоянии достаточно точно рассчитывать широкий круг конструкций.

И все же имеется много задач, решать которые методами линейной теории с необходимой точностью невозможно. Сюда прежде всего относятся задачи расчета гибких стержней, пластин и оболочек. Перемещения их под нагрузкой оказываются настолько большими, что зависимости между ними и деформациями должны быть приняты нелинейными. Соответственно этому задачи расчета гибких конструкций называются геометрически нелинейными. Встречаются конструкции, выполненные из материала, например, бетона, для которого закон Гука оказывается неприемлемым и должен быть заменен нелинейными зависимостями между напряжениями и деформациями. В таких случаях говорят о физически нелинейных задачах. В данной работе рассмотрены три относительно простые системы при учете в них отдельно физической и геометрической нелинейности, а также при их совместном учете. Первая задача рассматривает бесконечно жесткую балку, шарнирно опертую на левом конце, подвешенную в третях на двух одинаковых стержнях и нагруженную вертикальной силой на правом конце; материал стержней — нелинейно упругий со степенным физическим законом. Вторая задача описывает работу простейшей фермы, состоящей из двух стержней, расположенных на одной прямой, и нагруженной в среднем узле вертикальной силой. С точки зрения линейной теории такая система мгновенно изменяема. Здесь же она рассматривается как геометрически и физически нелинейная. Наконец, третья задача относится к трехстержневой пространственной ферме, усиленной в среднем узле пружинным элементом и нагруженной там же вертикальной силой. Рассматриваются большие перемещения фермы. Три задачи объединили не только нелинейности, но и возможность получения точного аналитического решения. Все искомые зависимости представлены замкнутыми формулами, позволяющими подробно изучить работу нелинейных систем при непрерывном изменении их параметров. Обобщены на нелинейные задачи известные из классической теории принципы Лагранжа и Кастильяно.