

$$(k-1)P \sin \alpha = \frac{P(\cos \alpha - 2 \sin \alpha)}{2\sqrt{3}} - P \sin \alpha ;$$

$$k = \frac{\cos \alpha - 2 \sin \alpha}{2\sqrt{3} \sin \alpha} .$$

При $\alpha = 2^\circ$, $k \approx 7,68922$.

Чтобы система не раскатывалась необходимо чтобы в нижнем ряду было девять труб.

Литература

1. Тарг, С.М. Краткий курс теоретической механики: учебник для вузов / С.М.Тарг. – 12-изд., стер. – М.: Высшая школа, 2002. – 416 с.

2. Мышковец, М. В. Теоретическая механика. Статика [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие для студентов дневной, заочной и дистанционной форм обучения / М. В. Мышковец, В. Д. Тульев; Белорусский национальный технический университет, кафедра "Теоретическая механика". – Минск : БНТУ, 2013.

3. Сборник олимпиадных задач по теоретической механике: в 3 ч. / А.И. Попов и др. – ТГТУ, 2006, ч. 1. – 95 с.

УДК 531(075.8)

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ СИЛ ТРЕНИЯ И ИХ ВЛИЯНИЕ НА ДВИЖЕНИЕ ТЕЛА

Студенты гр.10309122 В. И. Черняк, А. О. Бобрович

Научный руководитель – доцент Беляцкая Л.Н.

Белорусский национальный технический университет

Минск, Республика Беларусь

Силы трения скольжения возникают между шероховатым телом и шероховатой поверхностью, если равнодействующая активных сил \vec{R} не направлена по нормали к поверхности, на которой покоится тело (рисунок 1). При равновесии тела необходимо, чтобы реакция шероховатой поверхности \vec{S} (рисунок 2) равнялась по величине \vec{R} и была направлена в прямо противоположную сторону.

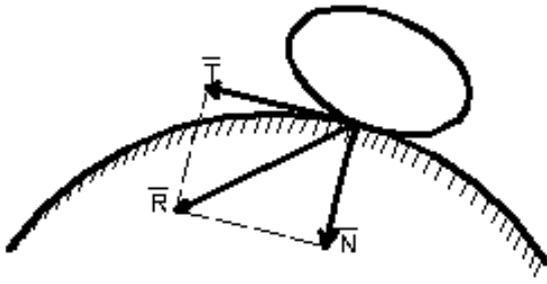


Рисунок 1

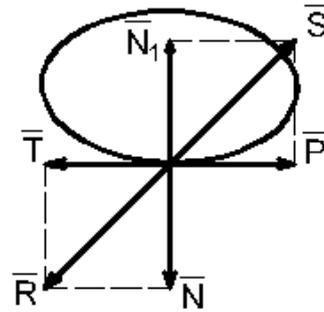


Рисунок 2

Разложим активную силу \vec{R} на составляющие: нормальную \vec{N} и касательную \vec{T} , реакцию шероховатой поверхности – на нормальную составляющую \vec{N}_1 и касательную \vec{F} , называемую силой трения скольжения или силой трения первого рода. При равновесии должны соблюдаться равенства

$$N - N_1 = 0; \quad (1)$$

$$T - F = 0. \quad (2)$$

Из опыта известно, что при изменении величины составляющей \vec{T} в определенных пределах равновесие тела не нарушается. Следовательно, и сила трения скольжения согласно уравнению (2) будет меняться в этих пределах.

Таким образом, сила трения скольжения при покое есть составляющая реакции связи, возникающая при действии активных сил, стремящихся сдвинуть тело. Эта составляющая реакции направлена в сторону, противоположную возможному движению тела. Величина силы трения может меняться от нуля до некоторого предела, в зависимости от величины и направления активных сил, с тем чтобы воспрепятствовать перемещению тела. Отличие силы трения от других реакций связей заключается в том, что ее модуль не может превысить определенного предела.

Зависимость между силой трения и нормальным давлением определяется законом Кулона: наибольшая величина силы трения скольжения пропорциональна нормальному давлению тела на поверхность:

$$F_{\max} = fN. \quad (3)$$

Сила трения всегда направлена в сторону, противоположную возможному относительному движению.

Постоянная f называется коэффициентом трения скольжения. Экспериментально установлено, что этот коэффициент зависит от

материала соприкасающихся тел и их шероховатости (чистоты обработки). Для абсолютно гладких тел коэффициент f равен нулю. Для реальных тел

$$f > 0.$$

Коэффициент трения не зависит от силы нормального давления и площади соприкосновения. Хотя в последнее время экспериментально установлено, что с изменением нормального давления и площади соприкосновения коэффициент трения незначительно меняется, этим изменением будем пренебрегать.

Угол φ между нормалью к поверхности и полной ее реакцией в положении предельного равновесия, когда $F = F_{\max}$, называется углом трения (рисунок 3). Этот угол определяется равенством

$$\operatorname{tg} \varphi = f, \text{ т. е. } \varphi = \operatorname{arctg} f.$$

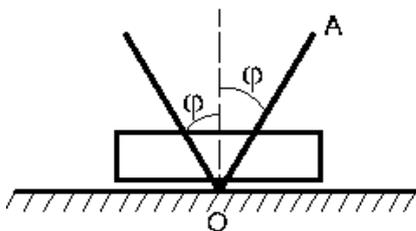


Рисунок 3

Построим в точке соприкосновения нормаль к поверхности и прямую OA , составляющую с ней угол φ . Конус, описанный этой прямой как образующей, называется конусом трения.

Если линия действия равнодействующей активных сил, приложенных к твердому телу, лежит внутри конуса трения, то вне зависимости от ее модуля тело останется в покое. Это объясняется тем, что в этом случае движущая сила будет меньше предельной силы трения.

Рассмотрим равновесие тела, находящегося на горизонтальной плоскости S (рисунок 4). К телу приложена равнодействующая активных сил \vec{Q} под углом α к нормали (вес тела входит в Q).

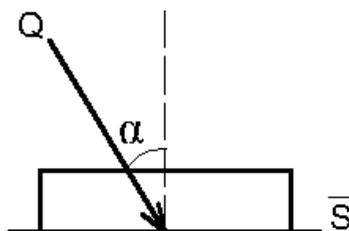


Рисунок 4

Коэффициент трения скольжения $F = \operatorname{tg} \varphi$ известен. Полагая $\alpha < \varphi$, составим уравнение равновесия, приравняв нулю сумму проекций всех сил на направление нормали (рисунок 5):

$$N - Q \cos \alpha = 0 \text{ или } N = Q \cos \alpha.$$

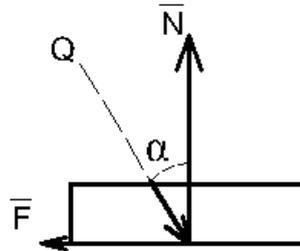


Рисунок 5

Проецируя все силы на горизонтальное направление, находим

$$Q \sin \alpha - F = 0 \text{ или } Q \sin \alpha = F.$$

Замечая, что наибольшее значение силы трения

$$F_{\max} = f Q \cos \alpha,$$

и учитывая, что $\operatorname{tg} \alpha < \operatorname{tg} \varphi$, заключаем

$$Q \sin \alpha < f Q \cos \alpha. \quad (4)$$

Следовательно, сила \vec{Q} , линия действия которой находится внутри конуса трения, не может сдвинуть тело с места, как бы велика она ни была. На этом свойстве основаны некоторые самотормозящиеся устройства.

Если из Q выделить вес тела P , то неравенство (4) примет вид

$$Q_1 \sin \alpha < f(P + Q_1 \cos \alpha).$$

Следовательно, сила Q_1 не может нарушить равновесие тела при

$$f = \operatorname{tg} \varphi > \frac{Q_1 \sin \alpha}{P + Q_1 \cos \alpha}.$$

Сила трения может принимать различные значения от нуля до наибольшей величины. Поэтому уравнения равновесия твердого тела, которые выражались равенствами (1)–(3), при наличии сил трения превращаются в неравенства. В связи с этим при решении задач, как правило, рассматривают наибольшее значение силы трения и при этом из уравнений равновесия находят предельные (наибольшие и наименьшие) значения искомых величин.

Так, например, рассматривая равновесие лестницы AB (рисунок 6), опирающейся на гладкую стену и шероховатый пол, найдем наименьшее

значение угла α , при котором лестница будет в покое, если возьмем максимальное значение силы трения.

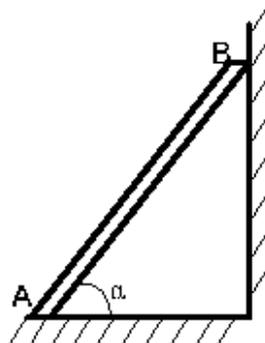


Рисунок 6

Положений равновесия лестницы будет при этом бесчисленное множество, так как при любом значении угла α , большем найденного, но меньшем 90° , для равновесия необходима сила трения, меньшая ее максимальная величина.

Литература

1. Бутенин, Н. В. Курс теоретической механики: учебное пособие / Н.В. Бутенин, Я. Л. Лунц, Д. Р. Меркин. – 14-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2023. – 732 с.

2. Бать, М. И. Теоретическая механика в примерах и задачах: учебное пособие/ М. И. Бать, Г. Ю. Джанелидзе, А. С. Кельзон. – 14-е изд., стер. – Санкт-Петербург: Лань, 2023 – Том 1: Статика и кинематика – 2023. – 672 с.

3. Кухарь, В.Д. Теоретическая механика: учебный справочник / В.Д. Кухарь, Л.М. Нечаев, А.Е. Киреева. – М.: АСВ, 2016. – 148 с.

УДК 531

ЗАДАЧА О БРУСКЕ НА ШЕРОХОВОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Студенты гр. 10309122 В. И. Черняк, А. О. Бобрович

Научный руководитель – доцент Беляцкая Л. Н.

Белорусский национальный технический университет

Минск, Республика Беларусь

Рассмотрим брусок, лежащий на шероховатом горизонтальном столе (рисунок с видом сверху). Какую минимальную горизонтальную силу F , перпендикулярную бруску, нужно приложить, чтобы его сдвинуть? Коэффициент трения равен μ , масса бруска m .